

접수평판의 방사효율 근사식

An Approximate Formula for the Radiation Efficiency of a Submerged Plate

김현실[†], 김재승^{*}, 김봉기^{*}, 김상렬^{*}

Hyun-Sil Kim, Jae-Seung Kim, Bong-Ki Kim, and Sang-Ryul Kim

1. 서 론

방사효율(radiation efficiency)은 판과 같은 구조물의 진동으로 인해 소음이 발생하는 현상을 설명하는 가장 중요한 물리적 변수로 한쪽은 물, 다른 쪽은 공기에 접한 직사각형 평판의 방사효율은 선박이나 해양구조물의 수중방사소음해석에 가장 기본적인 정보이다. 2012년 춘계 및 추계학회에서는 공기-물과 접한 평판의 방사효율에 대해 평판의 거동과 수중 압력이 연동된 지배방정식의 해를 구하여 방사효율을 계산하는 효율적인 방법에 대해 제시하였다. 본 논문은 후속편으로 접수평판의 방사효율을 근사식으로 나타내는 것을 다루었다.

2. 접수 평판의 방사효율 및 예제

한쪽은 공기, 다른 쪽은 물에 접해 있고 주변은 무한 배플에 의해 단순지지된 사각형 평판의 크기가 $a \times b$, 두께가 h 라고 가정하고 방사효율은 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma = \frac{W}{\rho c S \langle v^2 \rangle} \quad (1)$$

여기서 $S = ab$, c 는 수중에서의 음파의 전파속도이며 $\langle v^2 \rangle$ 는 속도의 제곱을 평판에 대해 평균한 값이다. 판의 거동과 수중 음압이 연성된 지배방정식은 다음과 같다.

$$D \nabla^4 w + m_s \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -p_{z=0} + F_0 \delta(x-x_0, y-y_0) \quad (1)$$

여기서 $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, $m_s = \rho_p h$, E , ρ_p , h 는 판의 탄성계수, 밀도, 두께이며 w 는 판의 변위, p 는 압력, F_0 는 위치 (x_0, y_0) 에 가해지는 집중 힘을 나타낸다. 경계조건은 다음과 같다.

$$\text{At } z=0: \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2)$$

여기서 ρ 는 물의 밀도이다. 무한평판의 경우 집중하중을 무시하면 x 방향으로의 해는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$w = W e^{i(\gamma x - \omega t)} \quad (3)$$

식 (3)을 식 (1)과 (2)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 분산식(dispersion equation)을 얻을 수 있다.

$$\gamma^4 = \frac{\omega^2}{D} \left(m_s + \frac{\rho}{\sqrt{\gamma^2 - k^2}} \right) \quad (4)$$

식 (4)의 우변 항은 유체에 의한 added mass 항으로 볼 수 있는데 공기 중 판의 wavenumber k_f 를 $k_f = (m_s \omega^2 / D)^{1/4}$ 로 정의하면 식 (4)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\gamma = k_f (1 + \epsilon)^{1/4} \quad (5)$$

여기서 $\epsilon = \rho / m_s \sqrt{\gamma^2 - k^2}$ 이며 Fluid loading effect를 나타낸다. 유한한 판에도 무한 평판 가정에서 유도한 Fluid loading effect를 근사식으로 적용하는 것이 본 논문의 핵심이며 등가 질량은 $m_{eq} = m_s (1 + \epsilon)$ 으로 표현된다. 식 (5)는 γ 에 대한 5차 방정식인데 근사식으로 $\epsilon = \rho / m_s \sqrt{k_f^2 - k^2}$ 를 사용하여 γ 를 구하여도 $f < f_c$ 인 경우는 실제 근에 매

[†] 김현실; 한국기계연구원, hskim@kimm.re.kr

^{*} 한국기계연구원

우 근접함이 알려져 있다. Vèr(Noise and Vibration Control, 1971)는 공기 중 평판의 방사효율에 대해 Maidanic(JASA, 1962)의 결과를 보완하여 근사식을 제안하였는데 본 논문에서는 Vèr의 식에 등가질량항을 고려하여 반영하였으며 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma = \frac{4S}{c^2} f^2, \quad f < f_{1,1} \quad (6)$$

$$\sigma = \frac{2\pi^2}{c^2 S} \frac{D}{m_{eq}}, \quad f_{1,1} < f < f_B \quad (7)$$

$$\sigma = \frac{P\lambda_c}{S} g(\alpha), \quad f_B < f < f_c \quad (8)$$

여기서

$$f_{1,1} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{D}{m_{eq}}} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right), \quad (9)$$

$$f_B = 100 \left(\frac{\lambda_c}{P} \right) \left(\frac{c}{P} \right), \quad (10)$$

$$g(\alpha) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{(1-\alpha^2) \ln[(1+\alpha)/(1-\alpha)] + 2\alpha}{(1-\alpha^2)^{1.5}}. \quad (11)$$

평판의 첫 번째 고유진동수 $f_{1,1}$ 보다 작은 주파수에서는 모노폴의 거동을 보이며 공기 중이나 수중이나 같은 방사양상을 보인다. 단, 본 논문에서는 면적 질량으로 m_s 대신 m_{eq} 를 사용하여 식 (9)처럼 구하였으며 $f_{1,1}^{air}$ 를 사용하여 γ 와 ϵ 를 계산하였다.

$f_{1,1} < f < f_B$ 인 경우는 코너모드에 해당하며 m_s 대신 m_{eq} 를 사용하였다. 또한 계수는 원래 식은 4이며 이는 각 코너모드가 in-phase 거동을 한다는 가정에 근거한 것으로 본 논문에서는 2를 사용하였다. 상한 주파수는 일부 논문에서는 $f_B = 3c/P$ 를 사용하지만 본 논문에서는 Vèr의 결과를 이용하여 식 (10)의 값을 채택하였다.

$f_B < f < f_c$ 의 경우는 edge 모드에 해당하며 공기 중에서는 $\alpha = \sqrt{f/f_c} = k/k_f$ 로 주어지는데 수중에서는 유체의 영향을 반영하여 $\alpha = k/\gamma$ 를 사용하였으며 이는 주파수를 왼쪽으로 이동하는 효과가 있다. 반면, Cheng 등(Applied Acoustics, 2012)은 본 주파수대역에 대해 공기중과 같은 $\alpha = \sqrt{f/f_c}$ 를 사용하였다.

예제로 크기가 1.41×0.91 m, 두께는 10 mm인 강판을 고려하였는데 Fluid loading effect ϵ 를 주파수의 함수로 Fig. 1에 나타냈는데 고주파수로 갈수록 유체의 영향은 감소함을 보여준다. Fig. 2에는

Fig. 1에서 고려한 판의 방사효율을 근사식과 비교하였고 Fig. 3에는 크기 0.455×0.375 m, 두께 1 mm인 강판의 방사효율을 나타냈다. 본 논문에서 제안한 근사식은 $f_{1,1}$ 이하에서는 잘 맞으며 $f_{1,1} < f < f_B$ 의 주파수 영역에서는 연성방정식을 풀어 구한 값보다 크게 나타남을 알 수 있다.

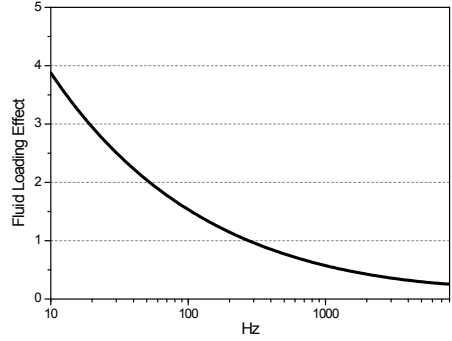


Fig. 1 Fluid loading effect vs. frequency.

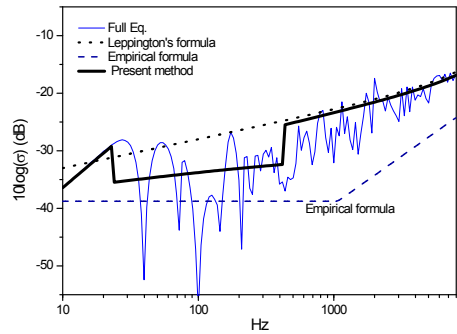


Fig. 2 Radiation efficiency of the steel plate (1.41×0.91 m, $h = 10$ mm).

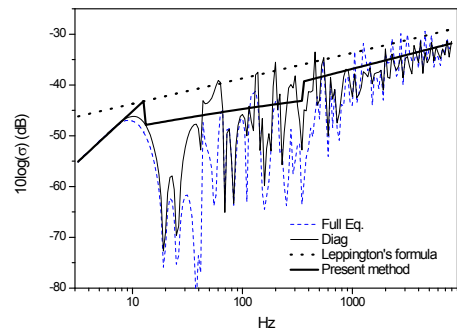


Fig. 3 Radiation efficiency of the steel plate (0.455×0.375 m, $h = 1$ mm).