

# 에너지 하베스팅 스킨의 압전 소재 분할 설계 및 전력 예측을 위한 수학적 해석 모델 개발

## Analytical Model for Segmentation Design and Electric Power Quantification of Energy Harvesting Skin

윤현준\* · 김흥수\*\* · 조철민\*\*\* · 윤병동†

Heonjun Yoon, Heung-Soo Kim, Chulmin Cho and Byeng D. Youn

### 1. 서 론

최근 응력으로 변형이 일어나면 전류가 발생하는 압전 효과를 이용하여 버려지는 진동을 전력으로 재 수집하는 압전 에너지 하베스팅 기술이 큰 관심을 받고 있다. 압전 에너지 수확 장치의 가장 대표적인 형태는 외팔 보인데, clamping과 tip mass를 위한 추가 공간이 필요하고 장시간 사용시 구속 조건이 느슨해져서 에너지 변환 효율이 급격히 감소하는 단점을 갖고 있다. 이를 극복하기 위해 기계 구조물에 압전 소재를 직접 부착하는 에너지 하베스팅 스킨(EH skin)이 S. Lee와 B. D. Youn에 의해 제안되었다 [1]. 기존의 EH skin 연구는 컴퓨터 시뮬레이션을 이용한 다중 물리 해석 및 최적 설계가 주로 진행되었다. 따라서 본 연구는 EH skin의 전기-기계적 거동을 이론적으로 규명하기 위하여 수학적 해석 모델을 Kirchhoff 판 이론을 기반으로 유도하고, 이를 토대로 압전 소재 분할 설계와 전력 예측을 수행하였다.

### 2. 에너지 하베스팅 스킨 모델 구성

#### 2.1 압전 소재 분할을 위한 진동 모드 분석

본 연구에서는 모든 모서리가 완전 고정된 EH skin을 고려하였다. 압전 소재에 인장과 압축이 동시에 작용하면 voltage cancellation이 발생하여

† 교신저자; 정회원, 서울대학교 기계항공공학부

E-mail : bdyoun@snu.ac.kr

Tel : +82-2-880-1919, Fax : +82-2-880-8302

\* 서울대학교 기계항공공학부

\*\* 동국대학교 기계로봇에너지공학과

\*\*\* 서울대학교 기계항공공학부

전압이 급격히 감소하는 현상을 방지하기 위하여, dynamic strain에서 nodal line을 추출한 후에 압전 소재를 분할 설계해서 부착해야 한다. 이를 위해 Ritz 법에 의해 식 (1)과 (2)로 정의된 진동 모드  $W_m(x,y)$ 를 계산한 후, 그림 1과 같이 총 5군데에 압전 소재를 부착하는 경우를 모델로 삼았다.

$$W_m(x,y) = X_r(x) \cdot Y_n(y) \quad (1)$$

$$X_r(x) = (x/a)^{r+1} - 2(x/a)^{r+2} + (x/a)^{r+3} \quad (2)$$

$$Y_n(y) = (y/b)^{n+1} - 2(y/b)^{n+2} + (y/b)^{n+3}$$

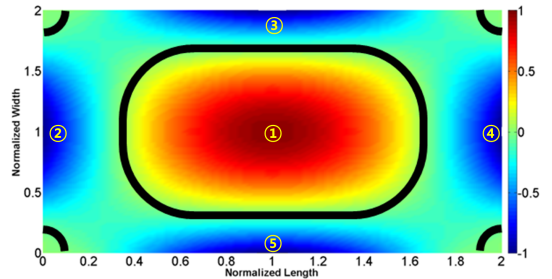


Fig. 1 Strain distribution for the (1,1) mode shape of fully clamped energy harvesting skin

#### 2.2 Kirchhoff 판 이론 기반 모델링

EH skin은 두께가 얇은 평판이므로, Kirchhoff 판 이론으로 모델링을 하였다. 수직 방향으로 등방성 압전 소재인 PZT와 substrate 역할인 구조물 표면 재료의 구성 방정식은 각각 식 (3)과 (4)와 같다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & 0 & -e_{31} \\ c_{12}^E & c_{11}^E & 0 & -e_{31} \\ 0 & 0 & c_{66}^E & 0 \\ e_{31} & e_{31} & 0 & \epsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{Y_S}{1-\nu_s^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_s & 0 \\ \nu_s & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_s)/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

이 때,  $\epsilon_{31}$ ,  $\epsilon_{66}$ 는 압전 상수,  $\epsilon_{33}$ 는 유전 상수,  $Y_s$ 와  $\nu_s$ 는 각각 substrate의 탄성계수와 포아송 비이다.

### 3. 수학적 해석 모델을 통한 전력 예측

#### 3.1 기계 운동 방정식

압전 소재가 분할된 EH skin의 기계 운동 방정식 유도를 위하여 Hamilton 정리를 이용하였으며, 비감쇠 진동에 대한 최종 식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} & \rho(x,y)\ddot{w}_{rel} \\ & + \{D_1 + D_2 P(x,y)\} \left\{ \left( \frac{\partial^2 w_{rel}}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w_{rel}}{\partial y^2} \right)^2 \right\} \\ & + 2\nu_s \left( \frac{\partial^2 w_{rel}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_{rel}}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu_s) \left( \frac{\partial^2 w_{rel}}{\partial x \partial y} \right)^2 \\ & + D_3 P(x,y) \left\{ \left( \frac{\partial^2 w_{rel}}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w_{rel}}{\partial y^2} \right)^2 \right\} \\ & + 2P(x,y) \left\{ D_4 \left( \frac{\partial^2 w_{rel}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_{rel}}{\partial y^2} \right) + 2D_5 \left( \frac{\partial^2 w_{rel}}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \\ & + e_{31} \nu(t) \left( \frac{h_p + h_s}{2} - z_o \right) \left( \frac{\partial^2 P(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P(x,y)}{\partial y^2} \right) \\ & = -\rho(x,y)\ddot{w}_{base} \end{aligned} \quad (5)$$

이 때,  $w_{base}$ 와  $w_{rel}$ 는 각각 EH skin의 기저 여기(base excitation)에 의한 기저 변위와 상대 변위이다.  $D_1 \sim D_5$ 는 PZT의 방향성이 고려된 굽힘 강성들이며,  $P(x,y)$ 는 그림 1에서 결정된 PZT의 부착 위치를 모사하기 위한 Heaviside 함수이다.  $z_o$ 는 중립면의 위치이며, 평형 방정식으로 계산된다.

#### 3.2 전기 회로 방정식

식 (3)에 의해 수직 방향(polling) 전기 변위  $D_3$ 는 압전 상수와 유전 상수로 표현할 수 있다.

$$D_3 = e_{31}\epsilon_{xx} + e_{31}\epsilon_{yy} + \epsilon_{33}E_3 \quad (6)$$

그리고 전기 변위에 Gauss 법칙을 적용하면 식 (7)과 같이 전류  $i(t)$ 를 계산할 수 있으며, 이를 전기 회로 방정식이라고 부른다 [2].

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{d}{dt} \left( \int_S D_3 dS \right) = \frac{d}{dt} \left\{ \int_S (\bar{e}_{31}\epsilon_{xx} + \bar{e}_{31}\epsilon_{yy} + \epsilon_{33}E_3) dS \right\} \\ &= -\bar{e}_{31} \left( \frac{h_p + h_s}{2} - z_o \right) \int_S \left\{ \frac{\partial^3 w_{rel}(x,y,t)}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 w_{rel}(x,y,t)}{\partial y^2 \partial t} \right\} dS \\ &\quad - \frac{\epsilon_{33}^S ab}{h_p} \left( \frac{dv(t)}{dt} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

#### 3.3 전압 응답

비례 감쇠가 적용된 기계 운동 방정식과 전기 회로 방정식을 연립하면 식 (8)과 같이 최종적으로 전압 응답을 얻을 수 있다.

$$H(\omega) = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j\omega R_{load} \theta_m}{\omega_m^2 - \omega^2 + i2\zeta_m \omega_m \omega}}{\left( \frac{1}{R_{load}} + i\omega \frac{C_p}{2} \right) + \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i\omega R_{load} \theta_m^2}{\omega_m^2 - \omega^2 + i2\zeta_m \omega_m \omega}} \quad (8)$$

### 4. 모델 검증

압전 소재가 분할 설계된 EH skin의 수학적 해석 모델 검증을 위하여 ANSYS 해석과 비교하였으며, 고유 진동수와 open-circuit에서의 공진 진동수 및 전압 결과가 서로 유사함을 알 수 있다(표 1,2).

**Table 1** Comparison between fundamental natural frequencies of analytical model and ANSYS simulation

Configuration	Analytical Model	ANSYS
Substrate	136.82 Hz	136.85 HZ
Substrate + Full PZT	143.56 Hz	143.56 Hz
Substrate + Segmented PZT	141.17 Hz	142.68 Hz

**Table 2** Open-circuit resonance frequencies and voltage response of analytical model and ANSYS simulation

Configuration	Analytical Model	ANSYS
Open-circuit resonance freq.	146.8 Hz	147 HZ
Voltage response	20.79 V	19.57 V

### 5. 결 론

본 연구에서는 2차원 Kirchhoff 판 이론을 기반으로 압전 소재가 분할 설계된 EH skin의 수학적 해석 모델을 유도하였다. 향후 실험을 통하여 전력 예측 정확도 검증을 수행할 예정이다.

### 후 기

본 연구는 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기반형 융합기술개발 사업(과제번호: 0420-20120048)의 지원을 받은 것으로, 깊은 감사를 드립니다.

### 참고문헌

- (1) S. Lee and B. D. Youn, 2011, A new piezoelectric energy harvesting design concept, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control. Vol. 58, No 3.
- (2) A. Erturk and D. Inman, 2011, Piezoelectric energy harvesting, John Wiley & Sons.