

쌍안정 자기 반발 에너지 수확기의 비선형 동적 해석

Nonlinear dynamic analysis of a bi-stable magnetic repulsion energy harvester

석종원† · 김필기* · 정지현*
Jongwon Seok, Pilkee Kim and Jeehyun Jung

1. 서 론

초창기의 환경 진동 기반 에너지 수확기는 주로 선형 공진기를 기반으로 설계되었다. 하지만 선형 공진기 구조는 공진 주파수 대역에서 탁월한 성능을 나타내는 반면, 이를 벗어난 주파수 대역에서 급격한 성능 저하를 나타낸다⁽¹⁾. 이러한 선형 공진기의 단점을 극복하고 한층 넓은 환경 진동 주파수에 대응하기 위하여, 주파수 튜닝 기법 및 다자유도 구조, 다중 배열 구조 등의 다양한 에너지 수확기가 대안으로 제시되었다⁽¹⁾. 하지만 이들 구조는 여전히 선형 공진 구조를 기반으로 하였기 때문에, 만족할 만한 광대역 에너지 수확 특성을 나타내지 못하였으며, 복잡한 구조에 기인한 기구학적/동역학적 한계를 가지고 있었다⁽¹⁾.

최근 제안된 쌍안정 에너지 수확기는 퍼텐셜 우물 이탈 현상에 기인한 고에너지 궤도 응답 특성을 이용하여, 광대역 주파수 대역에서 환경 진동 에너지를 효과적으로 추출할 수 있다⁽²⁻⁴⁾. 이에 따라 쌍안정 시스템은 선형 공진기의 단점을 극복할 수 있는 유력한 대안으로 각광받고 있다. 이러한 쌍안정 에너지 수확기의 최적 설계를 위해서는 비선형 거동의 해석/예측 기술이 전제되어야 하지만, 이는 고난이도 동역학적 해석 기술을 요구한다. 이러한 어려움에 기인하여, 쌍안정 에너지 수확기에 대한 대부분의 해석 연구는 간단한 진동자 모델을 바탕으로 수행되고 있다^(2,3).

본 연구에서는 쌍안정 자기 반발 에너지 수확 시스템의 비선형 동특성을 고찰하기 위하여, 수학적 모델링과 이를 이용한 비선형 주파수 응답 분석이

수행된다.

2. 쌍안정 에너지 수확기의 수학적 모델링

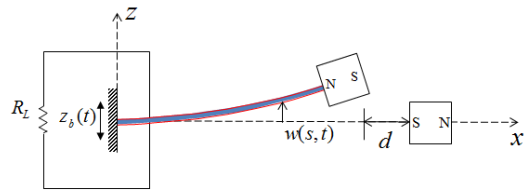


Fig. 1 Schematic diagram of a bi-stable magnetic repulsion energy harvester.

그림 1은 자기반발력을 이용한 쌍안정 에너지 수확기의 개략도를 나타낸 것이다. 그림에서 주어지듯이, 에너지 수확 시스템은 선단 영구 자석을 포함한 바이모프 캔틸레버 보 구조와 외부 공간에 고정된 영구 자석으로 구성된다. 두 영구 자석 사이의 거리가 작을 때, 선단 자석에 작용하는 강한 자기 반발력은 두 개의 정적 평형 상태 (즉, 쌍안정 평형 상태)를 야기한다.

본 연구에서, 바이모프 캔틸레버 보 구조는 Euler-Bernoulli 보 이론과 선형 압전 이론을 바탕으로 기술된다. 여기에서 점자하 자석 모델을 기반으로 구하여진 자기 반발력은 캔틸레버 선단에 작용하는 외부 경계 힘 및 모멘트로 고려된다. 일련의 수학적 유도과정을 통하여, 지배방정식과 경계조건이 구하여졌으며, Galerkin projection 및 single mode approximation을 도입함으로써 쌍안정 에너지 수확 시스템의 비선형 진동자 모델이 다음과 같이 구하여졌다.

$$\ddot{x}_t + 2\zeta\omega_n\dot{x}_t + \lambda x_t - k_e V_e - \alpha_1 f_x(x_t)x_t - \alpha_2 f_z(x_t) - \alpha_3 M_y(x_t) = f_0 \sin(\Omega t), \quad (1a)$$

$$(C_p/2)\dot{V}_e + (1/R_L)V_e + k_e \dot{x}_t = 0, \quad (1b)$$

여기에서, x_t 는 선단 자석의 변위; ζ 및 ω_n 는 자기반발력이 인가되지 않은 캔틸레버 보의 1차모드

† 교신저자; 중앙대학교 기계공학부

E-mail : seokj@cau.ac.kr

Tel : 02-820-5729, Fax : 02-3280-9982

* 중앙대학교 기계공학부 대학원

에 대한 감쇠비 및 공진주파수; λ 는 시스템의 고유치; V_e 및 k_e 는 부하저항 사이의 출력 전압 및 등가 전기기계 결합 계수; C_p 및 R_L 는 등가 커패시턴스 및 부하저항을 의미한다. f_x , f_z , M_y 은 비선형 자기반발력 및 모멘트이며, 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{F} = \sum_{j=1}^2 Q_j \mathbf{B}_{\text{ext}}(\mathbf{x}_j) \quad (2a)$$

$$\mathbf{M} = \sum_{j=1}^2 Q_j \mathbf{r}_j \times \mathbf{B}_{\text{ext}}(\mathbf{x}_j) \quad (2b)$$

식 (2)에서 Q_j 및 \mathbf{x}_j 은 선단 자석의 등가 점자하 및 위치벡터, \mathbf{r}_j 은 모멘트 암, \mathbf{B}_{ext} 은 외부 영구 자석에 의해 생성된 자기장을 의미한다.

2. 결과

그림 2는 선단 자석과 외부 자석 사이의 거리에 따른 정적 평형 상태의 분기 곡선을 나타낸 것이다. 여기에서, 실선 및 점선은 각각 안정 및 불안정 평형상태를 의미한다. 그림에서 보여지듯이 두 자석 사이가 어떤 임계치보다 작을 때 에너지 수확 시스템은 쌍안정 특성을 나타내며, 이는 시스템의 pitch-fork bifurcation에 기인한다.

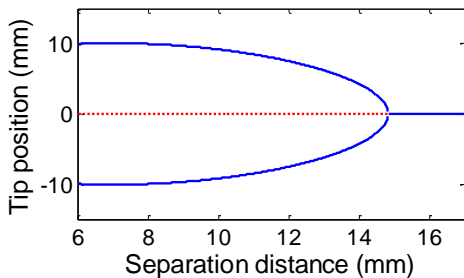


Fig. 2 Bifurcation diagram of the static equilibrium state.

그림 3은 조화균형법을 바탕으로 구하여진 에너지 수확 시스템의 주파수 응답 곡선을 나타낸 것이다. 그림에서 보여지듯이, 자기반발력을 이용한 쌍안정 에너지 수확 시스템은 stiffness hardening 효과에 기인한 비선형 공진 거동을 나타낸다. 이러한 비선형 공진 거동은 선형 시스템에 비하여 상대적으로 넓은 공진 주파수 대역을 야기한다. 또한, 두 자석 간의 거리가 작을 수록, 저주파 대역의 전달비가 증가함을 확인할 수 있다. 이는 저주파 대역의 에너지 수확 특성이 크게 개선됨을 의미하며, 따라서 쌍안

정 에너지 수확기는 상대적으로 넓은 저주파수 대역에서 고에너지를 수확할 수 있다.

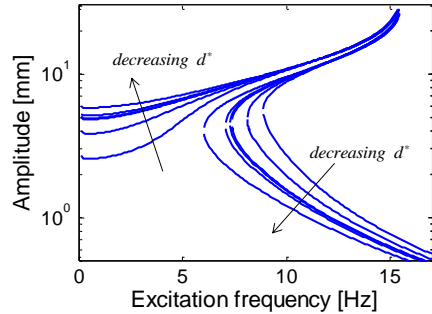


Fig. 3 Frequency response curve of the bi-stable magnetic repulsion energy harvester.

3. 결론

본 연구에서는 쌍안정 자기 반발 에너지 수확기의 비선형 진동자 모델이 구하여졌으며 이를 이용한 정적 평형 상태의 분기해석 및 비선형 주파수 응답 분석이 수행되었다. 이 때, 쌍안정 시스템의 비선형 거동을 한층 자세히 기술하기 위하여, 절단 급수진개를 사용하지 않은 자기 반발력 함수가 사용하였다. 조화균형법을 이용한 비선형 주파수 응답 곡선이 구하여졌으며, 이에 대한 결과는 쌍안정 에너지 수확기의 광대역/고에너지 에너지 수확 성능 잘 기술할 수 있음을 보여주었다.

후 기

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No.2011-0013249).

참고 문헌

- (1) R. L. Harne, K. W. Wang, A review of the recent research on vibration energy harvesting via bistable systems, *Smart Mater. Struct.* 22 (2013) 023001.
- (2) F. Cottone, H. Vocca, L. Gammaitoni, Nonlinear energy harvesting, *Phys. Rev. Lett.* 102 (2009) 1-4.
- (3) M. Ferrari, V. Ferrari, M. Guizzetti, B. Andò, S. Baglio, C. Trigona, Improved energy harvesting from wideband vibrations by nonlinear piezoelectric converters, *Sens. Actuator A-Phys.* 162 (2010) 425-431.
- (4) S. C. Stanton, C. C. McGehee, B. P. Mann, Nonlinear dynamics for broadband energy harvesting: Investigation of a bistable piezoelectric inertial generator, *Physica D* 239 (2010) 640-653.