

미세 공정산포 관리를 위한 Z_p - s 관리도 설계

Design of Z_p - s Control Chart for Monitoring Small Shift of Process Variance

김 중 결* · 김 창 수** · 엄 상 준*** · 윤 혜 선****

Abstract

산업의 빠른 발전 속도에 따라 연구 개발도 함께 발전해야 한다. 따라서 현재 제조 공정에 대한 품질 특성치의 분석방법으로 공정 모수의 작은 변화도 쉽게 탐지를 할 수 있는 EWMA 관리도와 Shewhart 관리도보다 공정 변화에 민감하게 탐지 가능한 CUSUM 관리도에 관한 연구가 많이 이루어지고 있다. 하지만 식스시그마 공정관리에 맞춘 평균, 불량률, 미세 분산을 동시에 감지할 수 있는 동시 관리 체계 연구는 많이 미흡하다.

본 연구에서는 기존의 CUSUM, EWMA 관리도 기법보다 빠른 이상 감지를 위해서 평균, 불량률, 분산 3가지가 동시에 관리되어질 수 있도록 Z_p - s 관리도를 소개한다. Z_p - s 관리도는 ARL을 통해 기존 관리도보다 민감함을 확인할 수 있다.

Keywords: Z_p 관리도, s -관리도, ARL

1. 서 론

제조업에서는 제품 품질의 특성을 정확하게 유지하고 연속적으로 변화하는 길이, 중량, 강도 등과 같은 수치를 관리하기 위해 계량형 관리도를 활용한다. 하지만 공정의 산포를 관리하지 않으면 직접적으로 품질(불량률)에 많은 영향을 미칠 확률이 높으므로 산포 공정변화를 관리할 필요가 있다. 따라서 공정의 품질을 향상시키기 위하여 일반적으로 통계적 공정관리(Statistical Process Control; SPC)를 많이 사용하고 있다. SPC는 공정산포의 원인이 이상원인의 발생에 의한 것으로 보고 이를 탐색하고 제거함으로써 공정산포를 줄이는 활동이며, 주로 관리도를 그 도구로 사용하고 있다.[5]

* 성균관대학교 시스템경영공학과 교수

** 성균관대학교 기술경영공학과 교수

*** SK하이닉스

****성균관대학교 산업공학과 석사과정

활용하고 있는 SPC기법에는 크게 세 가지로 구분할 수 있다. 적분방정식을 활용하는 기법과 일반 관리도를 활용하는 기법이 있다. 그리고 위 두 가지 기법을 활용하여 컴퓨터 프로그램을 활용한 시뮬레이션 기법이 포함된다. 특히 반도체분야를 비롯한 화학공정과 초정밀가공 등의 신뢰성 확보를 핵심목표로 하는 분야에서 미세변동에 대한 공정관리기술 확보의 시급성이 높아지고 있고, 미세변동 관리에 대한 관리도 기법이 매우 중요한 연구 분야로써 요구되어지고 있다[1].

Stephen(1989)는 공정 평균 변화 감지를 모니터링하기 위한 목적으로 EWMA설계 과정을 간단히 다시 한 번 리뷰 하였다. 또한 민감도를 확인하기 위해 평균-런 길이(Average Run Length; ARL)을 사용하였다.[8] Jensen 외3(2006)은 분산에 대한 추정 없이 감시하기 위한 EWMA 관리도를 설계하였다.[4] Peteros 외 1(2009)는 공정분산을 수정화(Modified) 시킨 EWMA 관리도로 모니터링을 한다. 이 때 사용된 통계적 기법으로는 적분방정식과 마코브 체인(Markove Chain)을 활용한다. 분산에 대한 수정화된 EWMA 관리도의 민감도는 평균-런 길이(Average Run Length; ARL)을 사용한다.[7] Marit 외1(2011)은 이상복 외1(2012)는 수정된 3개의 관리도를 제안함으로써 현장에 활용되어지길 제안하였다. 첫 번째는 관리도 샘플 데이터로만 그려진 관리도이고, 두 번째 관리도는 처음 관리도에 상하한 규격을 포함한 관리도이다. 세 번째 관리도는 목표값이 포함되고 오랜 기간 동안의 데이터로 계산된 알려진 평균과 표준편차로 계산된 상·하한 관리선이 포함된 관리도이다. 이 3개의 관리도를 동시에 보면 즉시 공정의 문제점을 알아낼 수 있는 장점이 있다고 언급하였다.[3]

2. 수정공정관리도(Modified Control Chart)의 체계

2.1 수정공정관리도의 개념

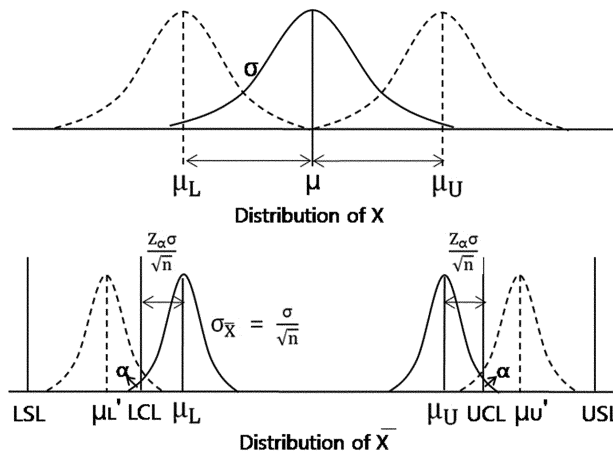
관리도를 사용할 때, 대부분의 관리도들은 통계적 모니터링을 하거나, 공정을 관리하고 변동을 줄여서 연속적인 공정을 향상시키기 위함이다. 높은 수준의 공정 능력을 달성했을 때 감시 수준을 완화시키기 위해 표준 관리도에 의해 제공된다. 공정 능력 관리 감시를 위한 방법 중에 첫 번째로 평균(\bar{X}) 관리도는 수정 관리 한계선(Modified Control limits)을 사용하고, 두 번째는 합격 판정 관리도(Acceptance Control Chart)이다[6].

수정 관리 한계선은 일반적으로 자연변동(Natural Variability), 공정의 퍼짐 정도가 규격한계의 퍼짐보다 더 작은 경우에 사용되어진다. 즉, Cp 또는 Cpk 값이 일반적인 단계 1보다 좋다. 여기서 말하는 단계 1은 최초 모토로라(Motorola) 회사에서 6 σ 공정을 정의한 내용 안에서 공정 평균이 최종 목표 값으로부터 양측 1.5 σ 씩 고려한 이동 값을 추정하였다. 실제 공정 이동한 것과 이동 형태가 위와 같이 합격 수준이라면, 수정 관리도(Modified Control Chart)는 표준 관리도의 대안으로 유용하다. 수정관리도는 Cp 또는 Cpk의 값이 크더라도 평균이 달라지지 않는다. 일반적인(Conventional) 관리도는 이러한 상황에 수정 관리도를 활용하여 사용되어진다. 6 σ 는 규격한계 (USL-LSL)에

서의 퍼짐보다 훨씬 작은 상황에서 공정평균은 공정의 대체적인 가동라인이 눈에 띄게 큰 변화가 있는것이 아니라면, 가끔씩 간격(interval)이 조금 넘어간 것에 대해 수용이 가능하다. 예를 들면, <그림 2.1>에서 보여지는 것과 같은 상황이 발생했을 때, 일반적인 평균(\bar{X}) 관리도 대신에 수정 공정평균 관리도를 사용할 수 있다[6].

2.2 수정관리도의 구조

수정 \bar{X} 관리도는 실제 공정 평균 μ 가 어떤 한계선의 값 δ 만큼 초과한 불량품을 생산하고 있는 공정의 상태인지 감시하는데 사용되어진다. 대부분 δ 는 공정 불량률과 관련하여 μ_L 과 μ_U 는 μ 의 허용된 값 중에서 가장 작고, 큰 값으로 각각 구성되어진 값만큼의 범위 $\mu_L \leq \mu \leq \mu_U$ 을 갖는다. 본 연구에서는 공정 변동 σ 는 안정상태(in-control)의 관리도라고 가정한다. Hill(1956)과 Duncan(1986)은 수정관리도에 대한 연구를 논하였다[6].



<그림 2.1> 수정관리도의 관리 한계선

수정관리도는 공정 평균의 $\mu_L \leq \mu \leq \mu_U$ 범위와 동등하다는 값으로 가설검정을 한다[6]. 다음과 같이 가설을 세운다.

$$H_0 : \mu_L \leq \mu \leq \mu_U$$

$$H_1 : \mu < \mu_L, \mu > \mu_U$$

각각 UCL 값과 LCL의 값은 식 (2.1), (2.2)와 같고, <그림 2.1>과 같이 표현할 수 있다. 본 연구 개발에서는 단측 측면의 한계선으로만 공정을 표현하고 연구하였다.

$$P\{\bar{X} > UCL \mid \mu_L \leq \mu \leq \mu_U\} = \alpha$$

$$UCL = \mu_U + \frac{Z_\alpha \sigma}{\sqrt{n}} = \mu_U + L_{\bar{X}} \sigma_{\bar{X}} \quad (2.1)$$

$$P\{\bar{X} < LCL \mid \mu_L \leq \mu \leq \mu_U\} = \alpha$$

$$LCL = \mu_L - \frac{Z_\alpha \sigma}{\sqrt{n}} = \mu_L - L_{\bar{X}} \sigma_{\bar{X}} \quad (2.2)$$

3. Zp-s관리도의 체계

3.1 Zp관리도의 개념

엄상준(2012)은 미세공정변동을 갖는 공정에서 공정평균과 극소공정불량률을 동시 관리하는 체계이다. 극소공정불량률관리를 위해 공정규격, 산포, 표본평균을 이용하여 얻은 \hat{Z}_p 통계량과 MLE(Maximum Likelihood Estimate)방식을 통해 구한 \hat{Z}_p 분포의 평균과 분산을 이용하여 Z_p 관리도를 새롭게 개발하고 제시하였다. 또한 합격공정 불량률의 사전 예방관리를 위해 공정평균이 합격공정불량률을 유지하는 허용범위 내에서 관리되도록 수정공정평균관리도(Modified Control Chart)와 Z_p 관리도의 동시관리 체계를 제시하였다[2].

3.1.1 Zp관리도의 구조[2]

본 논문에서 사용되는 기호들은 부록에 정리되어져 있다. 상한 또는 하한 규격선이 X에 대해 초과되어졌을 때, 공정불량률 P는 식 (3.1), 식 (3.2)와 같이 나타내고, 그 결과는 각각 식 (3.3), (3.4)와 같다.

$$P = P\{X < LSL\} = P\left\{\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{LSL - \mu}{\sigma}\right\} \quad (3.1)$$

$$P = P\{X > USL\} = P\left\{\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{USL - \mu}{\sigma}\right\} \quad (3.2)$$

$$\hat{Z}_p = \frac{LSL - \hat{\mu}_p}{\hat{\sigma}} \quad (\text{LSL일 때}) \quad (3.3)$$

$$\hat{Z}_p = \frac{USL - \hat{\mu}_p}{\hat{\sigma}} \quad (\text{USL일 때}) \quad (3.4)$$

\hat{Z}_p 는 iid(independent identically distributed)이고, $\hat{Z}_p \sim N\left(Z_p, \frac{1}{n} + \frac{Z_p^2}{2n}\right)$ 이다. \hat{Z}_{p_0} 의 평균은 식 (3.5)와 같이 계산되어지고, 분산은 피셔정보행렬(Fisher Information

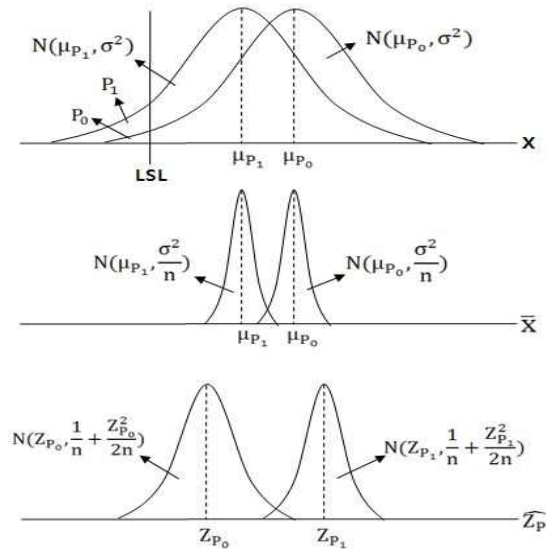
Matrix)를 사용하여 계산되어진다. 식은 다음 (3.6)과 같다.

$$E[\widehat{Z}_{P_0}] = \frac{LSL - \mu_{P_0}}{\sigma} = Z_{P_0} \quad (3.5)$$

ML 추정량 $\widehat{\mu}$ 와 $\widehat{\sigma}$ 의 점근 공분산 행렬은 다음과 같다.

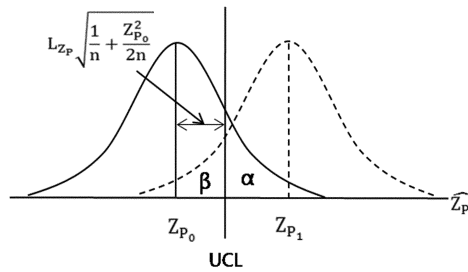
$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} \text{Var}(\widehat{\mu}_{P_0}) & \text{COV}(\widehat{\mu}_{P_0}, \widehat{\sigma}) \\ \text{COV}(\widehat{\mu}_{P_0}, \widehat{\sigma}) & \text{Var}(\widehat{\sigma}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma^2}{n} & 0 \\ 0 & \frac{\sigma^2}{2n} \end{bmatrix} \\ &\left(\frac{\partial Z_{P_0}}{\partial \mu_{P_0}} \right) = \frac{1}{\sigma}, \left(\frac{\partial Z_{P_0}}{\partial \sigma} \right) = \frac{-(\mu_{P_0} - LSL)}{\sigma^2} \\ \text{Var}[\widehat{Z}_{P_0}] &= \left(\frac{\partial Z_{P_0}}{\partial \mu_{P_0}} \right)^2 \text{Var}(\widehat{\mu}_{P_0}) + \left(\frac{\partial Z_{P_0}}{\partial \sigma} \right)^2 \text{Var}(\widehat{\sigma}) + 2 \times \left(\frac{\partial Z_{P_0}}{\partial \mu_{P_0}} \right) \left(\frac{\partial Z_{P_0}}{\partial \sigma} \right) \text{COV}(\widehat{\mu}_{P_0}, \widehat{\sigma}) \\ &= \frac{1}{n} + \frac{Z_{P_0}^2}{2n} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Harry(1984)에서는 Q_U 를 구하기 위해 σ 추정값으로 S 를 사용하였으나, 본 연구의 Z_P 관리도에서는 품질특성의 σ 가 기지이며, R 관리도나 s 관리도로 관리상태에 있다고 가정한다. Z_P 는 <그림 3.1>과 같이 불량률 P 는 Z 값을 말하며, 품질특성의 공정평균 이동에 따른 Z_P 의 변화를 \widehat{Z}_P 를 통해 Z_P 관리도로 감지하여 공정불량률 P 를 관리한다. 상한규격일 때 Z_P 값이 작아지거나, 하한규격일 때 Z_P 값이 커짐으로 인해 P 가 증가되는 공정이상상태 발생을 감지하게 된다. 다시 말해, 상한규격일 때 $H_0: z_P = z_{P_0}, H_1: z_P = z_{P_1}$ (여기서 $Z_{P_0} = Z_{P_1}$), 하한규격일 때 $H_0: Z_P = Z_{P_0}, H_1: Z_P = Z_{P_1}$ (여기서 $Z_{P_0} < Z_{P_1}$)을 검정하는 것이다.



<그림 3.1> X, \bar{X}, \hat{Z}_p 에 대한 분포 (LSL)

Z_p 관리도는 공정불량률 P_0 를 관리하기 위해 하한규격의 경우 UCL, 식(3.7)을 가지며, 상한규격의 경우 LCL, 식 (3.8)을 갖는다.



<그림 3.2> Z_p 관리도의 관리선 (UCL)

$$UCL = Z_{P_0} + L_{Z_p} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{Z_{P_0}^2}{2n}} \quad (3.7)$$

$$LCL = Z_{P_0} - L_{Z_p} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{Z_{P_0}^2}{2n}} \quad (3.8)$$

3.1.2 Z_p 관리도의 민감도[2]

Z_p 관리도의 민감도는 하한규격을 갖는 경우 α 는 식 (3.9), β 는 식 (3.10)으로 구해지며,

$$\begin{aligned} \alpha &= P\{\widehat{Z}_p > UCL | Z_p = Z_{P_0}\} \\ &= P\left\{\widehat{Z}_p > Z_{P_0} + L_{Z_p} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{Z_{P_0}^2}{2n}}\right\} \\ &= \Phi(Z > L_{Z_p}) \end{aligned} \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned} \beta &= P\{\widehat{Z}_p \leq UCL | Z_p \geq Z_{P_1}\} \\ &= P\left\{\widehat{Z}_p \leq Z_{P_0} + L_{Z_p} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{Z_{P_0}^2}{2n}}\right\} \\ &= \Phi\left(Z \leq \frac{(-\delta\sigma_{\widehat{Z}_p})\sqrt{2n} + L_{Z_p}\sqrt{2 + Z_{P_0}^2}}{\sqrt{2 + (Z_{P_0} + \delta\sigma_{\widehat{Z}_p})^2}}\right) \end{aligned} \tag{3.9}$$

이를 통해 얻어진 $ARL_0 \geq 371$ 을 만족하는 Z_p 관리도의 ARL_1 은 <표 3.1>과 같다.
(Lucas. J. M(1982)에서 단측 규격 일 때 $ARL_0 \geq 371$ 조건으로 적용한 바 있다.)

<표 3.1> Z_p 관리도에 대한 out-of-control 평균 런길이 ($ARL_0 \geq 371$)

Parameters				δ															
Z_{Po}	n	L_{zP}	$\hat{\sigma}_{zP0}$	0	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
-9.0	5	2.8	2.88	391.4	352.2	310.7	267.0	221.6	175.5	130.0	87.5	51.1	24.2	8.6	1.1	1.0	1.0	1.0	1.0
-9.0	10	2.8	2.04	391.4	287.5	205.4	142.3	95.3	61.4	38.0	22.6	12.9	7.1	3.9	1.4	1.0	1.0	1.0	1.0
-9.0	15	2.8	1.66	391.4	263.9	174.2	112.4	71.0	43.9	26.6	15.9	9.4	5.6	3.4	1.5	1.0	1.0	1.0	1.0
-9.0	30	2.8	1.18	391.4	237.0	142.6	85.4	51.1	30.6	18.5	11.3	7.1	4.5	3.0	1.6	1.1	1.0	1.0	1.0
-9.0	50	2.8	0.91	391.4	223.9	128.7	74.5	43.6	25.9	15.7	9.8	6.3	4.2	2.9	1.6	1.2	1.0	1.0	1.0
-8.0	5	2.8	2.57	391.4	351.3	308.9	264.3	218.1	171.3	125.6	83.4	47.9	22.3	8.0	1.1	1.0	1.0	1.0	1.0
-8.0	10	2.8	1.82	391.4	287.1	204.7	141.6	94.6	60.9	37.6	22.3	12.8	7.1	3.9	1.4	1.0	1.0	1.0	1.0
-8.0	15	2.8	1.48	391.4	263.6	173.7	112.0	70.6	43.6	26.4	15.8	9.4	5.6	3.4	1.5	1.0	1.0	1.0	1.0
-8.0	30	2.8	1.05	391.4	236.8	142.3	85.2	50.9	30.5	18.4	11.3	7.0	4.5	3.0	1.6	1.1	1.0	1.0	1.0
-8.0	50	2.8	0.81	391.4	223.7	128.5	74.4	43.6	25.9	15.7	9.8	6.3	4.2	2.9	1.6	1.2	1.0	1.0	1.0
-7.0	5	2.8	2.26	391.4	350.1	306.3	260.5	213.2	165.7	119.7	78.0	43.9	20.1	7.3	1.2	1.0	1.0	1.0	1.0
-7.0	10	2.8	1.60	391.4	286.4	203.8	140.5	93.6	60.1	37.1	22.0	12.5	7.0	3.9	1.4	1.0	1.0	1.0	1.0
-7.0	15	2.8	1.30	391.4	263.1	173.1	111.4	70.2	43.3	26.2	15.6	9.3	5.5	3.4	1.5	1.0	1.0	1.0	1.0
-7.0	30	2.8	0.92	391.4	236.5	142.0	84.9	50.8	30.4	18.4	11.2	7.0	4.5	3.0	1.6	1.1	1.0	1.0	1.0
-7.0	50	2.8	0.71	391.4	223.5	128.3	74.2	43.5	25.8	15.7	9.7	6.2	4.2	2.9	1.6	1.2	1.0	1.0	1.0
-6.0	5	2.8	1.95	391.4	348.2	302.5	254.9	206.1	157.6	111.6	70.9	38.8	17.5	6.5	1.2	1.0	1.0	1.0	1.0
-6.0	10	2.8	1.38	391.4	285.4	202.3	139.0	92.2	59.0	36.3	21.4	12.2	6.8	3.8	1.4	1.0	1.0	1.0	1.0
-6.0	15	2.8	1.13	391.4	262.4	172.2	110.5	69.4	42.7	25.8	15.4	9.2	5.5	3.4	1.5	1.0	1.0	1.0	1.0
-6.0	30	2.8	0.80	391.4	236.1	141.5	84.5	50.5	30.2	18.2	11.2	7.0	4.5	3.0	1.6	1.1	1.0	1.0	1.0
-6.0	50	2.8	0.62	391.4	223.2	128.0	74.0	43.3	25.7	15.6	9.7	6.2	4.1	2.9	1.6	1.2	1.0	1.0	1.0
-5.0	5	2.8	1.64	391.4	345.2	296.6	246.2	195.4	145.8	100.1	61.5	32.6	14.6	5.7	1.3	1.0	1.0	1.0	1.0
-5.0	10	2.8	1.16	391.4	283.8	200.0	136.5	90.0	57.2	35.0	20.6	11.8	6.6	3.7	1.4	1.0	1.0	1.0	1.0
-5.0	15	2.8	0.95	391.4	261.3	170.7	109.1	68.3	41.9	25.3	15.1	9.0	5.4	3.3	1.5	1.1	1.0	1.0	1.0
-5.0	30	2.8	0.67	391.4	235.4	140.7	83.9	50.0	29.9	18.0	11.0	6.9	4.5	3.0	1.6	1.1	1.0	1.0	1.0
-5.0	50	2.8	0.52	391.4	222.7	127.5	73.6	43.0	25.5	15.5	9.6	6.2	4.1	2.9	1.6	1.2	1.0	1.0	1.0

3.2 Z_p -s관리도의 개념

미세 공정변동을 갖는 공정에서 공정평균, 극소공정불량률을 동시에 관리하는 Z_p 관리도에 분산 s 까지 함께 고려한 관리도 체계이다. Z_p-s 관리도 또한 위에서 개발한 Z_p 체계와 동일하다. 단, σ 를 기저로 가정하지 않고, 미지의 경우로 s -관리도 기법을 활용한다. 위에서 언급한 Z_p 관리도가 평균의 이동에 따른 불량률을 관리했다면, 본 연구 부분에서는 분산의 이동에 따른 불량률을 관리하기 위한 기법이다.

4. 결 론

Z_p-s 관리도는 Z_p 관리도의 기본 체계를 통해 제조공정에서 제품의 공정평균 이동과 불량률을 바탕으로 분산을 관리할 수 있는 통합관리 체계이다. 이러한 관리도를 통해 일반적으로 사용되어진 평균-범위($\bar{X}-R$)관리도 보다 더 효율적이고, 단순 s -관리도보다 더 민감도가 높은 기법으로 제조단계에서 고품질 생성뿐만 아니라 기업의 손해비용도 줄어들게 될 것이다. 본 연구에서 설계 과정과 민감도 분석에 대한 내용이 없었으나, 추후 정확한 통계적 설계와 민감도 분석의 연구를 진행하여, Z_p-s 관리도에 대한 제품 신뢰성보증방법과 경제적 설계까지 고려한 연구가 함께 진행되어야 한다.

5. Reference

- [1] 김종걸 외3, “미세변동 감지를 위한 공정관리도의 연구동향 분석”, 대한산업공학회/한국경영과학회 춘계 공동학술대회, No.6 pp.834-842, 2010
- [2] 엄상준, 공정평균과 극소불량률 동시관리체계에 관한 연구, 성균관대학원 : 2012
- [3] 이상복 외1, “PROPOSE MODIFIED CONTROL CHART FOR MANAGEMENT IN REAL FIELD”, 한국벤처창업학회, Vol.7, No.2, pp.151-156, 2012
- [4] 이재현, “통합공정관리에서 출력변수와 입력변수를 탐지하는 절차의 비교”, 한국데이터정보과학회지, Vol.22, No.4, pp.679-690, 2011
- [5] Jensen, W., 외 3, “Effects fo parameter estimation on control chart properties: A literature review”, Journal of Quality Technology, Vol.38, No., pp.349-364, 2006
- [6] Montgomery D. C., Statistical Quality Control, 7th ed, Wiley, New work, 2013
- [7] Petros E. Maravelakis, “An EWMA chart for Monitoring the Porcess Sthandard Deviation when parameters are estimated”, Technometrics, Vol.53, No.7, pp.2653-2664, 2009
- [8] Stephen V. Crowder, “Design of Exponentially Weighted Moving Average Schemes”, Journal of Quality Technology, Vol.21, No.3, pp.155-162, 1989