

비정규 공정에서 관리도의 경제적 설계에 대한 연구동향 분석

Research Results and Trends Analysis on Economic Design of Control Charts for Non-normal Process

김 종 곁* · 김 창 수** · 엄 상 준*** · 김 형 만**** · 최 성 원****
Jong-Gurl Kim* · Chang-su Kim** · Sang-Joon Um***
Hyung-Man Kim**** · Seong-Won Choi****

초 록

지난 몇 십년동안 전 세계적으로 제조기술 분야의 급속한 성장으로 대부분의 제조업에서 눈부실만한 품질향상과 생산성 극대화를 이루어 왔다. 하지만 현재 제조기술 분야는 새로운 문제에 직면하고 있다. 실제 현장에서 관리하고자하는 품질특성은 정규분포를 따르지 않는 경우가 많은데, 대부분의 통계적 공정관리기술체계가 정규분포를 기반으로 하고 있다는 것이다. 이러한 이유로 비정규 공정에서 극소불량관리, 미세변동관리에 대한 연구가 시급한 실정이다. 하지만 비정규 분포를 통계적으로만 해석하고 설계하기 위해서는 현실적으로 한계가 있으며, 경제적 설계의 접근방법이 또 하나의 좋은 대안이 될 수 있다.

본 논문에서는 비정규 공정에서 관리도의 경제적 설계를 위한 연구동향을 살펴보고 추후 연구방향에 대해 제시하고자 한다.

Keywords : SPC, Non-normal Process, Economic Design, Control Chart

* 성균관대학교 시스템경영공학과 교수

** 성균관대학교 기술경영학과 겸임교수, 산업공학박사

*** 성균관대학교 산업공학박사

****성균관대학교 산업공학과 박사과정

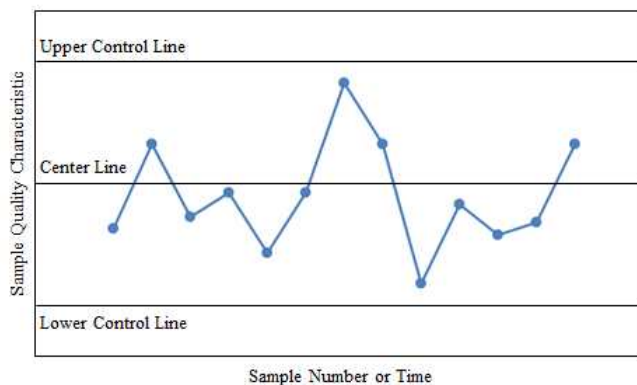
1. 서 론

전 세계적인 제조기술 분야의 급속한 발전으로 대부분의 제조업에서는 눈부실만한 품질향상과 생산성의 극대화를 이루어 왔다. 그리하여 앞으로의 제조기술의 발전방향은 불량수준을 PPM(Parts Per Million)/PPB(Parts Per Billion) 수준의 초극한 고 품질 수준으로 끌어올리는 것이 될 것이다. 이러한 목표를 달성하기 위해서 제조기술 분야의 당면과제는 정규분포가 아닌 비정규분포의 성질을 가지는 공정을 해석하는 것과 통계적 공정관리에서 경제적 공정관리로의 전환이다. 지난 수십 년간 관련분야의 수많은 연구자들이 다양한 연구 성과를 이루어 냈음에도 불구하고, 현재 비정규 공정관리 기술 분야의 연구 활동은 다소 저조한 편이다. 본 논문에서는 관련 분야의 연구 동향을 살펴보고 내용을 분석하여 앞으로의 연구방향에 대한 틀을 잡아보고자 한다.

2. 관리도의 경제적 설계에 대한 연구

일반적으로 관리도는 공정을 통계적으로 관리하여 안정적으로 유지하기 위해 사용된다. 관리도를 사용하기 위해서는 공정에 대한 엔지니어나 전문가가 샘플크기, 샘플링 빈도 또는 간격, 그리고 관리한계선을 선택해야하며, 이를 관리도 설계라고 부른다.

전통적으로 관리도는 통계적 기준으로만 설계되었다. SPC(Statistical Process Control)는 제조공정단계에서 제품의 주요한 품질특성을 통계적으로 해석하여 공정의 상태를 관리하는 기법이다. SPC의 중요한 목적중 하나는 제조공정에서 이상요인(assignable causes)에 의한 불량이 발생 하였을 때 이를 빨리 감지하여 적절한 조치를 취할 수 있도록 하는 것이다. 이러한 목적을 위하여 사용되는 SPC 기법 중에 대표적인 기법이 바로 관리도(Control Chart) 이다. 아래의 [그림 1-1]은 관리도의 일반적인 형태이다.



[그림 1-1] 일반적인 슈와트(Shewhart)관리도

관리도의 경제적 설계는 표본을 채취하는 것과 테스트하는데 드는 비용, 공정이상을 감지했을 때 이를 검사하는 비용, 검사한 내용이 이상요인일 때 그것을 수리하는 비용, 불량품이 고객에게까지 도달했을 때 발생하는 비용 등을 고려해서 관리모수를 설계하는 것이다. 최근에 들어서 이런 관리도의 경제적 설계에 대한 관심이 늘어나고 있다.

관리도의 경제적 모델에 대한 최초 연구를 살펴보면, Girchick and Rubin는 품질관리모형에 단위 시간당 기대비용을 고려하여 처음으로 관리도의 경제적 설계 모델을 연구하였다.[7] 이후, 경제적 설계에 대한 구체적인 연구는 Duncan(1956)의 연구인데, 그는 Shewhart형태의 \bar{X} 관리도 설계의 최적화에 대한 경제적인 설계를 통해 더 진보된 경제적 설계 모델을 최초로 연구하였다. 이는 \bar{X} 관리도에서 이상요인(Assignable cause)을 경제적으로 발견하기 위해서 첫째, 얼마나 큰 샘플을 취할 것인가? 둘째, 어떻게 샘플 간격을 선택할 것인가? 셋째, 몇 배수의 σ 를 사용하여 관리선을 결정할 것인가? 에 대한 접근방법으로 경제적 설계를 연구하였다.[5]

Goel, Wu(1968)은 Duncan(1956)의 연구를 기반으로 \bar{X} 관리도에서 샘플 사이즈, 관리선을 결정하기 위한 요인, 샘플링 간격을 고려해 손실 비용을 계산하는 것으로 경제적 설계를 도모하였다.[8] 또한 Goel, Wu(1973)은 이 연구의 확장으로 누적합 관리도에서의 경제적 설계도 연구하였는데 Pattern-Search 기술을 사용해서 최적의 샘플 사이즈, 샘플링 간격, 관리선을 결정하는 절차를 연구하였다. 또한 매개변수 설계에 따른 비용과 공정과 관련된 리스크요인을 함께 고려하였다.[9]

Taylor(1968)는 누적합 관리도를 사용하는 공정이 비 관리상태일 때 공정수리비용, 작동비용, 유지비용을 고려한 경제적 설계를 연구하였다.[19] Taylor(1968)의 연구에 이어 Duncan(1971)은 기존의 연구를 확장하여 \bar{X} 관리도를 기반으로 하는 공정에서 이상요인이 여러 개일 경우 경제적 설계를 연구하였다.[4] Chiu(1973)는 Duncan(1956,1971)의 논문에서 몇 가지 수정을 통해서 좀 더 효과적으로 최적 관리 매개변수를 결정하는 연구를 하고 비교를 통해 타당성을 제시하였다.[2] 앞서 소개한 Taylor(1968), Duncan(1956,1971), Chiu(1973)의 경제적 설계를 기반으로 Chiu(1974)는 공정에서 누적합 관리도를 사용할 때 경제적 설계 방안을 연구하였다.[3]

Saniga는 공정의 평균만이 변할 때와 표준편차만 변했을 때를 각각 구분하여 단위 생산당 기대비용을 최소화하는 표본의 크기, 샘플링 간격, 관리한계를 결정하는 방법을 개발하였다.[17]

Montgomery는 관리도의 경제적 설계방법을 전체적인 관점에서 정리하였으며, 표본의 크기가 30개 미만일 때 비용의 최소화를 컴퓨터 프로그램을 사용하여 최적의 모수들을 보다 쉽게 결정할 수 있는 방법을 개발하였다.[6]

Lorenzen and Vance는 관리도의 경제적 설계에 있어서 모든 관리도에 광범위하게 적용할 수 있는 모델을 개발하였다.[18]

관리도의 경제적 설계에 대해 지금까지도 많은 논문들이 발표되고 있고 대부분의 연구가 처음 이 개념을 제시하였던 Duncan(1956)의 이론을 기반으로 하고 있다. 경제적 모델에서는 샘플링, 부적합에 대한 처리, 수리 등에 대한 비용과 그 외의 공정의

다양성에 따른 다양한 비용들을 고려하고 있다.

3. 비정규 공정에서 관리도의 경제적 설계에 대한 연구

Saniga & Shirland(1977)에 의한 조사에 따르면 만약 품질특성치가 연속형 데이터로 측정된다면 평균에 대한 관리도는 다른 관리도 기술보다 뛰어난 성능을 가지고 있다.[16] 하지만 이 방법은 기본적으로 데이터가 연속형이고 표본의 수가 많을 때, 정규 분포일 때 추정력이 높은 방법이다. 공정의 불량률을 관리하기 위해서는 베르누이분포, 이항분포, 포아송분포, 초기하분포 등에 대해 알맞은 추정방법이 연구되어야 하며, 적은 시료수에 강건하고 PPM/PPB 수준의 극소불량에 대해서 그에 알맞은 통계적인 추론방법이 뒷받침되어야 한다.

3.1 비정규공정의 평균을 고려한 경제적 설계

누적합 관리도는 공정의 평균을 관리하기 위한 \bar{x} 관리도를 대체하는 관리도이다. Lashkari and Rahim(1982)는 독립적이고 비정규성을 띄는 공정으로부터 관측된 관측치를 가정하여 누적합 관리도의 경제적 설계를 연구했다. 비정규공정이라는 상황은 공정의 기본분포에 대한 왜도와 첨도를 명확하게 해석해야 한다. 공정의 비정규 확률밀도 함수는 Edgeworth series에 의해서 근사식이 계산된다. 부분군의 크기, 샘플링 간격, 참조값, 결정간격의 설계는 시간당 손실을 최소화하는 목적을 가지고 최적화 된다. 또한 Lashkari and Rahim(1982)는 수치예제를 제공하여 비정규 공정에 대한 효과를 연구하였다. 그는 매개변수의 최적설계와 최소손실을 결정하고, 누적합 관리도의 ARL을 결정하기 위해 컴퓨터 프로그램을 이용한 민감도 분석을 실시하였다.[12]

3.2 비정규성과 측정오차를 고려한 경제적 설계

Rahim(1985)은 관리도의 설계에서 비정규성과 측정오차의 영향에 대한 연구를 했다. 그는 측정품질특성의 기본적인 분포는 그 분포의 왜도와 첨도가 명확하게 고려된 비정규라고 가정했다. 그리고 측정오차는 정규분포라고 가정했다. 그의 경제적 모델은 예상된 손실의 최적화를 기반으로 한 부분군의 크기, 샘플링간격, 관리한계선의 결정에 의해 개발되었다. Rahim은 공정이 뚜렷하게 비정규성을 가지고 있고 측정오차의 영향을 받을 때, 매개변수의 최적설계의 허위 값과 작동손실을 발생시키는, 정규성의 가정을 하고 있는 전통적인 관리 계획의 수치예제를 통해서 그 타당성을 보여주었다. 추가적으로 Rahim(1984)은 품질특성이 비정규 분포일 때, 경고선과 한계선을 동시에 사용하는 관리도의 경제적 효과에 대해서 연구했다. 최적화를 위해 필요한 매개변수는 부분군의 크기, 상한/하한 경고한계(Warning Limit)과 실행한계(Action Limit), 그리고 임계 런길이(Critical Run Length)이다. 그의 연구에서 발견된 결과는 다음과 같다.

(1) 가장 경제적인 임계 런길이 값은 2 이다. 즉, 그것은 경고한계선과 실행한계선 사이에 두 개의 연속 포인트가 타점되면, 그것은 공정이 하나의 이상요인에 의해 영향을 받는 것으로 판단한다.

(2) 공정의 기본 분포의 왜도는 첨도보다 더 많은 영향을 가진다.

(3) 실행한계(action limit)에 대한 경고한계(warning limit)의 비율은 0.8 ~ 0.9 여야 한다.

(4) 공정평균의 이동이 $0.5\sigma \sim 1.5\sigma$ 와 같이 관리하기에 상대적으로 작을 때, 경고 한계선을 사용하는 관리도의 성능은 사용하지 않는 관리도보다 더 좋았다.

Rahim(1984)는 또한 실행한계에 대한 경고한계의 비율을 0.85라 했고, 공장 수준에서 사용할 수 있는 간단한 절차를 고안했다. Chiu(1974) 또한 실행한계의 폭에 대한 경고한계의 폭의 비율을 0.85로 사용할 것을 제안했다.[3][15]

3.3 공정의 고장 메커니즘이 지수분포를 따르지 않는 경우

관리도의 경제적 설계에서 대부분의 연구는 공정의 고장 메커니즘이 기본적으로 지수 분포라고 가정하고 있다. 보통 연속적인 이상 원인의 발생하는 사건 사이의 시간이 지수 분포를 따르기 때문이다. 따라서 평균은 공정의 일정한 고장 비율을 뜻한다. 하지만 시간에 따라 열화하는 몇몇 공정의 경우에는 지수분포의 가정이 적합하지 않다. 따라서 더 복잡한 상황을 대변하기 위해 다양한 분포로 해석이 가능한 분포를 사용해야 한다.

Hu(1984,1986)는 공정의 고장 메커니즘의 분포가 와이블 분포를 따르는 공정에서 경제적 설계를 하기 위해 Duncan's(1956)의 모델을 변형하는 연구를 했다. 그는 공정의 열화를 분포의 다양한 형상모수에 따라 시뮬레이션 하였다. 연구를 위해 형상모수를 1부터 4까지 설정하였고, 관리상태의 기간 동안 공정평균의 일정함을 유지하기 위해 형상모수를 조정할 수 있게 하였다. 관리도의 설계모수인 부분군 크기, 샘플링 간격, 관리선의 폭은 생산하는 동안에 일정하게 유지하였다. 연구의 목적은 예상되는 손실을 최소화함에 따른 설계모수를 최적화하는 것이다. 이 연구는 Duncan's(1956)의 모델이 공정의 고장비율에 대한 불규칙성에 대해서 민감도가 떨어진다는 결과를 발표했다.[10][11]

Banerjee and Rahim(1988)은 공정의 고장률이 증가하는 경우에 일정한 샘플링 간격을 유지하는 것은 좋지 않다고 주장했다. 더 현실적인 방법은 샘플링 간격을 더 짧게 하는 것이다. 왜냐하면 공정은 시간이 지남에 따라 더 나빠지기 때문이다. 그래서 그들은 변화하는 샘플링 간격을 사용한 와이블 분포에서 \bar{x} 관리도의 경제적 설계를 제안하였다.

Banerjee and Rahim(1988)는 다음 3가지 상황을 비교했다.

- (1) 변화하는 샘플링 간격을 가지는 Weibull shock model
- (2) 일정한 샘플링 간격을 가지는 Weibull shock model
- (3) 일정한 샘플링 간격을 가지는 Exponential shock model

이 연구를 통해서 그들은 시간당 손실을 예측하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

예상되는 손실을 가지고 판단 할 때, (1)의 경우가 다른 두 경우보다 훨씬 뛰어났다.

(2)와 (3)의 경우는 무시해도 될 정도의 차이를 보였다.

위의 결과를 요약하면, 만약 일정한 샘플링 간격을 사용한다면, 그렇지 않은 것과 비교해서 공정의 고장 메커니즘에 대해 상당히 큰 손실이 예상된다는 것을 뜻한다.[1]

McWilliams(1989)는 공정 고장 메커니즘의 기본분포를 잘 못 판단하는 경우 어떤 영향이 있는지 민감도 분석을 실시했다. 공정 고장 메커니즘의 기본 분포를 설명하기 위해 와이블 분포를 선택했고, Lorenzen and Vance(1986)의 모델을 사용했다. 그는 관리상태의 시간에 대한 평균값을 정확히 알고 있다는 가정 하에, 와이블 분포에서 경제적인 관리도 설계가 민감하지 않다는 것을 발견했다.

와이블 분포가 다양한 분포의 성질을 대변할 수 있다는 특징 때문에, McWilliams는 관리상태의 다양한 다른 분포들과 다양한 경제적 모델들을 고려할 때, 일반적으로 그 결과가 타당하다고 주장했다. 결과에 따라, 기존의 경제적 모델을 더 광범위하게 적용할 수 있다. 그는 또한 경제적 모델을 단순화하기 위해, 공정이 관리상태 일 때 부분군의 예상 개수를 다음과 같은 식으로 근사할 것을 제안했다.

$$\left(\frac{\text{관리상태 공정의 예상 시간}}{\text{샘플링 간격}} \right) - \frac{1}{2}$$

또한, 본 연구에서도 관리도 설계의 매개변수는 생산 전반에 걸쳐 일정하게 유지하였다.[13]

Parkhideh and Case(1989)는 \bar{X} 관리도의 설계를 위한 더 일반적인 경제적 모델을 개발했다. 그들은, 다양성이 확보된 와이블 고장 메커니즘을 채택하는 것뿐만 아니라, 시간에 따른 관리도 매개변수의 설계를 했다. 이것이 바로 경제적 기반의 동적 \bar{X} 관리도이다. 비교를 위해 Duncan(1956)이 제시한 \bar{X} 관리도의 경제적 설계가 사용되었다. 관리도 설계 변수(부분군의 크기, 샘플링 간격, 관리선의 폭)의 값은 초기 값의 함수로 가정하였다. 따라서 목표는 단위 시간당 예상 손실을 최소화하기 위한 설계 변수의 최적 초기 값을 찾는 것이다. 다양한 상황에서 전통적인 \bar{X} 관리도와 동적 \bar{X} 관리도를 비교하였다. 그들은 공정 고장 메커니즘의 기본분포가 와이블 분포일 때, 동적 \bar{X} 관리도가 항상 Duncan(1956)의 \bar{X} 관리도보다 항상 뛰어나다고 발표했다.[14]

4. 결 론

본 논문에서는 관리하고자 하는 공정특성의 분포가 기본적으로 가정하고 있는 정규 분포나 지수분포가 아닐 때, 관리도의 경제적 설계의 측면에서 어떤 영향이 있는지 조사해보았다. 또한 같은 상황일 때, 경제적 설계의 측면에서 관리도의 설계모수를 최적 설계할 수 있는 방안에 대한 연구도 같이 조사하였다. 연구 동향을 정리해보면 비정규 분포의 왜도와 첨도에 대한 연구를 통해 비정규 분포에 대한 강건성을 높이는 연구, 경고한계선과 실행선의 조절을 통한 관리도의 검출력 향상에 대한 연구, 가변 샘플링

절차를 활용한 관리도 기법의 연구가 있다. 가변 샘플링 방법은 관리하고자하는 공정의 분포가 비정규 분포일 때, 상대적으로 간편하면서도 통계적인 강건성을 확보할 수 있는 방법이다. 하지만 샘플링의 빈도가 높아질수록 경제적인 측면에서는 유용하지 못하다는 단점이 있다. 또한, 기술발전과 고객의 요구하는 공정관리수준이 높아질수록 샘플링 방법만으로는 공정의 미세변동과 극소불량에 대한 방안을 마련하기 어렵다.

대부분의 생산 공정에서 공정의 분포를 정규분포로 가정하고 있다. 하지만 실제로 공정의 분포가 정규분포가 아닌 경우가 많이 있다. 이러한 비정규 공정을 관리하기 위해서는 통계적인 관리기술체계를 확보할 뿐만 아니라 경제적인 관점의 공정 관리기술체계를 확보하는 것이 중요하다. 따라서 본 논문에서는 추후연구방안으로 비정규 분포의 통계적 이론을 공정관리기술로 활용하는 방안과 관리하고자하는 품질특성과 관리도설계를 위한 설계모수들에 대한 경제적 측면의 해석을 통합하여 공정을 관리할 수 있는 관리체계를 제안하는 바이다.

5. 참 고 문 헌

- [1] Banerjee, Prasanta Kumar, and M. A. Rahim. "Economic Design of - Control Charts Under Weibull Shock Models." *Technometrics* Vol.30 No.4 pp.407-414, 1988.
- [2] Chiu, W.K., "Comments on the Economic Design of \bar{X} -charts", *Journal of the American Statistical Association* v.68 no.344, pp.919-921, 1973.
- [3] Chiu, W. K. "The Economic Design of CUSUM charts for Controlling Normal Means." *Applied Statistics* pp.420-433, 1974.
- [4] Duncan A.J., "The Economic Design of \bar{X} -Charts When There is a Multiplicity of Assignable Causes", *Journal of the American Statistical Association*, v.66 no.333, pp.107-121, 1971.
- [5] Duncan A.J., "The Economic Design of \bar{X} Charts Used to Maintain Current Control of a Process", *Journal of the American Statistical Association*, v.51 no.274, pp.228-242, 1956.
- [6] Douglas C. Montgomery, "Economic Design of an \bar{X} Control Charts", *Journal of Quality Technology*, Vol.14, pp.40-43, 1982.
- [7] Girshick, M. A. and H. Rubin, "A Bayes' Approach to a Quality Control Model", *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 23, No.01, 1952.
- [8] Goel, A. L., Jain, S. C., and Wu, S. M., "An Algorithm for the Determination of the Economic Design of \bar{X} Charts Based on the Duncan's Model", *Journal of American Statistical Association*, Vol. 63, No. 321, 1968.
- [9] Goel and Wu, "Economically Optimum Design of CUSUM Charts", *Management Science*, Vol. 19, pp.1271-pp.1282, 1973.

- [10] Hu, P. W. "Economic Design of an X-Control Chart Under Non-Poisson Process Shift." Abstract, TIMS, pp.87, 1984.
- [11] Hu, P. W. "Economic Design of an X-Control Chart with Non-Exponential Times Between Process Shifts." IIE News, Quality Control and Reliability Engineering, Vol.21 pp.1-3, 1986.
- [12] Lashkari, R. S. and Rahim, M. A., "An Economic Design of Cumulative Charts to Control Non-Normal Process Means" Computer and Industrial Engineering, Vol.6, pp.118, 1982
- [13] McWilliams, Thomas P. "Economic Control Chart Designs and the In-Control Time Distribution: A Sensitivity Study." Journal of Quality Technology Vol. 21, No. 2, pp.103-110, 1989.
- [14] Parkhideh, Behrooz, and Kenneth E. Case. "The Economic Design of a Dynamic X-Control Chart." IIE transactions Vol. 21, No. 4, pp.313-323, 1989.
- [15] Rahlm, M. A. "Economic Model of X-Chart under Non-normality and Measurement Errors." Computers & operations research Vol. 12, No. 3, pp.291-299, 1985
- [16] Saniga, E., and Shirland, L., "Quality Control in Practice: A Survey", Quality Progress, Vol. 10, pp.30-33, 1977
- [17] Shaniga, E. M. "Joint Economically Optimal Design of \bar{X} and R Control Charts", Management Science, Vol. 24, No. 04, 1978.
- [18] Thomas J. Lorenzen and lonnie C. Vance, "The Economic Design fo Control Charts: A Unified Approach", Technometrics, Vol. 28, No. 1, pp.3-10, 1986.
- [19] Taylor, H. W., "The Economic Design of Cumulative Sum Control Charts", Technometrics, Vol.10, No. 3, pp.479-488, 1968.