

## 다중 경로 매칭 퍼스UIT 알고리즘

\*임채희    \*\*권석범    \*\*\*심병호

고려대학교

\*chlim@isl.korea.ac.kr    \*\*sbkwon@isl.korea.ac.kr    \*\*\*bshim@korea.ac.kr

### Multipath Matching pursuit

\*Lim, Chae-Hee    \*\*Kwon, Seok-Beop    \*\*\*Shim, Byong-Hyo

Korea University

#### 요약

Sparse한 신호 복원 방법으로 underdetermined system에서 greed 알고리즘은 간결함과 낮은 복잡도로 인해 활발히 연구되고 있다. 이에 본 논문은 기존 greed 알고리즘 기법에서 iteration 마다 다중 경로를 이용하여 스파스 신호를 복원하는 개선된 알고리즘을 제안한다. 모의 실험을 통해 제안된 알고리즘이 기존의 greedy 알고리즘보다 좋은 복원 성능을 가짐을 확인할 수 있다.

### 1. 서론

최근 신호처리에서 underdetermined system에서 sparse한 신호 추정방법으로 l1-minimization을 이용한 compressive sensing (CS)을 소개[1]되고 연구되고 있다. CS와 함께 underdetermined system에서 sparse한 신호 추정방법으로 단순하면서도 좋은 성능을 보여주는 다양한 greedy 알고리즘들도 활발히 개발되고 있다[2]. Matching pursuit (MP)은 greed 알고리즘의 대표적인 알고리즘으로 orthogonal matching pursuit (OMP), compressive sampling matching pursuit (CoSaMP), stagewise orthogonal matching pursuit (StOMP)등과 같은 알고리즘으로 개선되었다[3,4,5].

본 논문은 OMP의 iteration 단계에서 다중 경로를 이용하여 sparse 신호 복원 성능분석을 기존 OMP, StOMP, CoSaMP 방법과 함께 모의 실험을 통해 비교 및 확인해본다. 논문의 구성은 OMP에서 매 iteration시 N개의 다중 경로를 확장하는 알고리즘에 대해 간단히 정리 후, 모의 실험을 통해 성능을 확인한다.

### 2. 알고리즘

Sparse한 신호와 sensing matrix를  $\mathbf{x}$ ,  $\Phi$ 라 하면 관측치는 다음과 같다.

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \tag{1}$$

관측치와 sensing matrix,  $\Phi$ 를 이용하여 Sparse 신호,  $\mathbf{x}$ 를 복원하는 방법으로 OMP의 iteration 단계에서 후보 support를 유지하는 기법(MMP)은 기존 OMP 기법이 iteration 마다 가장 큰 correlation 관계를 가지는 support를 선택하는 것과 달리, support 선택에 있어 N

개의 다중 경로를 확장하여 마지막 K iteration에서 가장 작은 잔차(residual)를 가지는 support 집합을 선택한다. 그림 1은 iteration 마다 2개씩 다중경로를 확장하는 그림으로, 1 iteration에서는 가장 큰 상관도를 가진  $\phi_2$ 와  $\phi_9$ 를 이용하여 다중 경로 ( $S_{(1)}$ )를 구성하였다. 다음으로  $\phi_2$ 와  $\phi_9$ 를 기반으로  $\{\phi_1, \phi_2\}$ ,  $\{\phi_2, \phi_3\}$ ,  $\{\phi_4, \phi_9\}$  그리고  $\{\phi_9, \phi_{10}\}$ 를 확장하였다.

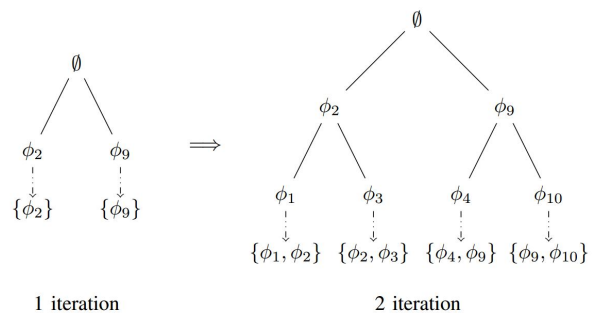


그림 1 다중 경로를 이용한 매칭 퍼스UIT 알고리즘

OMP의 경우, 그림 1에서 가장 큰 상관도를 가진  $\phi_2$ 를 선택한 후,  $\phi_1$ 를 선택하여 support  $\{\phi_1, \phi_2\}$ 만을 선택하지만 MMP는 K iteration까지 다중 경로를 확장하고 유지한 후, 최소 잔차를 가지는 support 집합을 선택하기 때문에 OMP에 비해 더 다양한 행렬 형태와 sparse 신호를 복구 할 수 있다. 다음의 표 1에 제안하는 MMP 알고리즘을 요약하였다.

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원(No. 2012R1A2A2A01047510)과 방송통신위원회의 원천기술개발사업의 연구결과로 수행되었음(KCA-2012-12-911-01-110).

표 1 다중 후보 매칭 퍼스 알고리즘

```

Input :
  관측치 :  $y$ 
  Sensing 행렬 :  $\Phi$ 
  Sparsity :  $K$ 
  다중경로 support set 확장 값 :  $N$ 
Initialize:
   $S_{(0)} = \emptyset$ 
for  $k=1, \dots, K$ 
  for  $A_k \in S_{(k)}$ 
     $r_{A_k} = y - \Phi' x_k$ 
     $\Phi_A = \arg \max_{|A|=N} |\Phi' r_{A_k}|$ 
    for  $\phi_i \in \Phi_A$ 
       $S_c = A_k \cup \phi_i$ 
       $S_{(k+1)} = S_{(k+1)} \cup S_c$ 
    end
  end
end
end

 $A_{K'} = \arg \min_{A \in S_{(K')}} |r_A|$ 
 $\hat{x} = \arg \min |y - \Phi_{A_K} x|$ 
  
```

### 3. 모의실험 결과

모의실험에서는 MuCaMP의 성능 확인을 위해 제안하는 MMP 기법과  $\ell_1$ -최소화 기법 (BP), OMP, StOMP, 그리고 CoSaMP 기법을 비교 실험하였다. 모의실험에는 가우스 분포로 이루어진  $100 \times 256$  크기의 1000 가지 관측행렬과 가우스 분포 값으로 구성된 스파스신호를 사용하였다. 실험결과로 잡음이 없는 경우는 완벽 복원 성능 (Exact recovery ratio; ERR)를 사용하였고, 잡음이 있는 경우는 MSE (mean square error)를 사용하였다.

MMP의 반복과정에서 선택하는 support의 크기(N)는 4, 8인 경우에 대해 실험을 수행하였고, MMP의 수행시간을 줄이기 위해 반복과정마다 다중 경로의 개수를 8로 제한하였다. MMP가 선택하는 support의 크기와 최대 다중 경로의 개수를 N과 L로 표기하였다. StOMP 방식은 두 가지 threshold 방법, false alarm rate (FAR)과 false discovery rate (FDR)중 조금 더 성능이 우수한 FAR기법에 대해 실험을 수행하였다.

그림 2은 완벽 복원 성능 실험의 결과로 x축은 sparsity 단계, y축은 완벽 신호 복원율을 의미한다.

그림 2에서 OMP는 크기가 256인 신호에 대해 약 12개의 영 아닌 신호까지는 완벽한 복원을 할 수 있으나 sparsity 단계가 14이 넘어가면서 복원율이 감소하였고, CoSaMP, StOMP와  $\ell_1$ -최소화 알고리즘은 24개의 sparsity 단계까지 완벽히 신호를 복원 할 수 있는 것을 확인할 수 있다. MMP 역시 24개의 sparsity 단계까지 완벽히 신호를 복원할 수 있고 34개의 sparsity 단계부터 다른 방법들에 비해 ERR이 천천히 떨어짐을 확인할 수 있다.

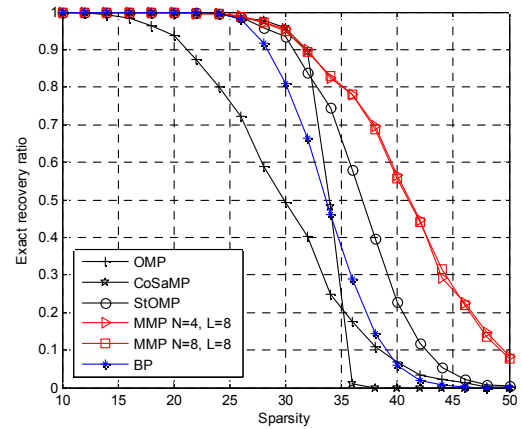


그림 2 Exact recovery ratio for CS algorithms

그림 3 그리고 4는 잡음이 있는 상황에서 영이 아닌 신호의 개수가 14 그리고 28일 때의 MSE 성능결과로서 x축은 SNR, y축은 MSE를 나타낸다. 그림 3에서 OMP와 MMP가 잡음이 심할 경우에는 동일한 MSE 성능을 보여주고, 잡음이 약할 경우에는 MMP의 성능이 좋을 수 있다. CoSaMP와 StOMP 기법보다 MSE 성능이 좋았다. 그림 4에서는 MMP가 다른 기법들보다 좋은 성능을 보임을 알 수 있다. 영이 아닌 신호의 개수가 28은 그림 3의 ERR성능에서 ERR 값이 OMP는 낮고, CoSaMP 그리고 StOMP은 떨어지기 시작하는 부분이다. 잡음이 없는 경우 ERR값은 MMP와 다른 기법들이 비슷했지만, 잡음이 있는 경우 MSE값은 MMP가 다른 기법들보다 우수함을 알 수 있다.

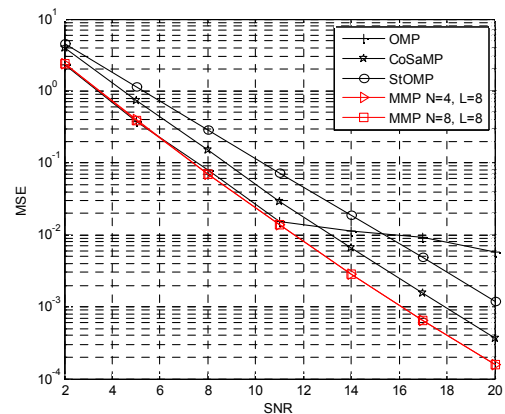


그림 3 영이 아닌 신호의 개수가 14일 때, MSE 성능

### 4. 결론

본 논문은 OMP에서 iteration마다 후보 support를 유지하는 MMP 알고리즘을 소개하고 실험적인 방법으로 sparse한 신호 복원 성능을 분석해보았다. 분석 결과 MMP알고리즘은 ERR 관점(noiseless)에서 CoSaMP, StOMP와 비슷한 성능을 보이고, MSE 관점(noisy)에서 다른 greedy 알고리즘들보다 높은 신호 복원성능을 보여주었다.

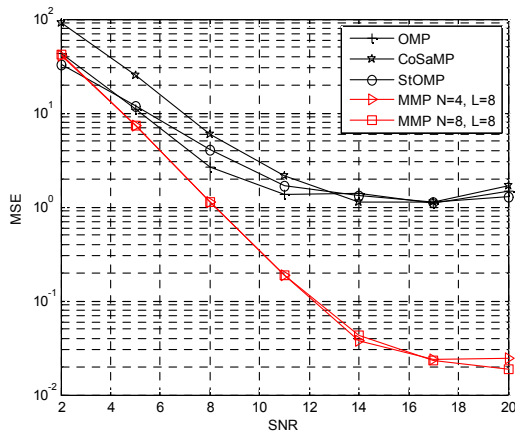


그림 4 영이 아닌 신호의 개수가 28일 때, MSE 성능

## 참고문헌

- [1] Candes, E.J. and Wakin, M.B., "An Introduction To Compressive Sampling" *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 25, no. 2, pp. 21 - 30, 2008.
- [2] Tropp, J.A., "Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation" *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 50, no. 10, pp. 2231 - 2242, 2004.
- [3] Tropp, J.A. and Gilbert, A.C., "Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655 - 4666, 2007.
- [4] Needell, D. and Tropp, J.A., "CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples" *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 26, no. 3, pp 301-321, 2009
- [5] Donoho, D. L., Tsaig, Y., Drori, I., and Starck, J. L., "Sparse Solution of Underdetermined Systems of Linear Equations by Stagewise Orthogonal Matching Pursuit," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 58, no. 2, pp. 1094 - 1121, 2012.