

## 후보 support를 이용한 직교 매칭 퍼스웃 알고리즘

\*권석범 \*\*박정용 \*\*\*임채희 \*\*\*\*심병효

고려대학교

\*sbkwon@isl.korea.ac.kr \*\*jypark@isl.korea.ac.kr \*\*\*chlim@isl.korea.ac.kr \*\*\*\*bshim@korea.ac.kr

### Orthogonal matching pursuit via candidate supports

\*Kwon, Seok-Beop \*\*Park, Jung-Yong \*\*\*Lim, Chae-Hee \*\*\*\*Shim, Byong-Hyo

Korea University

### 요약

Sparse한 신호 복원 방법으로 underdetermined system에서  $l_1$ -minimization을 이용한 compressive sensing의 연구와 함께,  $l_1$ -minimization비해 간단한 greed 알고리즘도 활발히 연구되고 있다. 이에 본 논문은 greed 알고리즘의 대표적인 orthogonal matching pursuit기법에서 iteration 마다 후보 support를 유지하는 알고리즘을 연구한다. 모의 실험을 통해 OMP의 iteration 단계에서 하나의 support만 선택하는 것보다 후보 support를 유지하는 것이 sparse 신호를 복원하는 경우는 OMP와 비슷한 성능을 보이지만 덜 sparse한 신호복원에서는 더 좋은 성능을 보임을 확인 할 수 있다.

### 1. 서론

최근 신호처리에서 underdetermined system에서 sparse한 신호 추정방법으로  $l_1$ -minimization을 이용한 compressive sensing (CS)을 소개[1]되고 연구되고 있다. CS와 함께 underdetermined system에서 sparse한 신호 추정방법으로 단순하면서도 좋은 성능을 보여주는 다양한 greedy 알고리즘들도 활발히 개발되고 있다[2]. Matching pursuit (MP)은 greed 알고리즘의 대표적인 알고리즘으로 orthogonal matching pursuit (OMP), compressive sampling matching pursuit (CoSaMP), stagewise orthogonal matching pursuit (StOMP)등과 같은 알고리즘으로 개선되었다[3,4,5].

본 논문은 OMP의 iteration 단계에서 후보 support 유지함으로써 sparse 신호 복원 성능분석을 기존 OMP, StOMP, CoSaMP 방법과 함께 모의 실험을 통해 비교 및 확인해본다. 논문의 구성은 OMP에서 매 iteration시  $N$ 개의 후보 support를 유지하는 알고리즘에 대해 간단히 정리 후, 모의 실험을 통해 성능을 확인한다.

### 2. 알고리즘

Sparse한 신호와 sensing matrix를  $x, \Phi$ 라 하면 관측치는 다음과 같다.

$$y = \Phi x \tag{1}$$

관측치와 sensing matrix,  $\Phi$ 를 이용하여 Sparse 신호,  $x$ 를 복원하는 방법으로 OMP의 iteration 단계에서 후보 support를 유지하는 기법(COMP)은 기존 OMP 기법이 iteration 마다 가장 큰 correlation

관계를 가지는 support를 선택하는 것과 달리  $N$ 개의 support를 후보군으로 유지하여 마지막  $K$  iteration에서 가장 작은 잔차 (residual)를 가지는 support 집합을 선택한다. 그림 1에서와 같이 Init 상태에서  $\phi_{11}, \phi_{1n}, \dots, \phi_{1N}$ 의 support들을 후보군으로 유지하고 해당 후보 support에서 각각  $\phi_{2,1}, \dots, \phi_{2,N}$  후보 support로 확장한다.

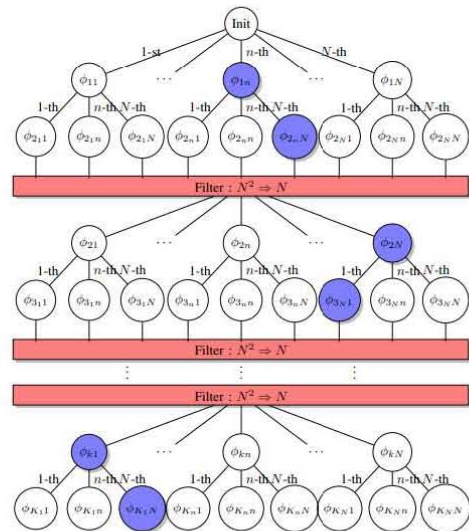


그림 1 후보 support를 이용한 OMP

OMP의 경우, 그림 1에서  $\phi_{11}, \phi_{2,1}, \dots, \phi_{K,1}$ 의 support들만 선택하지만 COMP는  $K$  iteration까지 일정 크기 ( $N$ ) 후보군을 유지한 후, 최소 잔차를 가지는 support 집합을 선택하기 때문에 OMP에 비해 더 다양한 matrix형태와 sparse 신호를 복구 할 수 있다.

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원 (No.2010-0012525)과 '2단계 BK21사업'의 지원을 받아 수행된 연구임.

### 3. 모의실험 결과

기존 OMP와 CoSaMP 알고리즘들과 COMP의 성능비교를 위해, 크기가 256인 원신호를 크기가 100인 관측값으로 원신호를 복원하는 모의실험을 하였다. 추정된 신호의 정확도와 복잡도를 평가하기 위해 exact recovery ratio (ERR)과 mean square error (MSE)를 비교하였다. MSE 성능 비교는 sparse 신호의 sparsity에 따른 영향을 확인하기 위해 sparsity (K)가 14와 30인 경우로 나누었고 계산량의 이유로 COMP이 후보 support의 개수는 4로 유지하였다.

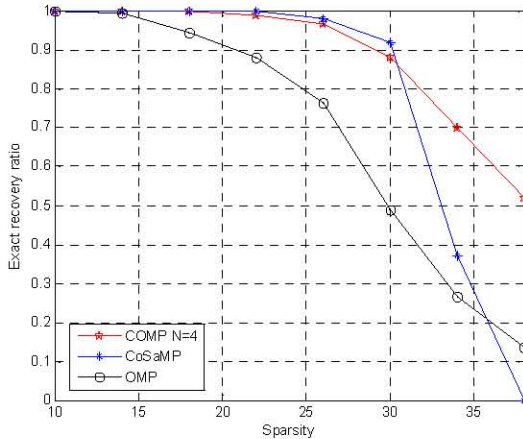


그림 2 Sparsity (K)에 따른 완벽복원 성능

그림 2에서 OMP의 경우, sparsity (K)가 14인 지점부터 ERR 성능이 낮아지지만, CoSaMP와 COMP의 경우 sparsity (K)가 26일 때까지 ERR 성능 유지됨을 알 수 있다.

그림 3과 그림 4은 sparsity (K)가 14와 30인 경우로 500가지의 Gaussian random 행렬을 이용한 MSE 결과 값들의 평균을 나타낸 결과로 x축은 SNR, y축은 MSE를 의미한다.

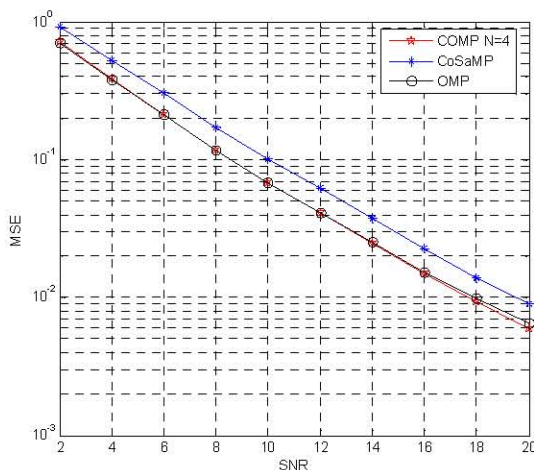


그림 3 Sparsity (K)가 14일 때. SNR에 따른 알고리즘들의 MSE 값

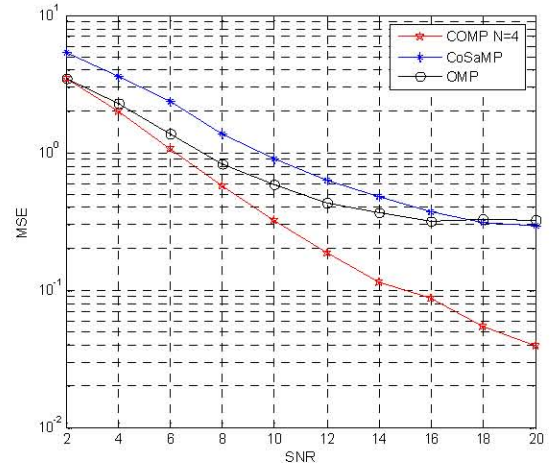


그림 4 Sparsity (K)가 30일 때. SNR에 따른 알고리즘들의 MSE 값  
Sparsity가 높은 경우, 그림 3의 경우는 알고리즘간의 성능차이가 크지 않음을 확인할 수 있지만, sparsity가 낮은 경우, 그림 4에서는 SNR이 좋을수록 COMP가 OMP에 비해 신호복원 성능이 좋아지고 CoSaMP보다 좋음을 확인할 수 있다. 특히 OMP의 경우, 높은 SNR의 경우 CoSaMP와 비슷한 성능을 보이는데, OMP가 그림 2에서와 같이 sparsity가 낮은 신호의 경우 복원성능이 낮기 때문에 나타난 현상으로 분석된다.

### 4. 결론

본 논문은 OMP에서 iteration마다 후보 support를 유지하는 COMP 알고리즘을 소개하고 실험적인 방법으로 sparse한 신호 복원 성능을 분석해보았다. 분석 결과 COMP알고리즘은 ERR 관점(noiseless)에서 CoSaMP와 비슷한 성능을 보이고, MSE 관점(noisy)에서 OMP와 CoSaMP보다 높은 신호 복원성능을 보여주었다.

### 참고문헌

- [1] Candes, E.J. and Wakin, M.B., "An Introduction To Compressive Sampling" *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 25, no. 2, pp. 21 - 30, 2008.
- [2] Tropp, J.A., "Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation" *IEEE Trans. Inform Theory*, vol. 50, no. 10, pp. 2231 - 2242, 2004.
- [3] Tropp, J.A. and Gilbert, A.C., "Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit," *IEEE Trans. Inform Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655 - 4666, 2007.
- [4] Needell, D. and Tropp, J.A., "CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples" *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 26, no. 3, pp 301-321, 2009
- [5] Donoho, D. L., Tsaig, Y., Drori, I., and Starck, J. L., "Sparse Solution of Underdetermined Systems of Linear Equations by Stagewise Orthogonal Matching Pursuit," *IEEE Trans. Inform Theory*, vol. 58, no. 2, pp. 1094 - 1121, 2012.