

이레이저 현상이 발생하는 방송 시스템에서 공간 다중화 기법을 위한 선부호기 개발

*김세영, 이진, 김홍중, 정태진, **김대진

전남대학교

*seyoung55@daum.net **djinkim@chonnam.ac.kr

Development of a Precoder for Spatial Multiplexing Scheme in the Erasure Broadcasting System

*Kim, Se Young Lee, Jin Kim, Hong Joong Jung, Tae Jin **Kim, Dae Jin

Chonnam National University

요약

단일 주파수 방송 시스템에서 이레이저 현상이 생길 경우 기존의 공간 다중화 기법은 큰 성능 저하가 발생한다. 이에 본 논문에서는 라이시안 이레이저 페이딩 채널 환경에서 기존의 2x2 공간 다중화 기법에 직교 선부호기를 직렬 연결한 공간 다중화 기법의 성능을 분석하고, 수신 SER 성능을 최대화하는 선부호기 최적화를 수행한다. 전산 실험 결과, Rician 이레이저 페이딩 채널 환경에서 최적의 선부호화 공간 다중화 기법은 수신단에서 성상 모호성을 줄여 기존의 공간 다중화 기법에 비하여 우수한 성능 향상을 보였다.

1. 서론

MIMO(Multiple Input Multiple Output) 시스템은 다수의 송·수신 안테나를 사용하여 데이터 전송률 향상이나 다이버시티 이득을 얻는 기술로 현재 다양한 고속 및 이동 시스템에 적용되고 있다. 특히 공간 다중화(Spatial Multiplexing, SM) 기법[1]은 각 송신 안테나를 통하여 독립적인 데이터를 동시에 전송함으로써 한정된 주파수 자원 내에서 데이터 전송률을 향상시킬 수 있어 고속 데이터 전송 시스템에서 사용되고 있다.

하지만 기존의 이동 통신 분야에서 개발된 SM 기법을 방송 시스템에 적용할 경우 고려해야 될 사항들 중 하나로 단일 주파수 망(Single Frequency Network, SFN) 환경에서 발생할 수 있는 이레이저(Erasure) 현상[2]이다. 기존의 SFN 환경에서 음영 지역을 없애기 위해 각 송신국들이 동일한 신호를 동시에 전송[3]하게 되는데 이로 인하여 수신단에서는 두 수신 신호의 간섭이 발생하여 신호가 사라지는 이레이저 현상이 발생한다. 이러한 신호의 사라짐은 SM 기법의 성능을 크게 저하시킬 것이다.

이러한 이유로 본 논문에서는 LoS(Line - of - Sight) 신호가 존재하는 Rician 이레이저 채널 환경에서 논문 [4]에서 제안된 선부호화 SM 기법에 대한 성능 실험을 수행하고 여러 가지 채널 변수 값들에 대하여 사용된 선부호기의 최적화 작업을 수행하고자 한다. 전산 실험 결과, 최적화된 선부호기를 사용할 경우 선부호화 SM 기법은 기존의 SM 기법에 대하여 수신단에서 추가로 다이버시티 이득을 획득하여 수신단에서 큰 성능 향상이 있음을 확인할 수 있었다.

2. 시스템 모델

본 논문에서는 시스템 구조로 그림 1과 같은 논문 [4]에서 제안된 2x2 선부호화 SM 기법을 고려하고자 한다.

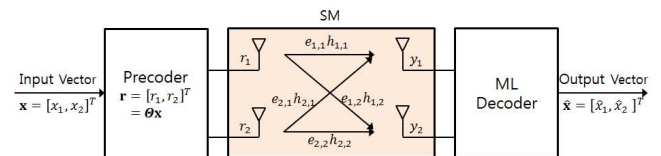


그림 1. 선부호화 SM 송수신 구조[4]

먼저 그림 1의 송신기는 두 개의 QAM 변조 신호들로 구성된 입력 벡터 $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T$ 를 2x2 선부호기인 Θ 에 곱하여 새로운 선부호화 된 송신 벡터 $\mathbf{r} = [r_1, r_2]^T$ 를 발생시킨다. 여기에서 사용된 선부호기는 성상간의 거리를 일정하게 하는 아래와 같은 직교 행렬[4]이다.

$$\Theta = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (1)$$

이와 같이 발생된 두 개의 선부호화 된 송신 신호 r_1 과 r_2 는 기존의 SM 기법과 동일하게 2개의 송신 안테나를 통하여 각각 전송되며, 독립적인 채널을 통과한 후 2개의 수신 안테나에 수신된다. 이때 수신된 벡터 $\mathbf{y} = [y_1, y_2]^T$ 는 아래와 같다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{r} + \mathbf{n} \quad (2)$$

여기서 $H = \begin{bmatrix} e_{1,1}h_{1,1} & e_{2,1}h_{2,1} \\ e_{1,2}h_{1,2} & e_{2,2}h_{2,2} \end{bmatrix}$ 는 2x2 채널 행렬로서 $e_{i,j}$ 는 i 번째 송신 안테나와 j 번째 수신 안테나 사이의 이레이저 값으로, P_e 확률로 0과 $(1-P_e)$ 확률로 1을 갖는 i.i.d.(independent and identically distributed) 이산 확률 분포[2,4]를 갖고 P_e 는 최대 15%이다. 또한 $h_{i,j}$ 는 i 번째 송신 안테나와 j 번째 수신 안테나 사이의 Rician 페이딩 값으로 다음과 같이 주어진다.

$$h_{i,j} = \sqrt{\frac{K}{K+1}} h_d + \sqrt{\frac{1}{K+1}} h_s \quad (3)$$

위 수식에서 K 는 Rician K 값을 나타내고, h_d 는 LoS에 의한 채널 성분이며 h_s 는 산란파에 의한 채널 성분이다. 본 논문에서는 h_d 의 값으로 1을, h_s 의 값으로 실수와 허수 부분이 각각 0의 평균값과 0.5의 분산값을 가지는 i.i.d 가우시안 확률 분포를 사용하였다. 그리고 $\mathbf{n} = [n_1, n_2]^T$ 는 노이즈 벡터로, n_i 는 i 번째 수신 안테나의 i.i.d AWGN 샘플 값이며 실수와 허수 부분이 각각 $N_0/2$ 의 양방향 전력 밀도를 갖는다.

마지막으로 수신단에서는 채널 행렬 H 값을 완벽히 안다는 가정으로 모든 가능한 송신 신호 행렬들 중 수식 (2)의 \mathbf{y} 와 최소 유클리드 거리에 있는 신호 벡터 $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2]^T$ 을 선택하는 다음과 같은 ML(Maximum Likelihood) 복호를 수행한다.

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - H\mathbf{x}\|^2 \quad (4)$$

3. 직교 선부호기 최적화

이번 장에서는 Rician 이레이저 페이딩 채널 환경에서 수식 (1)의 직교 선부호기 내 θ 에 대한 최적화 작업을 수행하고자 한다.

먼저 본 논문에서는 이와 같은 θ 의 최적화 작업을 간편하게 하기 위하여 변조방식으로 4-QAM을 사용하도록 하겠다. 또한 2개의 수신 안테나들의 독립성과 대칭성을 고려할 때 특정 수신 안테나의 성능을 최적화하는 θ 는 당연히 전체 수신 성능을 최적화함을 추측할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 수신 복조 시 아래 수식과 같은 첫 번째 수신 안테나 신호만을 이용하도록 하겠다.

$$y_1 = e_{1,1}h_{1,1}r_1 + e_{2,1}h_{2,1}r_2 + n_1 \quad (5)$$

$$= e_{1,1}h_{1,1}(\cos(\theta)x_1 + \sin(\theta)x_2) + e_{2,1}h_{2,1}(-\sin(\theta)x_1 + \cos(\theta)x_2) + n_1 \quad (6)$$

다음으로 수식 (6)을 보면 수신 신호는 두 이레이저 페이딩 ($e_{1,1}, e_{2,1}$) 값에 따라 총 4가지, 즉 (1,1), (1,0), (0,1), (0,0)의 경우들이 발생하며, 따라서 이레이저 확률 값이 P_e 일 경우 y_1 신호 복조에 의한 평균 SER(Symbol Error Rate) 값인 P_s 는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$P_s = (1-P_e)^2 P_{s,(1,1)} + (1-P_e)P_e P_{s,(1,0)} + P_e(1-P_e) P_{s,(0,1)} + P_e^2 P_{s,(0,0)} \quad (7)$$

여기서 $P_{s,(a,b)}$ 는 ($e_{1,1} = a, e_{2,1} = b$)인 경우의 평균 SER 값이다.

본 논문에서는 θ 의 최적화 방법으로 먼저 수식 (7)내 각 이레이저 경우에 대한 $P_{s,(a,b)}$ 를 최소화하는 θ 를 고찰한 뒤, 이 결과들을 바탕으로 평균 SER인 P_s 를 최소화하는 θ 를 구하고자 한다.

◆ ($e_{1,1} = 1, e_{2,1} = 1$)일 경우의 SER : $P_{s,(1,1)}$

이 경우의 페이딩 채널은 이레이저 현상이 전혀 발생하지 않는 환경이 되며 따라서 수식 (6)은 아래와 같이 정리된다.

$$y_1 = (h_{1,1}\cos(\theta) - h_{2,1}\sin(\theta))x_1 + (h_{1,1}\sin(\theta) + h_{2,1}\cos(\theta))x_2 + n_1 \quad (8)$$

$$= h'_{1,1}x_1 + h'_{2,1}x_2 + n_1 \quad (9)$$

수식 (8) 내 두 채널 값, $h_{1,1}, h_{2,1}$ 은 수식 (3)과 같이 K 값을 포함한 Rician 확률 분포를 갖는다. 하지만 수식 (9) 내의 실제 채널 값, $h'_{1,1}, h'_{2,1}$ 은 θ 값에 의하여 $h_{1,1}, h_{2,1}$ 과 다른 확률 분포를 갖게 되며 따라서 θ 값에 의하여 성능 차이가 발생하게 됨을 유추할 수 있다. 즉 K 값에 따라 θ 의 최적 값은 변하게 되며, 따라서 본 논문에서는 우선적으로 두 가지 특별한 경우, $K=0$ 과 $K=\infty$ 인 경우에 대하여 θ 의 최적 값을 알아보도록 하겠다.

먼저 $K=0$ 일 경우, $h_{1,1}, h_{2,1}$ 이 Rayleigh 채널이며 직교 선부호기의 특징으로 실제 채널 값 $h'_{1,1}, h'_{2,1}$ 은 $h_{1,1}, h_{2,1}$ 과 동일한 i.i.d. Rayleigh 확률 분포를 보이게 되고, 따라서 모든 θ 에 대하여 동일한 성능을 갖게 된다.

다음으로 $K=\infty$, 즉 채널 값이 LoS 신호($h_{1,1} = h_{2,1} = 1$)만 존재할 경우 수식 (9)를 정리하면 다음과 같다.

$$y_1 = (\cos(\theta) - \sin(\theta))x_1 + (\cos(\theta) + \sin(\theta))x_2 + n_1 \quad (10)$$

$$= s_1(x_1, x_2) + n_1 \quad (11)$$

수식 (10)을 보면 수식 (9)의 페이딩 채널은 단순 AWGN 채널 환경으로 변화했고, 이 경우의 수신 성능은 수식 (11) 내 최종 신호 $s_1(x_1, x_2)$ 가 어떠한 신호 성상 형태를 갖느냐에 의해 결정된다. 따라서 2개의 4-QAM 신호들로 구성된 $s_1(x_1, x_2)$ 의 성상 모호성을 최대한 줄이는 최적의 성상 구조는 총 16개의 성상들 중 임의의 두 성상간의 최소 유클리드 거리를 최대화하는 성상 구조, 즉 16-QAM 성상 구조를 가져야 한다.

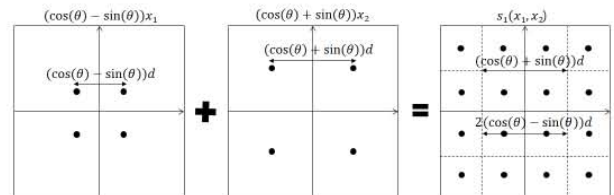


그림 2. $s_1(x_1, x_2)$ 의 성상 구조

그림 2는 최소 성상 거리 d 를 가지는 두 4-QAM 신호 x_1 과 x_2 에 의하여 발생된 $s_1(x_1, x_2)$ 의 성상 구조를 보여 준다. 따라서 $K=\infty$ 일 경우 최적의 θ 값은 그림 2의 $s_1(x_1, x_2)$ 가 16-QAM 성상 구조를 갖는 값일 것이며 이에 대한 유도는 다음과 같다.

$$2(\cos(\theta) - \sin(\theta))d = (\cos(\theta) + \sin(\theta))d \quad (12)$$

$$\Leftrightarrow \tan(\theta) = 1/3 \quad (13)$$

$$\Leftrightarrow \theta = \tan^{-1}(1/3) \approx 18.5^\circ \quad (14)$$

그림 3은 $K=0, 2, 10, \infty$ 일 경우 θ 값에 따른 수식 (9)의 평균 SER인 $P_{s,(1,1)}$ 의 전산 실험 결과를 보여 준다. 여기에서 θ 값은 1° 씩 변화시키면서 실험을 수행하였다.

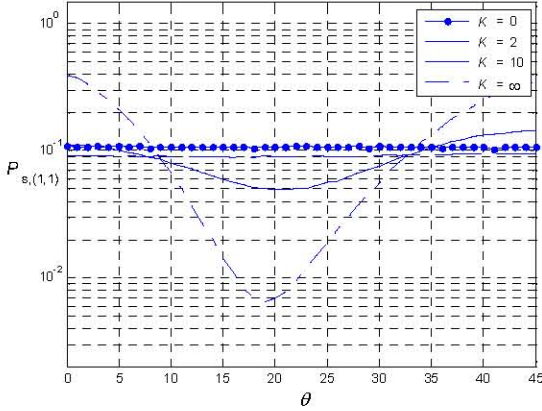


그림 3. θ 에 따른 $P_{s,(1,1)}$ ($E_s/N_0 = 12\text{dB}$)

그림 3의 결과를 보면, $K=0$ 일 경우 앞에서 언급한 대로 수신 성능은 θ 값에 영향을 받지 않음을 확인할 수 있다. 하지만 $K=\infty$ 일 경우에는 수식 (14)와 같이 $\theta = \tan^{-1}(1/3)$ 일 경우 가장 좋은 성능을 보임을 확인할 수 있으며, 다른 K 값들에서는 최적 각도가 $\tan^{-1}(1/3)$ 보다 약간 커짐을 확인할 수 있다.

◆ ($e_{1,1} = 1, e_{2,1} = 0$) 일 경우의 SER : $P_{s,(1,0)}$

이 경우에 대하여 수식 (6)을 재정리하면 아래와 같다.

$$y_1 = h_{1,1}(\cos(\theta)x_1 + \sin(\theta)x_2) + n_1 \quad (15)$$

$$= h_{1,1}s_2(x_1, x_2) + n_1 \quad (16)$$

수식 (15)를 보면 최종 채널 환경은 더 이상 두 개의 안테나 채널 환경이 아닌 $h_{1,1}$ 만 존재하는 단일 페이딩 채널 환경으로 변하게 된다. 따라서 이 경우의 최고의 수신 성능은 논문 [4]에서 분석한대로 $s_2(x_1, x_2) = \cos(\theta)x_1 + \sin(\theta)x_2$ 신호가 16-QAM의 성상을 갖는 각도인

$$\theta = \tan^{-1}(1/2) \approx 26.5^\circ \quad (17)$$

일 경우이다.

◆ ($e_{1,1} = 0, e_{2,1} = 1$) 일 경우의 SER : $P_{s,(0,1)}$

이 경우 역시 앞에서 언급한 $P_{s,(1,0)}$ 과 동일한 분석 방법으로 아래 수식 (18) 내 $s_3(x_1, x_2) = -\sin(\theta)x_1 + \cos(\theta)x_2$ 신호가 16-QAM 성상을 가지게 하는 θ 가 최적의 각도이며 따라서 $P_{s,(1,0)}$ 일 경우와 동일한 최적 각도 $\theta = \tan^{-1}(1/2)$ 을 갖게 된다.

$$y_1 = h_{2,1}(-\sin(\theta)x_1 + \cos(\theta)x_2) + n_1 \quad (18)$$

$$= h_{2,1}s_3(x_1, x_2) + n_1 \quad (19)$$

◆ ($e_{1,1} = 0, e_{2,1} = 0$) 일 경우의 SER : $P_{s,(0,0)}$

이 경우에는 입력 벡터 \mathbf{x} 값이 모두 이레이저에 의하여 사라지게 되며 수신단에는 오직 노이즈만 존재하게 된다. 따라서 수신 성능은 θ 값과 전혀 무관하게 된다.

지금까지 총 4 가지 이레이저 경우들에 대하여 θ 에 대한 성능 변화를 알아보았다. 이 결과들을 바탕으로 수식 (7)의 평균 SER인 P_s 를 최소화하는 최적의 θ 값을 정리하면 다음과 같다.

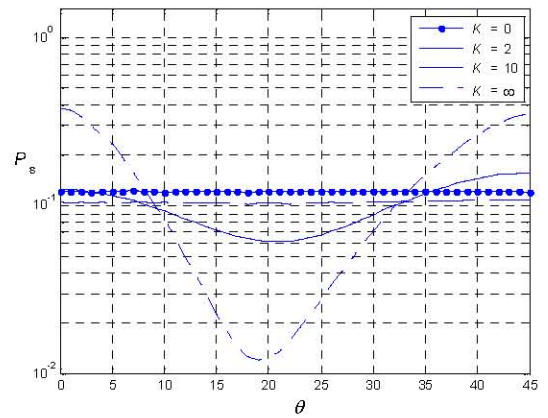
$$\begin{aligned} \theta_{opt} &= \min_{\theta} [P_s] \\ &= \min_{\theta} [(1-P_e)^2 P_{s,(1,1)} + (1-P_e)P_e P_{s,(1,0)} \\ &\quad + P_e(1-P_e)P_{s,(0,1)} + P_e^2 P_{s,(0,0)}] \quad (20) \end{aligned}$$

$$= \min_{\theta} [(1-P_e)^2 P_{s,(1,1)} + 2(1-P_e)P_e P_{s,(1,0)}] \quad (21)$$

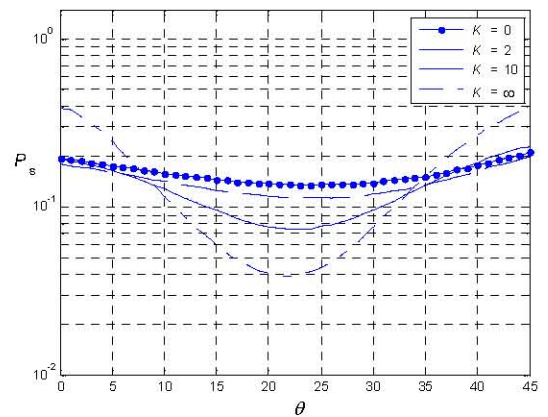
$$= \min_{\theta} [(1-P_e)P_{s,(1,1)} + 2P_e P_{s,(1,0)}] \quad (22)$$

먼저 수식 (21)의 유도는 $P_{s,(1,0)}$ 과 $P_{s,(0,1)}$ 이 θ 에 의하여 동일한 성능을 가짐을 이용하였는데 이는 수식 (16) 내 $s_2(x_1, x_2)$ 와 수식 (19) 내 $s_3(x_1, x_2)$ 가 θ 에 의하여 동일한 성상 구조를 가지기 때문이다. 또한 $P_{s,(0,0)}$ 은 θ 에 따른 SER 변화가 발생하지 않으므로 θ_{opt} 를 구하는데 생략할 수 있다. 따라서 최종 수식 (22)를 보면, P_e 값이 0에 가까워지면 θ_{opt} 는 $P_{s,(1,1)}$ 을 최소화하는 값, 즉 수식 (14)의 18.5° 에 근접한 값을 가지며, 다음으로 P_e 값이 증가하면 θ_{opt} 는 $P_{s,(1,0)}$ 을 최소화하는 값, 즉 수식 (17)의 26.5° 로 가까워짐을 유추할 수 있다.

아래 그림 4는 $P_e = 0, 15\%$, $K=0, 2, 10, \infty$ 일 경우 θ 값에 따른 수식 (7)의 평균 SER, P_s 를 구한 전산 실험 결과이다.



(a) $P_e = 0\%$ (non-erasure)



(b) $P_e = 15\%$

그림 4. θ 에 따른 P_s ($E_s/N_0 = 12\text{dB}$)

그림 4의 실험 결과를 보면, 유추한대로 $P_e = 0\%$ 인 경우 θ_{opt} 는 그림 3의 $P_{s,(1,1)}$ 을 최소화하는 값, 18.5° 와 가까운 값을 가짐을 확인할 수 있으며, 또한 $P_e = 15\%$ 일 경우에는 그림 4의 $P_{s,(1,0)}$ 을 최소화하는 값, 26.5° 로 가까워짐을 확인할 수 있다. 특히 그림 3에서 보았듯이 $P_{s,(1,1)}$ 은 K 값에 따라 최적 θ 값이 조금씩 변하므로 최종 θ_{opt} 값은 K 와 P_e 값에 따라 18.5° 에서 26.5° 사이의 값들을 가지게 된다. 표 1은 여러 가지 K 와 P_e 값들에 대해 θ 의 간격을 0.1° 로 수행했을 경우 구해진 θ_{opt} 값들이다.

표 1. K , P_e 값들에 따른 θ_{opt} ($E_s/N_0 = 12\text{dB}$)

$K \backslash P_e$	0%	5%	10%	15%
0	—	25.3°	25.4°	25.5°
2	22.6°	23.1°	23.6°	24.2°
10	20.8°	21.2°	22.6°	23.1°
∞	18.5°	19.5°	20.6°	22.0°

4. 전산 실험 결과

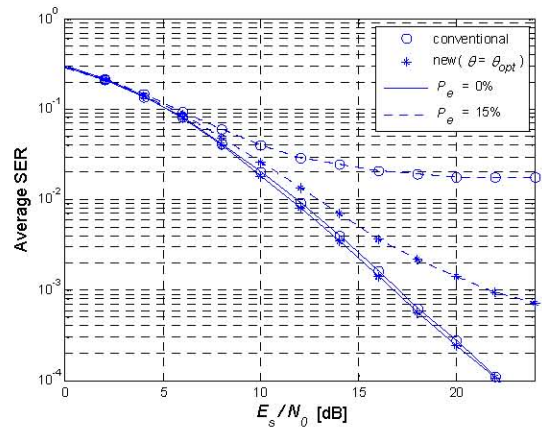
이번 장에서는 Rician 이레이저 페이딩 채널 환경에서 4-QAM 변조 방식일 경우 그림 1의 선부호화 SM 기법과 기존 SM 기법[1]의 성능 결과를 보인다. 선부호기에서 사용된 θ 는 표 1에서 구한 θ_{opt} 를 사용하였다. 그리고 채널 변수 값으로 $K=2, 10$ 과 $P_e=0, 15\%$ 를 사용하였다.

먼저 그림 5(a)는 $K=2$ 일 경우, 이레이저가 발생하지 않은 $P_e=0\%$ 에서 θ_{opt} 를 적용한 선부호화 기법과 기존의 SM 기법을 비교하면 거의 동일한 성능을 보임을 알 수 있다. 그러나 이레이저가 발생하는 $P_e=15\%$ 에서는 선부호화 기법이 우수한 성능 향상을 보였다. 이러한 성능 향상은 이레이저에 의하여 임의의 채널 경로 하나가 사라지더라도 선부호기에 의하여 x_1 과 x_2 가 다른 수신 신호에 의해 복원 가능하기 때문이다.

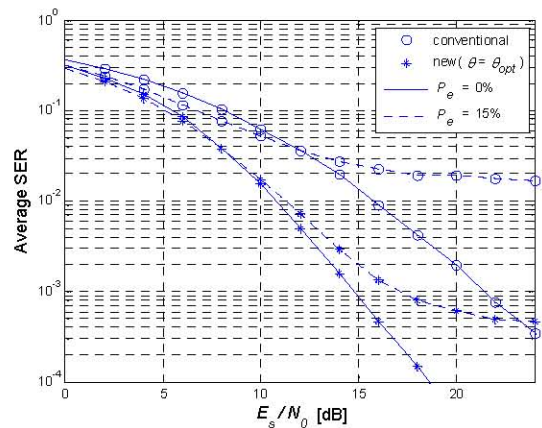
다음으로 그림 5(b)의 $K=10$ 일 경우, 그림 5(a)에서의 마찬가지로 θ_{opt} 를 적용한 선부호화 기법이 기존의 SM 기법보다 우수한 성능 향상을 보였다. 특히 이레이저가 발생한 $P_e=15\%$ 에서뿐만 아니라 $P_e=0\%$ 에서도 성능 향상이 있었는데, 이는 그림 3에서 확인할 수 있듯이 Rician 페이딩 채널 환경에서는 선부호기의 사용이 수신 신호의 성상 모호성을 줄여 이레이저가 없는 환경에서도 성능을 향상시키기 때문이다.

5. 결론

본 논문에서는 Rician 이레이저 페이딩 채널 환경에서 기존의 2x2 SM 기법에 직교 선부호기를 직렬 연결한 시스템 구조의 성능을 전산 실험을 통해 분석하고 선부호기의 최적화 작업을 수행하였다. 실험 결과 Rician 이레이저 페이딩 채널 환경에서 최적의 선부호화 SM 기법은 우수한 성능 향상을 보였다.



(a) $K=2$



(b) $K=10$

그림 5. Average SER(4-QAM)

ACKNOWLEDGMENT

본 연구는 지식경제부 및 한국산업기술평가관리원의 산업원천기술개발사업(정보통신)의 일환으로 수행되었습니다. [10039199, 인 지품질 기반 스케일러블 3D 비디오 코덱 핵심 기술 연구]

참 고 문 헌

- [1] G. J Foschini and M Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas," *Wireless Pers. Commun.*, Vol.6, pp.311-335, Mar. 1998.
- [2] C. A. Nour and C. Douillard, "Rotated QAM constellation to improve BICM performance for DVB-T2," *IEEE 10th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Application: ISSSTA'08*, Bologna, Italy, pp.354-359.
- [3] 박성익, 음호민, 이용태, 김홍목, 서재현, 김형남, 김승원, "ATSC 지상파 디지털 TV 방송의 단일 주파수 망 구성을 위한 등화형 디지털 동일 채널 증계기", *방송공학회논문지*, 제9권 제4호, pp.371-383, 2004.
- [4] 김호준, 김준호, 정태진, 김철성, "Erasure 페이딩 채널 환경에서 새로운 공간 다중화 기법", *한국통신학회논문지*, Vol.35, No.11, pp.1045-1050, 2010.