

# 패턴면의 plunge grinding chatter 의 비선형 해석

## A nonlinear analysis on the chatter vibration of the plunge grinding process of patterned surface

\*정지현<sup>1</sup>, 김필기<sup>1</sup>, #석종원<sup>2</sup>

\*Jeehyun Jung<sup>1</sup>, Pilkee Kim<sup>1</sup>, #Jongwon Seok (seokj@cau.ac.kr)<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 중앙대학교 기계공학부 대학원, <sup>2</sup> 중앙대학교 기계공학부

Key words : plunge grinding, chatter vibration, nonlinear analysis

### 1. 서론

연삭가공을 포함한 대부분의 공작기계를 이용한 가공 과정에서 발생하는 채터 진동(chatter vibration)은 가공물의 표면 품질을 떨어뜨리고, 공작 기계의 수명을 단축시키는 문제를 발생시킨다. 이에 따라 이들 시스템의 안정성 해석에 대한 여러 연구가 수행되어 왔다. [1-2] 한편, 공작물 표면이 매끄럽지 않은 경우 이러한 채터 진동의 해석은 좀 더 복잡해지게 되는데, 아직까지 이러한 문제에 대한 연구는 그 문제의 복잡성으로 인해 많이 수행되지 않고 있다. 따라서 본 연구에서는 이처럼 공작물 표면에 사인 형태의 패턴이 있는 경우에 대한 안정성 해석을 수행했다.

### 2. 운동 방정식

Fig. 1 과 같이, 연삭 슯돌과 표면에 사인 형태의 패턴이 새겨져 있는 공작물을 각각 1 자유도 진동계로 고려했을 때, 다음과 같은 운동방정식을 세울 수 있다.

$$m_1 \ddot{x} + c_1 \dot{x} + k_1 x = -F_N, \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{y} + c_2 \dot{y} + k_2 y = F_N, \quad (2)$$

여기서  $F_N$  은 절삭력을 의미하고, 이 절삭력은 다음과 같다. [3]

$$F_N = \begin{cases} K_{S1} \gamma \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{2\epsilon_0 - 1} \delta(x, y, x_n, y_n)^{\epsilon_0} D^{1-\epsilon_0} & \text{if } \delta > 0 \\ 0 & \text{if } \delta \leq 0 \end{cases}, \quad (3)$$

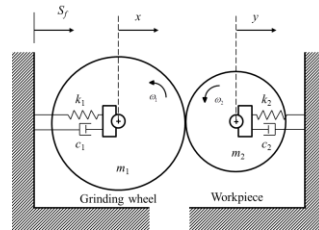


Fig. 1 Cylindrical transverse grinding system model

이 식을 무차원화 하고 정적 평형점에서 forcing term 을 Taylor series expansion 하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{x}_g + 2\zeta_1 \dot{x}_g + x_g + \hat{F} \xi_d = -\hat{\epsilon}_{11} \xi_d^2 - \hat{\epsilon}_{12} \xi_d^3, \quad (4)$$

$$\ddot{x}_w + 2\zeta_2 \rho \dot{x}_w + \rho^2 x_w - (\rho^2 / \kappa) \hat{F} \xi_d = (\rho^2 / \kappa) (\hat{\epsilon}_{11} \xi_d^2 + \hat{\epsilon}_{12} \xi_d^3), \quad (5)$$

$$\hat{F} = \epsilon_0 \bar{K}_N (r \bar{\delta}_j)^{\epsilon_0 - 1}, \quad (6)$$

$$\hat{\epsilon}_{11} = \hat{F} \frac{(\epsilon_0 - 1)}{2r}, \quad (7)$$

$$\hat{\epsilon}_{12} = \hat{F} \frac{(\epsilon_0 - 1)(\epsilon_0 - 2)}{6r^2}, \quad (8)$$

$$\xi_d = x_g - x_{g_n} - (x_w - \alpha x_{w_2}) + A_p \sin \tilde{\omega}_p \tilde{t} - (1 - \alpha) A_p \sin \tilde{\omega}_p (\tilde{t} - \tilde{\tau}_2), \quad (9)$$

여기서  $r = (1 - (1 - \alpha)q)$  이고,  $A_p$  는 패턴의 진폭을,  $\tilde{\omega}_p$  는 패턴의 주기를 나타낸다. 식 (4)-(10)에서 사용된  $x_g$  와  $x_w$  는 각각 static equilibrium point 에 대한 grinding wheel 과 workpiece 의 무차원화된 위치를 나타내고, 이들을 이용하여 state vector 를 정의하면 다음과 같은 state equation 을 얻을 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}(\tilde{t}) - \mathbf{A}\mathbf{x}(\tilde{t}) - \mathbf{B}\mathbf{x}(\tilde{t} - \tilde{\tau}_1) - \mathbf{C}\mathbf{x}(\tilde{t} - \tilde{\tau}_2) = \mathbf{F}_N, \quad (10)$$

여기서,  $\mathbf{x} = [\dot{x}_g, x_g, \dot{x}_w, x_w]^T = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ .

### 3. Linear stability analysis

본 시스템의 비선형 해석에 앞서, 패턴이 없는 경우에 대한 선형 안정성 해석을 수행하였다. 식 (10)의 선형화된 식은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}}(\tilde{t}) - \mathbf{A}\mathbf{x}(\tilde{t}) - \mathbf{B}\mathbf{x}(\tilde{t} - \tilde{\tau}_1) - \mathbf{C}\mathbf{x}(\tilde{t} - \tilde{\tau}_2) = 0. \quad (11)$$

시스템의 선형 안정성은 식 (11)에 대해 고유치 해석을 함으로써 구할 수 있다. 식 (11)과 같이 주어진 식 delay differential equation의 특성방정식은 익히 알려진 것처럼 “quasi-polynomial”의 형태로 나타난다. [4]

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} - e^{-\lambda \tilde{\tau}_1} \mathbf{B} - e^{-\lambda \tilde{\tau}_2} \mathbf{C}| = 0. \quad (12)$$

식 (12)는 무한개의 고유치  $\lambda$ 를 갖게 되기 때문에, 시스템의 안정성을 판단하기 위해선 유효하게 사용되는 고유치의 범위를 결정해야만 한다. 이에 따라 본 연구에서는 선형화된 식 (11)을 이용하여 initial feed rate인  $\tilde{S}_f$ 에 따른 유효한 고유치의 영역을 확정하는 방법을 고안해 내었고, 이를 적용하여 linear stability boundary를 구할 수 있었다.

### 4. 패턴면의 chatter vibration

공작물에 있는 패턴 형상이 시스템의 비선형 거동에 어떤 영향을 주는지 알아보기 위해, 우선 패턴이 없는 경우에 대한 bifurcation analysis를 harmonic balance method를 이용하여 수행하였다. 이를 통해  $A_p = 0$ 인 경우의 super-critical limit cycle을 구하였고, 이렇게 구한 limit cycle solution과  $A_p$ 가 0이 아닌 경우의 limit cycle solution을 비교하였다. Fig. 2의  $\sigma$ 는 limit cycle의 주파수에 대한 패턴 주기의 편차를 의미하고, Amplitude는 시스템의 거동을 나타내는 여러 주파수 성분 중 패턴의 주기에 해당하는 주파수 성분의 진폭을 나타낸다. Fig. 2를 보면, 패턴의 주기와 limit cycle의 주파수의 크기가 일치할 때 Amplitude 값이 최대값을 갖게 됨을 알 수 있는데, 이는 패턴으로 인해 시스템에 가진이 되고,  $\sigma$ 가 0인 경우엔 공진의 효과가 일어나기 때문에 발생하는 특징임을 알 수 있다.

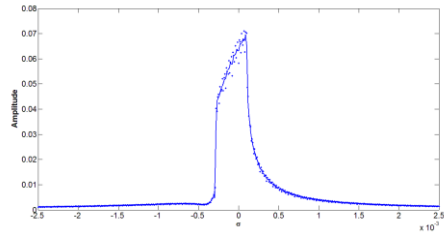


Fig. 2 Fundamental harmonic amplitude deviations from the no patterned surface case

### 4. 결론

본 연구에서는 패턴면의 연삭 공정에서 발생하는 chatter 진동에 대한 안정성 해석을 수행하였다. 이를 통해 패턴 형상이 limit cycle의 주파수와 근접한 주기로 배치될 경우, chatter 진동의 진폭이 크게 증가함을 알 수 있다.

### 후기

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2011-0013249).

### 참고문헌

1. Tobias, S.A., “Machine Tool Vibration”, Blackie, London, 1965.
2. Chung, K., Liu, Z., “Nonlinear analysis of chatter vibration in a cylindrical transverse grinding process with two time delays using a nonlinear time transformation method,” Non-linear Dyn., **66(4)**, 441-456, 2011.
3. Werner, G., “Influence of work material on grinding forces,” CIRP Ann. **27(1)**, 243-248, 1978.
4. Michiels, W., Niculescu, S. I., “Stability and stabilization of time-delay systems: An eigenvalue-based approach”, SIAM, Philadelphia, 2007.