

# Homogenization 기법을 이용한 복합재료 구조물의 유효물성치 평가

## Evaluation of the Equivalent Material Properties for Composite Structures using Homogenization Method

\*#이승표<sup>1</sup>, 하성규<sup>1</sup>

\*S. P. Lee(chrisl@hanyang.ac.kr)<sup>1</sup>, #S. K. Ha<sup>1</sup>

<sup>1</sup>한양대학교 기계공학과

Key words : Homogenization method, Equivalent material properties, Composite structure

### 1. 서론

복합재료 구조물은 적층각도(layup angle)와 체적비(volume fraction,  $V_f$ ) 등의 물성치 변경을 통한 강성 설계가 용이하며, 비강도 및 비강성이 우수하여 여러 산업 분야에 폭 넓게 적용되고 있다. 이러한 복합재료 구조물의 거동에 대한 연구는 크게 거시적인 접근법(macroscopic approach)과 미시적인 접근법(microscopic approach)으로 나눌 수 있다. 거시적인 접근법은 두 재료가 혼합된 물성치를 이용하는데 비하여 미시적인 접근법은 섬유(matrix)와 기지(fiber)의 각 물성치를 각각 고려하여 전체 구조물의 거동을 해석하는 방법으로, 최근에는 미시적인 접근법에 대한 연구가 활발히 진행 중이다.

본 연구에서는 미시적인 접근법 중 하나인 Homogenization 기법을 적용하여 복합재료 구조물의 유효물성치(equivalent material properties)를 평가하였다. 이를 위하여 square type의 단위 셀(unit cell)을 정의하고, 정의된 단위 셀에 대하여 섬유와 기지의 각 물성치를 고려하여 전체 단위 셀의 유효물성치를 계산하였다. Homogenization 기법의 유효성을 검증하기 위하여 혼합법칙(Rule-of-mixture, ROM) 결과와 비교하였다. 이 결과로부터 본 논문에서 제안된 Homogenization 기법을 이용하면 복합재료 구조물의 유효물성치를 구할 수 있음을 확인하였다.

### 2. Homogenization 이론<sup>(1)</sup>

일반적인 탄성론 문제에서 변위,  $u_i^\varepsilon(\mathbf{x})$ 를 two-length scale,  $\varepsilon$ 에 대하여 asymptotic series 전개를 하면 다음과 같다.

$$u_i^\varepsilon(\mathbf{x}) = u_i^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon u_i^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots \quad (1)$$

여기서,  $\varepsilon$ 은 global coordinate  $x_i$ 와 local coordinate  $y_i$ 의 비로서 식 (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$\varepsilon = \frac{x_i}{y_i} \quad (2)$$

식 (1)을 displacement-strain 관계식과 generalized Hooke's law에 대입하면  $\varepsilon$ 에 대한 방정식을 얻을 수 있다.  $\varepsilon$ 가 0으로 접근할 때 asymptotic series approximation이 성립하기 위하여  $\varepsilon$ 에 대한 방정식의 각각의 계수들은 0이 되어야 한다는 조건으로부터 다음의 세 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial y_j} D_{ijkl} \frac{\partial u_k^{(0)}}{\partial y_l} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} D_{ijkl} \frac{\partial u_k^{(0)}}{\partial y_l} + \frac{\partial}{\partial y_j} D_{ijkl} \left( \frac{\partial u_k^{(0)}}{\partial x_l} + \frac{\partial u_k^{(1)}}{\partial y_l} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} D_{ijkl} \left( \frac{\partial u_k^{(0)}}{\partial x_l} + \frac{\partial u_k^{(1)}}{\partial y_l} \right) \quad (5)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y_j} D_{ijkl} \left( \frac{\partial u_k^{(1)}}{\partial x_l} + \frac{\partial u_k^{(2)}}{\partial y_l} \right) + f_i = 0$$

식 (4)의 해는 수치적으로 구할 수 없기 때문에 characteristic function,  $\chi_i^{kl}$ 을 포함하는

다음과 같은 형태를 갖는다고 가정한다.

$$u_i^{(1)} = -\chi_i^{kl} \frac{\partial u_k^{(0)}}{\partial x_l} + \tilde{u}_i^{(1)}(\mathbf{x}) \quad (6)$$

식 (6)을 식 (5)에 대입하여 정리하면 식 (7)과 같고, 이로부터  $u_i^{(2)}$ 에 대한 해를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} D_{ijmn}^H \frac{\partial u_m^{(0)}}{\partial x_n} + f_i = 0 \quad (7)$$

여기서, 등가 물성치 tensor  $D_{ijmn}^H$ 는 아래와 같다.

$$D_{ijmn}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y \left[ D_{ijkl} - D_{ijpq} \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \right] dy \quad (8)$$

### 3. 유효물성치 평가

위에서 언급한 Homogenization 기법을 square type 단위 셀에 적용하였다. 섬유와 기지의 물성치는 Table 1과 같으며, Homogenization 기법으로 얻은 유효물성치는 Table 2와 같다( $V_f=0.3$ ).

Homogenization 기법의 유효성을 검증하기 위하여 체적비를 0.1~0.7까지 변경하면서 혼합법칙 결과와 비교하였다. 비교 결과 중에서 normalized  $\bar{E}_{11}$ 의 결과를 Fig. 1에 나타내었다. Fig. 1에서 알 수 있듯이 Homogenization 기법의 결과와 ROM의 결과가 매우 잘 일치하며, 이로부터 Homogenization 기법을 이용하면 유효물성치를 계산할 수 있음을 알 수 있다.

Table 1 Material properties for fiber and matrix

	Fiber	Matrix
$E_x$	303.4 GPa	3.3 GPa
$E_y$	15.2 GPa	-
$G_{xy}$	9.7 GPa	-
$\nu_{12}$	0.2	0.35
$\nu_{23}$	0.2	-

Table 2 Equivalent material properties

	Equivalent material properties
$\bar{E}_{11}$	92.3 GPa
$\bar{E}_{22}$	5.5 GPa
$\bar{G}_{12}$	2.0 GPa
$\bar{G}_{23}$	1.7 GPa
$\bar{\nu}_{12}$	0.3
$\bar{\nu}_{23}$	0.4

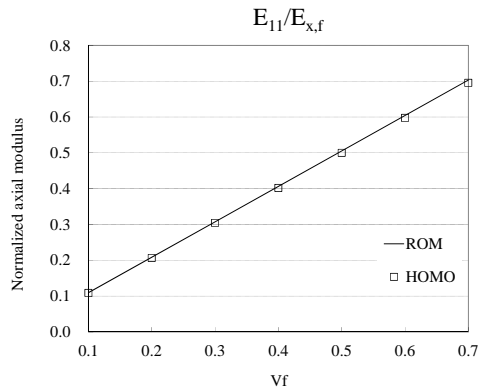


Fig. 1 Comparison of the normalized equivalent material properties for  $\bar{E}_{11}/E_{x,f}$

### 4. 결론

본 연구에서는 Homogenization 기법을 이용하여 복합재료 구조물의 유효물성치를 계산하였다. 제안된 Homogenization 기법의 유효성을 검증하기 위하여 ROM 결과와 비교하였고, 그 결과 본 논문에서 제안하는 Homogenization 기법을 이용하면 유효물성치를 계산할 수 있음을 알 수 있다.

### 참고문헌

1. Lee, S.P., Kim, J.H., Kim, D.J., and Ha, S.K., "Numerical analysis of dielectric ceramic and void containing Ni electrode layers of multilayer ceramic capacitors," JCM, online, 2012.