

회전 크레인의 동적 모델링

The Dynamic Modeling of Rotary Crane

*이종규¹, #양승한², 이상룡², 이춘영²

*J. G. Lee¹, #S. H. Yang(syang@knu.ac.kr)², S. R. Lee², C. Y. Lee²

¹경북대학교 기계연구소, ² 경북대학교 기계공학부

Key words : Rotary Crane, Dynamic Modeling

1. 서론

항만이나 건설현장 등과 같은 작업장에서 크고 무거운 화물을 운송하는 회전 크레인은 크레인의 회전운동 때문에 줄에 연결된 화물은 흔들림과 비틀림이 발생하는 복잡한 진자운동을 한다.

본 연구에서는 회전 크레인의 동적 모델링으로부터 유도된 비선형 운동방정식 및 변형된 운동방정식을 이용하여 화물의 흔들림과 비틀림 사이의 관계를 검토하려고 한다.

2. 회전 크레인의 모델링

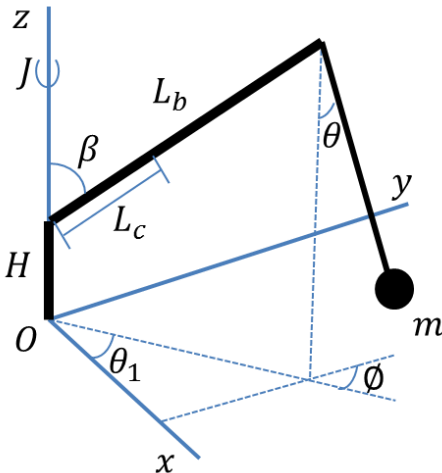


Fig. 1 Rotary crane

Fig. 1 에서 나타낸 회전 크레인에서 화물의 위치는 다음과 같다.

$$X = L_{\beta} \cos \theta_1 + L \sin \theta \cos(\theta_1 + \phi)$$

$$Y = L_{\beta} \sin \theta_1 + L \sin \theta \sin(\theta_1 + \phi)$$

$$Z = H + L_b \cos \beta - L \cos \beta$$

여기서, $L_{\beta} = L_b \sin \beta$

크레인의 운동방정식은 라그랑지 함수를 이용하며 그 함수는 크레인의 운동에너지와 위치에너지를 적용하여 구하며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} LF = & \frac{1}{2}mL^2\{\dot{\theta}^2 \cos^2 \theta + (\dot{\theta}_1 + \dot{\phi})^2 \sin^2 \theta\} \\ & + mL L_{\beta} \dot{\theta}_1 \{(\dot{\theta}_1 + \dot{\phi}) \sin \theta \cos \phi + \dot{\theta} \cos \theta \sin \phi\} \\ & + \frac{1}{2}I_a \dot{\phi}^2 \cos^2 \theta + \frac{1}{2}I_t (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) \\ & + \left(\frac{1}{2}mL_{\beta}^2 + J\right) \dot{\theta}_1^2 - m_b g(H + L_c \cos \beta) \\ & - mg(H + L_b \cos \beta - L \cos \theta) \end{aligned}$$

이 함수를 이용하여 유도한 크레인의 라그랑지 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \{J + m(L^2 \sin^2 \theta + L_{\beta}^2 + 2LL_{\beta} \sin \theta \cos \phi)\} \ddot{\theta}_1 \\ & + m(L^2 \sin^2 \theta + LL_{\beta} \sin \theta \cos \phi) \ddot{\phi} \\ & + mL L_{\beta} (\dot{\phi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \theta \sin \phi) \ddot{\theta} \\ & + 2mL^2 \dot{\theta} (\dot{\theta}_1 + \dot{\phi}) \sin \theta \cos \theta \\ & + mL L_{\beta} (\dot{\theta}_1 + \dot{\phi}) (\dot{\theta} \cos \theta \cos \phi - \dot{\phi} \sin \theta \sin \phi) \\ & + mL L_{\beta} \dot{\theta}_1 (\dot{\theta} \cos \theta \cos \phi - \dot{\phi} \sin \theta \sin \phi) = T_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & mL(L + L_{\beta} \sin \theta \cos \phi) \ddot{\theta}_1 \\ & + \{(mL^2 + I_t) \sin^2 \theta + I_a \cos^2 \theta\} \ddot{\phi} \\ & + 2mL^2 \dot{\theta} (\dot{\theta}_1 + \dot{\phi}) \sin \theta \cos \theta \\ & + mL L_{\beta} \dot{\theta}_1^2 \sin \theta \sin \phi + 2(I_t - I_a) \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta = 0 \end{aligned}$$

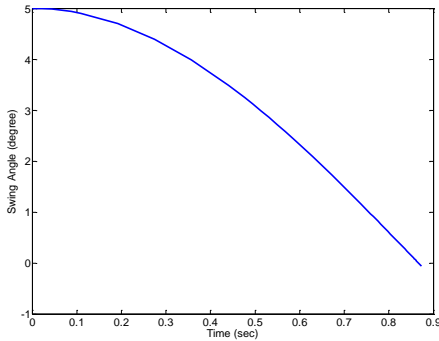
$$mLL_{\beta} \cos \theta \sin \phi \ddot{\theta}_1 + (mL^2 \cos^2 \theta + I_t) \ddot{\theta} - mL^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\phi})^2 \sin \theta \cos \theta - mLL_{\beta} \dot{\theta}_1^2 \cos \theta \cos \phi (I_a - I_t) \dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta + mgL \sin \theta = 0$$

또한 화물의 흔들림이 억제가 되면 비틀림은 화물운송에 영향을 주지 않는 것으로 가정하면 크레인의 운동방정식은 다음과 같이 변형된다.

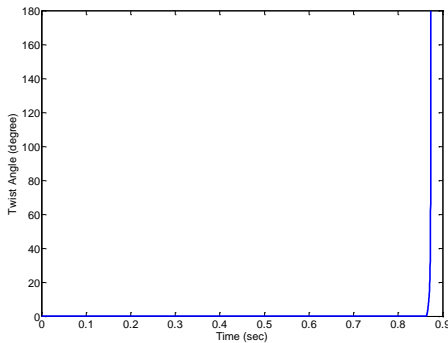
$$\{J + m(L^2 \sin^2 \theta + L_{\beta}^2 + 2LL_{\beta} \sin \theta)\} \ddot{\theta}_1 + 2mL^2 \dot{\theta}_1 \sin \theta \cos \theta + mLL_{\beta} \dot{\theta}_1 \dot{\theta} \cos \theta + mLL_{\beta} \dot{\theta}_1 \dot{\theta} \cos \theta = T_1$$

$$(mL^2 \cos^2 \theta + I_t) \ddot{\theta} - mL^2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta \cos \theta - mLL_{\beta} \dot{\theta}_1^2 \cos \theta + mgL \sin \theta = 0$$

3. 시뮬레이션



(a) Response of swing angle



(b) Response of twist angle

Fig. 2 Response of rotary crane

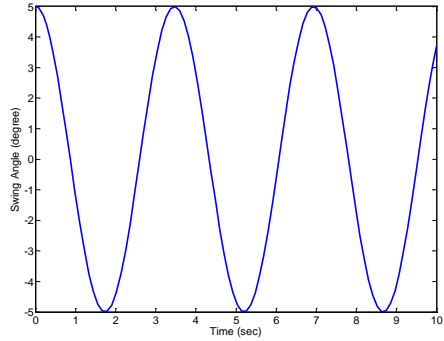


Fig. 3 Response of modified rotary crane

회전 크레인의 응답은 Fig. 2 와 Fig. 3 에 나타난 것으로 입력토크를 영으로 하고 흔들림과 비틀림의 초기값에 따른 결과를 나타낸다. Fig. 2 는 비틀림의 영향으로 흔들림은 진동하지 않고, Fig. 3 은 비틀림의 영향을 받지 않아서 흔들림은 진동하지 않는다.

4. 결론

화물의 비틀림이 흔들림에 영향을 주고 있는 것을 알 수 있으며, 비틀림의 어떠한 성분이 흔들림에 더 큰 영향을 미치는지를 연구가 진행되어야 할 것이다.

후기

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 대학중점연구소지원사업으로 수행된 연구임(2012-0005856)

참고문헌

1. 박운환, 이재원, 노상현, 윤지섭, 박병석, "등가입력성형기를 이용한 크레인의 잔류진동 제어," 한국 정밀공학회지, **19**, 135-142, 2002.
2. 김영복, "Gain-Scheduling 기법을 이용한 크레인의 흔들림 제어에 관한 연구," 한국 정밀공학회지, **18**, 53-64, 2001.