

헬름홀츠 공명기 배열에 따른 배관 내 음향학적 특성 변화에 관한 연구

On the Effect of Resonator Arrangement on Acoustic Field inside Circular Pipe

이 승 하† · 김 노 성*
 S.-H. Lee, N.-S. Kim

1. 서 론

최근에는 다수의 공명기들을 배열시켜서 관심 주파수 밴드에서의 흡차음성능을 향상 시키기 위한 연구가 진행되었다. 참고문헌[1]에서는 등가 임피던스 방법과 전달함수 합성법을 이용하여 다수의 공명기가 배관에 부착되었을 때, 원하는 주파수 대역에서 높은 투과 손실을 얻기 위한 공명기 배열 방법론을 제시하였다. 참고문헌[2]에서는 평면 내 다수의 공명기가 배열될 때, 공명기 간의 상호 방사 임피던스가 공명 주파수와 흡음 성능에 영향을 미치므로 공명기 배열 시 고려되어야 하는 인자임을 지적하였다.

본 연구에서는, 배관 측면에 다수의 공명기가 배열된 경우, 배관 내부 음장을 참고문헌[3]의 해석적 방법을 이용하여 표현하고 공명기 간의 상호 방사 임피던스를 표현한다.

2. 음장 정식화와 공명기 간의 상호 작용

2.1 문제 정의

그림 2.1과 같이 반경이 R_C 이고 배관 끝($z=L$) 은 임의 임피던스(Z_T)로 표현되는 원형 배관 측면에 공명기 목 내부의 유체속도가 V_i 인 다수(I 개)의 공명기가 배치되어 있고 $z=0$ 인 지점에 V_{in} 인 속도로 조화 진동하는 강체 피스톤에 의해 배관 내에

형성되는 음장($p(\vec{r})$)을 생각한다. $p(\vec{r})$ 는 $z=0$ 인 입구면에서 $S_{in} : \partial p / \partial r |_{z=0} = V_{in} f_{in}(r, \theta, 0)$, 공명기 입구면에서는 $S_i : \partial p / \partial r |_{r=R_i} = V_i f_i(R_i, \theta, z)$, $z=L$ 인 배관 끝에서는 임의의 경계조건과 함께 $S_T : \partial p / \partial z |_{z=L} = p(r_T) / Z_T$ 를 만족 시켜야 한다.

2.2 Green 함수를 이용한 음장 정식화

상기 경계 조건을 만족하는 내부 음장($p(\vec{r})$)은 Neumann 경계조건을 만족하는 Green 함수($G_N(\vec{r}|\vec{r}_T)$)와 Kirchhoff-Helmholtz 적분 방정식으로 표현되며 다음과 같이 나누어 생각할 수 있다.

$$p_{IN}(\vec{r}) = p_{in}(\vec{r}) - \frac{j\omega\rho}{4\pi} \int_{S_T} G_N(\vec{r}|\vec{r}_T) \frac{p_{IN}(\vec{r}_T)}{Z_T} dS_T \tag{2.1}$$

$$p_R(\vec{r}) = \sum_{i=1}^I p_{R,i}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^I \left\{ p_i(\vec{r}) - \frac{j\omega\rho}{4\pi} \int_{S_T} G_N(\vec{r}|\vec{r}_T) \frac{p_{R,i}(\vec{r}_T)}{Z_T} dS_T \right\} \tag{2.2}$$

여기서 p_{in} 과 $p_{R,i}$ 는 강체 경계조건에서 각각 피스톤과 i 번째 공명기에 의해 배관 내 형성된 음장이고, 마지막 항들은 $z=L$ 에서의 경계조건(Z_T)에 의해 배관 내 형성된 음장이다.

2.3 고유함수들의 계수

식(2.1), 식(2.2)을 풀기 위해 Neumann 경계조건을 만족하는 반경, 원주, 길이 방향 모드함수들($H_{mnp}(\vec{r})$)과 모드 계수($A_{mnp}^{IN}, A_{mnp}^{R,i}$)들의 조합으로 해를 가정하고 식(2.1), 식(2.2)에 대입한 후 모드함수들의 직교성을 이용하여 모드 계수들을 정리한다

† 교신저자; 정회원, 대우조선해양㈜
 E-mail : seunghabird@dsme.co.kr
 Tel : 055-680-5555, Fax : 055-680-7238
 * 대우조선해양㈜

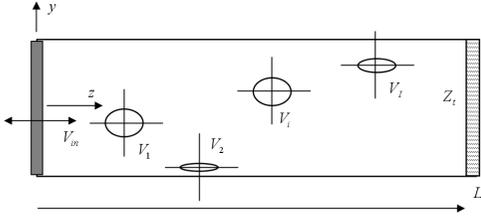


Figure 2.1 Pipe with resonator inlet velocities

후 p 요소들에 대해 정리하면 다음과 같이 행렬식으로 표현 가능하다.

$$\mathbf{T}_{mn} \mathbf{A}_{mn}^{IN} = \mathbf{S}_{mn} V_{in} \quad \text{식(2.3)}$$

$$\mathbf{T}_{mn} \mathbf{A}_{mn}^{R,i} = \mathbf{R}_{mn}^i V_i \quad \text{식(2.4)}$$

여기서,

$$\mathbf{T}_{mn} = \sum_s \left\{ \delta_{s,p} + \frac{j\omega\rho}{Z_T} \frac{\varepsilon_p (-1)^{p+s}}{L(k_{mnp}^2 - k^2)} \right\} \quad \text{식(2.5)}$$

와 같다. 여기서 행렬 \mathbf{T}_{mn} 은 $P \times P$ 행렬이고 \mathbf{A}_{mn}^{IN} , \mathbf{R}_{mn}^i , $\mathbf{A}_{mn}^{R,i}$, \mathbf{S}_{mn} 은 $P \times 1$ 행렬이다. 식(2.3), 식(2.4)는 m, n 에 따라 만족되어야 한다. m, n 에 따라 \mathbf{T}_{mn} 의 역행렬을 구하면 모드함수의 계수들 (\mathbf{A}_{mn}^{IN} , $\mathbf{A}_{mn}^{R,i}$)을 구할 수 있다(\mathbf{R}_{mnp}^i , \mathbf{S}_{mnp} 에 대한 자세한 유도과정은 참고문헌[3]참조).

\mathbf{T}_{mn} 에는 모드 간의 연성을 나타내는 비 대각항이 존재한다. 배관 끝 경계조건이 강제인 경우에는 비 대각항들이 모두 0이 되므로 모드 간의 연성을 고려할 필요가 없지만, 강제 조건이 아닌 임의의 경계조건에 대해서는 모드 간의 연성을 고려해야 한다.

2.4 공명기 입구 속도와 상호 방사 임피던스

j 번째 공명기 입구에서 음압($p(\vec{r})$)은 공명기 입구 속도($V_j \cos(\theta - \theta_{c,j})$)와 입구 임피던스($z(\vec{r}_j)$)에 의해 $p(\vec{r}) = V_j \cos(\theta - \theta_{c,j}) z_j(\vec{r})$ 의 관계를 가진다. j 번째 공명기 입구에 대한 공간 평균 값을 구하면,

$$\bar{p}_j = \bar{p}_{j,IN} + \sum_{i=1}^J \bar{p}_{j,i} = \rho c \bar{\zeta}_j V_j \quad \text{식(2.6)}$$

와 같으며 이를 정리하면,

$$\sum_{i=1}^J (\rho c \bar{\zeta}_i \delta_{i,j} - E_{j,i}) V_i = E_{j,IN} V_{in} \quad \text{식(2.7)}$$

이다. 여기서 $E_{j,IN} = \sum_{mn} \mathbf{D}_{mn}^j \mathbf{A}_{mn}^{IN}$ 는 $z=0$ 의 피스톤에 의해 발생한 음장이 j 번째 공명기 입구에 미치는 영향을 나타낸다. $E_{j,i} = \sum_{mn} \mathbf{D}_{mn}^j \mathbf{A}_{mn}^{R,i}$ 는 i 번째 공명기에 의해 발생한 음장이 j 번째 공명기 입구에 미치는 영향을 나타낸다. 여기서 $\mathbf{D}_{mnp}^j = (1/A_j) \int_{S_j} H_{mnp} dS_j$ 이다. $E_{j,IN}$, $E_{j,i}$ 이들을 상호영향계수(Influence Coefficient) 혹은 $j=i$ 일 때 $E_{j,i}$ 를 자기 방사 임피던스(Self-radiation impedance), $j \neq i$ 일 때 $E_{j,i}$ 를 상호 방사 임피던스(Mutual radiation impedance)라 한다. 이들은 j 번째 공명기에 대한 공명기 외부 음장의 영향을 나타낸다. 또한, 식(2.7)로부터 구할 수 있는 공명기 입구 속도는 식(2.3), 식(2.4)와 함께 배관 내 음장을 결정할 수 있다.

3. 결 론

본 논문에서는 원형 배관 측면에 다수의 공명기들이 배열되어 있을 때 Neumann 경계조건을 만족시키는 Green 함수와 Kirchhoff-Helmholtz 적분식을 이용하여 공명기 간의 상호 방사 임피던스를 표현하였다. 공명기 간의 상호 방사 임피던스는 공명기의 전체 임피던스에 영향을 미치므로 공명기 배열 시 고려되어야 한다.

참 고 문 헌

- (1) S.-H.Seo, Y.-H.Kim, 2005, Silencer Design by using Array Resonators for Low-frequency Band Noise Reduction, J. Acoust. Soc. Am. 118(4). pp. 2332~2338.
- (2) S.-R. Kim, Y.-H.Kim, 2005, A Helmholtz Resonator Array Panel for Low Frequency Sound Absorption, J. KSNVE, 15(8), pp. 924-930.
- (3) S.-W.Kang, Y.-H.Kim, 1993, Green's Solution of the Acoustic Wave Equation for a Circular Expansion Chamber with Arbitrary Locations of Inlet, Outlet Port and Termination Impedance, J. Acoust. Soc. Am. 94(1). pp. 473-490.