

수치 해법을 이용하여 제진대에 부착된 가속도 센서의 진동 측정 Using Numerical Solutions of the Vibration Measurement Accelerometers attached Vibration Isolator

신동호* · 이정우* · 이종원** · 오재응*** · 이정윤†

Dong Ho Shin, Jung Woo Lee, Jong Won Lee, Jae-Eung Oh and Jung Youn Lee

Key Words : Vibration isolator(제진대), Accelerometer(가속도 센서), Runge-kutta method(룬지-쿠타법)

ABSTRACT

According to the fixation detailed drawing and lightweight anger tendency of the product the vibration control of precision equipments is essential and establishes under the equipments. so It is important to know vibration characteristics of vibration isolator. For this reason the accelerometer attaches in vibration isolator and measures an acceleration response. The acceleration response which is measured will lead double integral and will be able to predict a displacement of vibration isolator. However, in compliance with the effect of the accelerometer can not be accurately. From this paper, mass, damping ratio and natural frequency of the accelerometers by changing the vibration isolator to predict the acceleration response and the results were compared.

1. 서 론

산업이 성장함에 따라 제품의 고정밀화 및 경량화의 추세를 보이고 있다. 특히 반도체 산업 등과 같은 다양한 나노 산업들은 공정의 결과가 성능이 우수한 장비에 의해 좌우되며 이러한 산업에서 사용되고 있는 정밀 장비들의 미세 진동은 공정에 많은 영향을 주게 된다. 따라서 이러한 정밀 장비들의 진동 제어가 필수적이라 할 수 있으며 이를 위하여 장비 하부에 제진대를 설치한다.

제진대에 진동 특성을 파악하기 위하여 센서를 부착하여 실험을 수행하며 정밀 장비들의 진동 제어에 있어 이러한 특성을 정확히 파악하는 것은 매우

중요하다고 할 수 있다.

진동 특성을 파악하기 임팩트해머 실험이 많이 이용되고 있으며 진동을 측정하는데 가속도 센서를 주로 사용한다. 또한 측정된 가속도 신호는 시간영역과 주파수영역에서 여러 이중 적분 방법⁽¹⁾⁻⁽³⁾을 사용하여 변위 응답을 구하기도 한다.

그러나 충격 응답을 디지털 신호 처리할 때 오차가 발생하게 되므로 오차를 개선하는 연구⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾가 있다. 또한 가속도 센서도 질량, 감쇠, 강성을 가지고 있어 실제 가속도 센서의 응답이 제진대의 가속도 응답이 아니므로 가속도 센서의 응답을 이용하여 구한 제진대의 변위는 정확하지 않을 수 있다.

본 논문에서는 가속도 센서가 제진대의 진동을 측정하는데 미치는 영향을 알아보기 위하여 가속도 센서와 제진대를 2자유도계로 모델화하고 가속도 센서를 제진대의 진동에 의한 기저 가진을 받는 1자유도계로 모델화하였다.

수치해법을 이용하여 해석하였으며 가속도 센서가 제진대의 가속도 응답에 미치는 영향을 알아보기 위하여 가속도 센서의 질량, 고유진동수 및 감쇠비를 변화시키면서 해석하였다. 제진대와 가속도 센서

† 교신저자; 경기대학교 기계시스템공학과

E-mail : jylee@kgu.ac.kr

Tel : 031-249-9811 , Fax :031-244-6300

* 경기대학교 대학원 기계공학과

** 한양대학교 대학원 기계공학과

** 한양대학교 기계공학부

의 질량비와 고유진동수비, 가속도 센서의 감쇠비에 따라 2자유도계 모델과 기저 가진을 받는 1자유도계 모델에 대하여 각각의 변위 응답과 가속도 응답의 결과를 비교하였다.

2. 이론

2.1 2자유도계 지배방정식

제진대는 바닥에 스프링과 댐퍼로 고정되어 있고 가속도 센서는 제진대 윗면에 부착되어 있다. 따라서 제진대와 가속도 센서는 Fig. 1(a)와 같이 2자유도계로 모델화할 수 있다.

제진대의 질량을 m_1 , 가속도계의 질량을 m_2 라 하면 m_1 , m_2 에 대하여 자유 물체도에 근거하여 수직 방향에 따라 힘의 평형을 수행하면 (1)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 \\ + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = f_1(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 - c_2 \dot{x}_1 + k_2 x_2 - k_2 x_1 = f_2(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 c_1 , c_2 는 각각 제진대와 가속도 센서의 감쇠계수, k_1 , k_2 는 각각 제진대와 가속도 센서의 강성, $f_1(t)$, $f_2(t)$ 는 각각 제진대와 가속도 센서에 가해지는 힘이다.

위의 (1)식은 (2)식과 같이 행렬로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

2.2 기저 가진을 받는 1자유도계 지배방정식

일반적으로 가속도 센서의 질량이 제진대의 질량에 비해 무시할 정도로 적으므로 제진대의 진동에 의해 기저 가진을 받는 가속도 센서는 Fig. 1(b)와 같이 모델화할 수 있다. 가속도 센서는 바닥이 제진

대의 진동에 의한 $x_1(t)$ 의 변위를 가지는 1자유도계로 표현되므로 2자유도계와 마찬가지로 수직방향에 대하여 힘 평형을 수행하면 (3)식과 같은 방정식을 구할 수 있다.

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 = c_2 \dot{x}_1 + k_2 x_1 \quad (3)$$

2.3 충격 하중

본 논문에서는 충격 하중에 따른 가속도 센서의 응답을 알아보기 위하여 충격 함수를 구형 펄스, 삼각 펄스, 반정현 펄스의 세 가지 경우에 대하여 충격 하중을 만들고 제진대에 충격 하중을 가하여 2자유도계 모델과 1자유도계 기저 가진 모델에 대하여 해석하였다.

구형 펄스를 F_1 , 삼각 펄스를 F_2 , 반정현 펄스를 F_3 라 하고 각 충격 하중은 시간 t_f 까지 작용한다고 가정하면 충격 하중 F_1 , F_2 , F_3 는 각각 (4), (5), (6)식과 같으며 Fig. 2에 나타내었다.

$$F_1 = \begin{cases} F_0 & 0 < t < t_f \\ 0 & t > t_f \end{cases} \quad (4)$$

$$F_2 = \begin{cases} F_0 t & 0 < t < \frac{t_f}{2} \\ 2F_0 - \frac{2F_0}{t_f} t & \frac{t_f}{2} < t < t_f \\ 0 & t > t_f \end{cases} \quad (5)$$

$$F_3 = \begin{cases} a_0 \sin \frac{\pi t}{t_f} & 0 < t < t_f \\ 0 & t > t_f \end{cases} \quad (6)$$

여기서, F_0 는 상수이고 $a_0 = \frac{F_0}{t_f} \times \frac{\pi}{2}$ 이다.

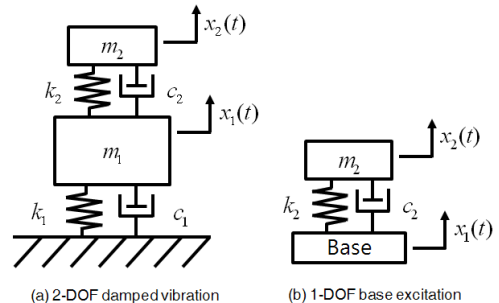


Fig. 1 System of vibration model

3. 컴퓨터 시뮬레이션

본 논문에서 제안한 방정식의 타당성을 검증하기 위하여 수치해법 중 4차 Runge-Kutta법을 이용하였다. 가속도 센서를 제진대에 부착한 2자유도계로 모델화하여 제진대에 충격하중을 주어 해석하였고 기저 가진을 받는 가속도 센서로 1자유도계 모델화하여 해석하여 각각을 비교하였다.

2자유도계의 초기 변위와 속도는 (7)식과 같으며

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}_{t=0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix}_{t=0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

기저 가진을 받는 1자유도계의 초기 변위와 속도는 (8)식과 같다.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \end{Bmatrix}_{t=0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

제진대에 Fig. 2과 같이 충격 시간 t_f 를 0.001s와 0.01s로 충격 하중을 주고 각각의 경우에 대하여 해석하였다. 충격 하중은 Fig. 2에서 면적을 같게 하여 다른 충격 하중이 가해져도 제진대가 받는 충격 에너지는 같도록 하였다.

제진대의 조건은 Table 1과 같이 지정하고 가속도 센서의 응답 경향을 알아보기 위하여 충격 하중과 제진대와 가속도 센서의 질량비 $\mu(=m_2/m_1)$, 고유진동수비 $\lambda(=\omega_{n2}/\omega_{n1})$ 및 가속도 센서의 감쇠비 ζ 를 Table 2와 같이 변경시키면서 각각에 대하여 조합한 후 해석을 수행하였다.

4. 결과 및 고찰

(1) 충격 하중에 따른 응답

Fig. 4에 $\mu=0.001$, $\lambda=100$, $\zeta=0.2$ 인 경우에 대하여 Fig. 2의 충격 하중에 따른 응답을 비교하였다. 가속도 센서의 응답은 충격 하중을 받은 제진대의 가속도 응답을 따라 나타났다.

Fig. 5(a)의 경우 가속도 센서의 과도응답이 나타나며 제진대의 가속도 응답을 따라 나타나는 것을 알 수 있었다.

반면에 Fig. 5(b)의 경우 충격 시간 t_f 가 짧아짐에 따라 가속도 센서의 과도응답이 줄어든 것을 알 수 있었다. 이는 충격이 지속되는 시간이 길수록 정상상태에 도달하기까지 시간이 더 걸린다는 것을 알 수 있었다.

Table 1 Parameters of vibration isolator

| Mass (ton) | Natural frequency (rad/s) | Stiffness (N/m) | Damping ratio |
|------------|---------------------------|-----------------|---------------|
| 1 | 20 | 400 | 0.05 |

Table 2 Case of computer simulation

| Impact load | Mass ratio (μ) | Natural frequency ratio (λ) | Damping ratio for accelerometer (ζ) |
|-------------|----------------------|---------------------------------------|---|
| F1 | 1 | 100 | 0.2 |
| F2 | 0.1 | 200 | 0.4 |
| F3 | 0.01 | 300 | 0.6 |
| | 0.001 | 400 | |

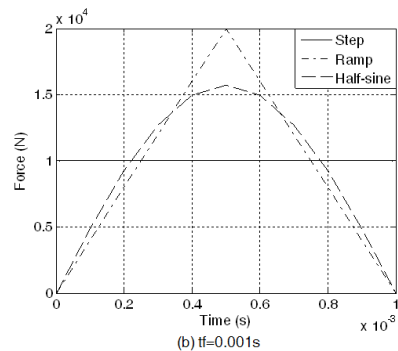
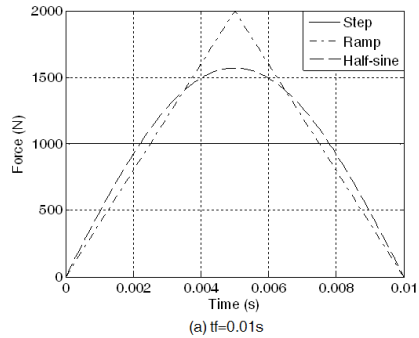


Fig. 2 Type of impact load for t_f

제진대가 받는 충격 에너지를 같게 하여 정상상태에서는 충격 하중에 관계없이 가속도 응답은 동일하게 나타났다.

(2) 감쇠비에 따른 응답

Fig. 5는 충격 하중이 구형 펄스이고 $\mu=0.001$, $\lambda=100$ 인 경우 감쇠비에 따른 가속도 센서의 가속도 응답이다. 감쇠비가 증가할수록 가속도 센서의 과도 응답이 줄어드는 것을 알 수 있었고 응답의 최대값이 줄어드는 것을 알 수 있었다. 또한 감쇠비가 클수록 Fig. 3의 제진대의 가속도 응답을 잘 따라가는 것을 알 수 있었다.

따라서 가속도 센서의 감쇠비가 클수록 제진대의 가속도 응답과 잘 일치하므로 가속도 센서의 응답을 제진대의 가속도 응답으로 볼 수 있다.

(3) 고유진동수비에 따른 응답

Fig. 6은 충격 하중이 삼각 펄스이고 $\mu=0.001$, $\zeta=0.2$ 인 경우 고유진동수비 λ 에 따른 가속도 센서의 가속도 응답이다. 제진대의 고유진동수에 비하여 가속도 센서의 고유진동수가 클수록 Fig. 3의 제진대의 가속도 응답을 잘 따라가는 것을 알 수 있었다.

따라서 가속도 센서의 고유진동수가 클수록 제진대의 가속도 응답과 잘 일치하므로 가속도 센서의 응답을 제진대의 가속도 응답으로 볼 수 있다.

(4) 질량비에 따른 제진대의 변위 응답

Fig. 7(a)는 질량비에 따른 제진대의 변위 응답을 나타낸 그래프이고 Fig. 7(b)는 제진대를 1자유도계로 해석한 결과에 대하여 질량비에 따른 2자유도계로 해석한 결과의 비를 나타낸 그래프이다. Fig. 6에서 1자유도계 응답과 질량비가 크면 클수록 2자유도계에서의 제진대의 변위 응답은 1자유도계로 해석한 변위 응답과 차이가 크게 나타났고 μ 가 1인 경우에는 변위 응답이 최대 50% 차이가 났다.

질량비가 0.001인 경우 제진대의 1자유도계 변위 응답과 잘 일치하므로 가속도 센서의 질량이 제진대의 응답에 영향을 미치지 않는다고 할 수 있다.

일반적으로 가속도 측정에 사용되는 가속도 센서는 제진대에 비해 질량이 매우 작으므로 가속도 센서의 응답을 제진대의 응답으로 볼 수 있다.

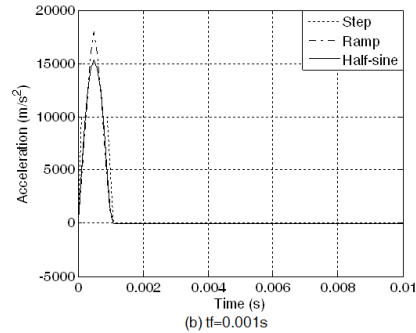
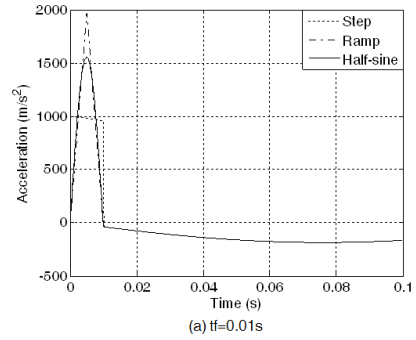


Fig. 3 Acceleration of vibration isolator for impact load type

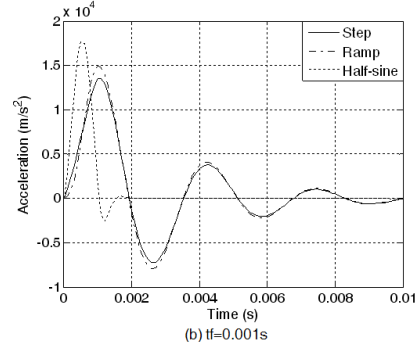
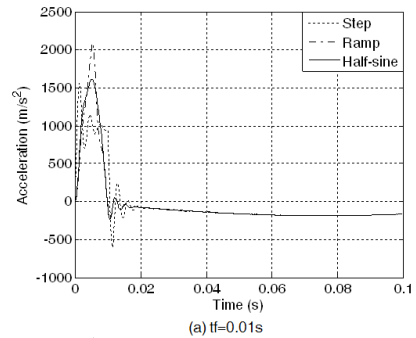


Fig. 4 Acceleration of accelerometer for impact load ($\mu=0.001$, $\lambda=100$, $\zeta=0.2$)

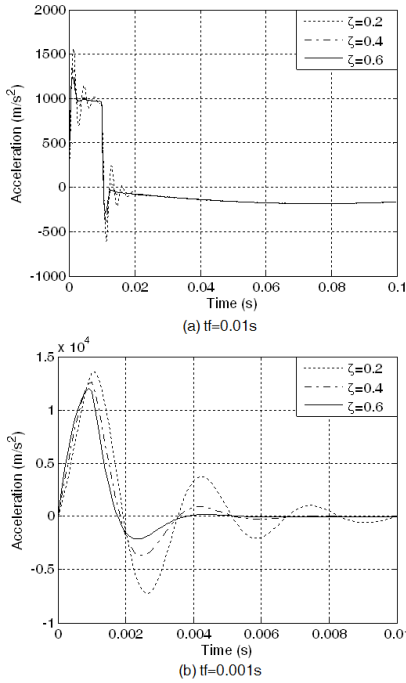


Fig. 5 Acceleration of accelerometer for damping ratio ζ (F_1 , $\mu=0.001$, $\lambda=100$)

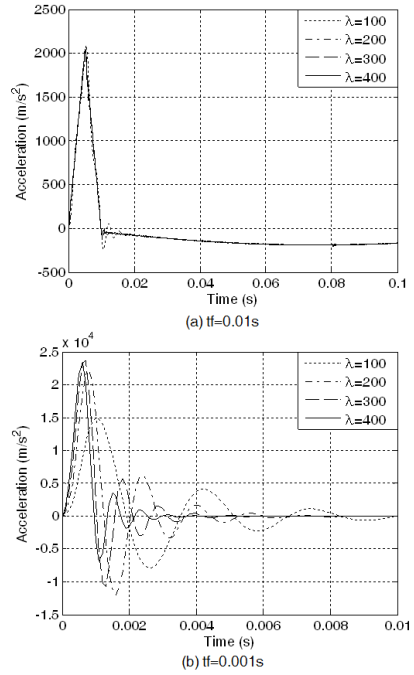


Fig. 6 Acceleration of accelerometer for λ (F_2 , $\mu=0.001$, $\zeta=0.2$)

(5) 질량비에 따른 가속도 센서의 응답

Fig. 8은 질량비에 따른 가속도 센서의 응답을 나타낸 그래프이다. 질량비가 0.001이고 체진대의 진동에 의해 기저 가진을 받는 가속도 센서 응답을 기준으로 질량비에 따라서 2자유도계로 해석한 경우 가속도 센서의 응답을 비교하였다. 질량비가 0.001, 0.01인 경우 거의 동일하거나 차이가 거의 나지 않았지만 질량비가 0.1, 1인 경우에는 응답이 차이가 나는 것을 알 수 있었다. 이는 Fig. 8에서 질량비가 0.1, 1인 경우 체진대의 변위 응답에서 차이가 났기 때문에 가속도 응답에 이러한 영향이 나타났다고 할 수 있다.

따라서 질량비가 큰 경우 가속도 센서의 응답을 이중 적분을 통하여 변위 응답을 예측할 때 정확한 변위 응답을 예측하기 어렵다.

일반적으로 체진대에 비하여 가속도 센서의 질량은 매우 작으므로 가속도 센서의 응답을 체진대의 응답으로 볼 수 있으며 가속도 응답을 이중 적분하여 변위 응답을 예측할 때 실제 체진대의 변위 응답과 유사하다고 할 수 있다.

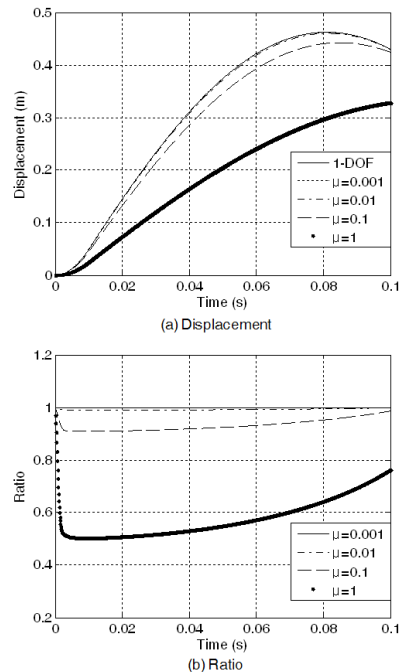


Fig. 7 Displacement and ratio of vibration isolator(m_1) for μ ($\lambda=100$, $\zeta=0.2$)

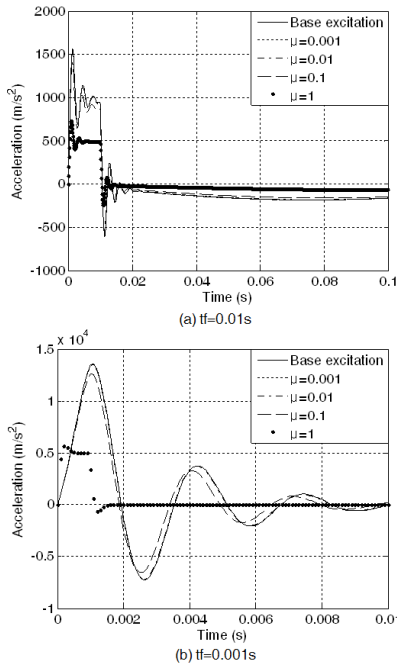


Fig. 8 Displacement and ratio of vibration isolator(m_1) for μ (F_1 , $\lambda=100$, $\zeta=0.2$)

5. 결 론

제안한 방법과 시뮬레이션을 통하여 가속도 센서가 제진대의 응답에 미치는 영향에 대하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 가속도 센서의 질량, 감쇠비 및 강성이 제진대의 진동을 측정하는데 미치는 영향을 고찰하였다.
- (2) 제진대에 충격 하중을 주었을 때 제진대 부착된 가속도 센서의 응답은 제진대의 가속도 응답을 따라 나타났으며 충격 시간이 짧을수록 가속도 센서의 과도 응답이 줄었다.
- (3) 가속도 센서의 감쇠비에 따라 가속도 응답이 달랐으며 감쇠비가 클수록 제진대의 가속도 응답을 잘 따라갔다.
- (4) 제진대와 가속도 센서의 고유진동수비에 따라 응답이 달랐으며 가속도 센서의 고유진동수가 클수록 제진대의 가속도 응답을 잘 따라갔다.
- (5) 제진대와 가속도 센서의 질량비에 따라 제진대의 변위 응답이 달랐으며 질량비가 클수록 1자유도계로 해석한 제진대의 변위 응답과의 오차가 컸다.

(6) 제진대와 가속도 센서의 질량비에 따라 가속도 센서의 응답이 달랐으며 질량비가 클수록 기저가진으로 해석한 가속도 센서의 응답과의 오차가 컸다.

참 고 문 헌

- (1) Choi, W. Y., Yoo, S. Y., Cha, K. U., Kim, S. S. and Noh, M. G., 2011 Method of Measuring the Vibration of a Cylinder Under Impulse Using Accelerometer, Proceedings of KSME
- (2) J, Yang., J, B, Li. and G, Lin., 2006, A simple approach to integration of acceleration data for dynamic soil-structure interaction analysis, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Volume 26, Issue 8, pp. 725-734.
- (3) S, Han., 2010, Measuring displacement signal with as accelerometer, JMST 24(6), pp 1329-1335.
- (4) Ahn, S. J. and Jung, W. B., 2002, The Errors and Reducing Method in 1-dof Frequency Response Function from Impact Hammer Testing, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 12, No. 9, pp. 702-708.
- (5) Ahn, S. J. and Jung, W. B., 2002, The improvement of Multi-dof Impulse Response Spectrum by Using Optimization Technique, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 12, No. 10, pp. 792-798.
- (6) Todkar, R. G. and Joshi, S. G., 2011, The Effect of Mass Ratio and Air Damper Characteristics on the Resonant Response of an Air Damped Dynamic Vibration Absorber, Modern Mechanical Engineering, Vol. 1, No. 2, pp. 93-103.
- (7) Harris, C. M., 1996, Shock and Vibration Handbook, McGraw-Hill, Inc., New York.