

# 철도 차량 횡진동 HILS 를 위한 동적 모델링 및 제어 알고리즘 개발

## Development of Dynamic Modeling and Control Algorithm for Lateral Vibration HILS of Railway Vehicle

이재하\* · kwakmoon† · 양동호\* · 유원희\*\*

**Jae-Ha Lee, Moon K. Kwak, Dong-Ho Yang and Won-Hee You**

**Key Words :** Railway Vehicle(철도 차량), Lateral Vibrations(횡진동), HILS, Control Algorithm(제어 알고리즘)

### ABSTRACT

This paper is concerned with the dynamic modeling for the hardware-in-the-loop simulation of lateral vibrations of a railway vehicle. The resulting dynamic model is a nine degree-of-freedom model which can describe the lateral, roll and yaw motions of the car body and two bogies. It is assumed that the external disturbances come from wheel motions. In order to test the efficacy of the model, the linear quadratic regulator and the sky-hook control algorithm were designed and applied to the model. The simulation results show that both control algorithms are effective in suppressing the vibrations of railway vehicles.

### 1. 서 론

철도차량은 궤도 위를 달리는 차량으로 주행을 하는데 있어서 궤도의 영향을 많이 받는다. 한국, 이탈리아, 스웨덴, 일본과 같이 산악지형이 많은 나라의 철도 노선은 곡선 구간이 많을 수 밖에 없다. 철도 차량은 곡선 구간을 안전하게 주행하기 위해서는 감속을 하여야 하는데, 이로 인해 평균 주행 속도가 감소하게 된다. 이러한 조건의 노선에서 속도를 향상시키는 방법은 크게 두 가지가 있는데, 하나는 곡선 구간의 노선을 새로 건설하여 직선화하는 방법과 틸팅 열차를 이용하는 방법이다.<sup>(1)</sup> 틸팅 열차란 유럽과 일본에서 많이 개발되고 사용되어 온 열차로써 곡선 선로에서 차체가 안쪽으로 기울어져 원심력을 극복할 수 있는 열차이다. 두 방법 중 틸팅 열차를 이용하는 방법이 새로운 선로를 건

설하지 않아도 되기 때문에 건설비용 절감과 환경 파괴 최소화 등의 장점이 있다. 이러한 틸팅 차량에 대한 기술뿐만 아니라 철도차량의 주행 기술의 향상으로 철도차량의 고속운행이 가능해졌다. 그로 인해서 발생하는 진동의 크기 또한 커짐에 따라 고속 주행에서 차량이 불안정해질 뿐만 아니라 승차감 또한 저하되는 문제가 발생하게 된다. 고속으로 운행 중인 철도차량의 횡진동을 유발하는 요인으로는 윤축이 크게 진동하는 사행동(Wheel-set hunting) 현상이 있다.<sup>(2)</sup> 이는 차륜에 담면 구배가 있기 때문에 윤축이 레일 중심에서 좌우로 흔들리며, 이 현상은 윤축에 요(Yaw) 모멘트를 발생시키므로 발생하는 현상이다. 이는 어느 한계속도 이상 되면 불안정하게 된다. 이러한 현상이 발생하는 요인을 최소화 시켰다 하더라도, 철도 차량이 고속으로 주행하게 되면 진동이 크게 발생하게 된다. 일반 수동형 스프링-댐퍼 시스템으로는 고속으로 운행하는 열차의 진동의 문제를 해결하는데 한계가 있기 때문에 최근에 철도 차량의 진동을 저감시키는 능동현가시스템에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 그 중에서도 리니어 모터 형태의 솔레노이드 액츄에이터는 기존의 공압, 유압식 액츄에이터에 비해 응답속도가 빠르고, 넓은 대역폭을 가지고 있다. 외국 철도 차량 업체들은 이

† 교신저자; 정희원, 동국대학교 기계로봇에너지공학과

E-mail : kwakm@dgu.edu

Tel : (02) 2260-3705

\* 동국대학교 기계공학과 대학원

\*\* 한국철도기술연구원

리한 장점을 가진 전자기식 능동현가시스템을 적용해 진동 저감 효과를 얻을 수 있다고 보고하고 있다.<sup>(3)</sup> 앞서 얘기한 액추에이터들은 승차감의 향상을 위해 철도 차량에 장착되는데, 일반적으로 기존 2차 형댐퍼의 위치에 적용되어진다.

철도 차량에 능동현가장치를 적용해 실험을 수행하는 것은 쉽지 않기 때문에 철도 차량에 대한 횡진동 동적 모델을 이용한 수치해석 연구가 선행되어야 한다. 그러나 수치 모델만으로는 실제 능동 액추에이터의 특성을 반영할 수 없기 때문에 동적 모델과 실제 액추에이터를 결합한 HILS(Hardware-in-the-Loop Simulation) 시스템의 개발이 필요하다. 본 연구진은 철도 차량 횡진동에 대한 HILS 시스템을 Fig. 1 과 같이 구축하였다.

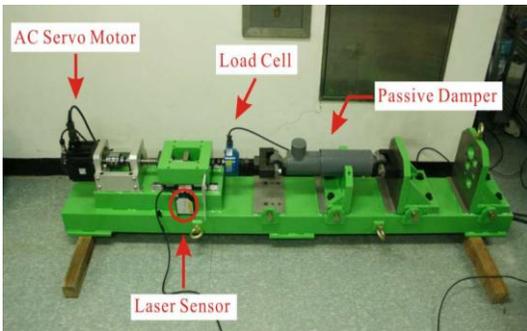


Fig. 1 Experimental setup for large-scale HILS system with passive damper

HILS 시스템이 효과적이기 위해서는 무엇보다도 실제와 가까운 동적 모델을 사용해야 한다. 따라서 본 연구에서는 철도 차량 횡진동 HILS 구현을 위한 동적 모델을 유도하고 제어기의 효용성을 조사하였다. 철도 차량의 횡진동 모델에 대한 연구 결과를 살펴보면 다음과 같다. Hudha et al.<sup>(4)</sup> 은 철도 차량의 17 자유도 동적 모델링 방법을 토의하고 이를 적용해 반능동 현가장치를 이용한 HILS(Hardware-in-the-Loop Simulation) 시스템을 구축하였다. Zhou et al.<sup>(5)</sup> 은 횡진동 능동현가장치가 장착된 열차에 대해 동적 모델링을 유도하고, LQR 제어기를 적용해 열차의 승차감 향상이 가능함을 보여주었다. Ha et al.<sup>(6)</sup> 은 MR 댐퍼를 적용한 철도 차량의 모델링과 MR 댐퍼를 이용한 철도차량의 윤축의 진동 제어와 철도차량의 안정성을 연구하였다.

본 연구에서는 기존의 연구 내용들을 바탕으로 철도 차량의 횡진동 HILS 에 적합한 9 자유도 철도

차량 모델을 유도하였다. 동적 모델을 유도하는데 있어 외란으로 각 윤축의 변위를 고려하였다. 그 다음 실제 철도 차량의 물성치를 이용해 고유진동 해석을 수행하여 철도 차량의 동적 특성을 분석하였다. 또한 능동/반능동 액추에이터 제어 알고리즘으로 LQR(Linear Quadratic Regulator)와 Sky-Hook 제어 알고리즘을 고려해 수치 모사를 수행하였다. 수치 계산 결과는 능동액추에이터를 사용하는 경우에 윤축에 의해 발생하는 철도 차량의 횡진동이 능동적으로 저감될 수 있음을 보여준다. 또한 이런 결과를 시각적으로 확인할 수 있도록 3 차원 애니메이션 프로그램을 제작하였다.

## 2. 철도 차량 동적 모델링

본 연구에서 고려된 차량 모델은 다음 Fig. 2와 같다.<sup>(7)</sup>

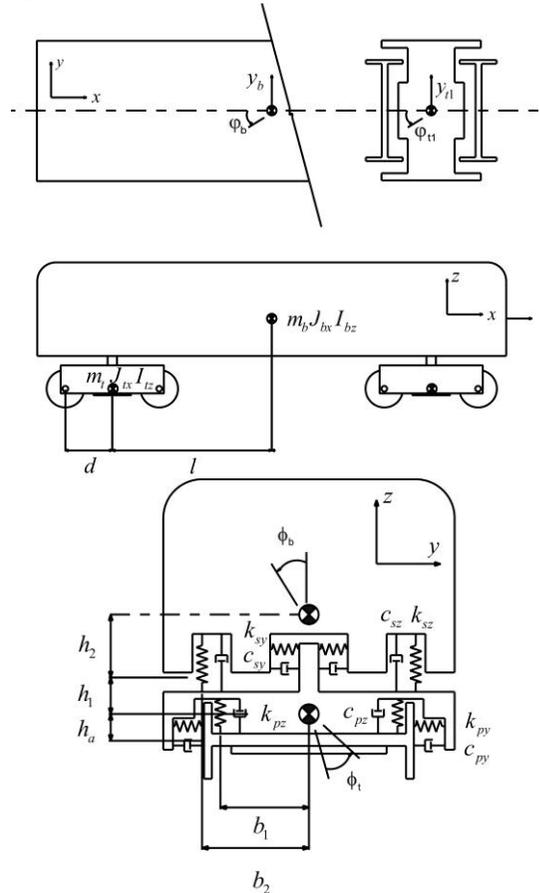


Fig. 2 Numerical model for railway vehicle

Fig. 2의 차량 모델은 차체(Body)와 2개의 대차

(Truck), 그리고 4개의 차륜(Wheel)으로 이루어졌다. 차량 모델에 대한 물성치 값의 표기를 위해 차체에 대해서는 아래 첨자 b를 대차에 대해서는 아래첨자 t 를 사용하였다. 차체는 횡변위  $y_b$ , 그리고 롤(Roll)각  $\phi_b$ , 요(Yaw)각  $\varphi_b$ 의 자유도를 가지며 앞뒤 대차도 차체와 마찬가지로 횡변위  $y_i$ , 롤각  $\varphi_i$ , 요각  $\phi_i$ 의 자유도를 가진다. 각 차륜은 횡변위만을 가지는 것으로 가정하였으며 각 윤축의 변위로 인해 외부 교란이 발생하는 것으로 가정하였다. 따라서 본 연구에서 고려한 수치 모델은 9자유도 모델이다. Fig. 3에서 대차와 윤축 사이에는 1차(Primary) 선형 스프링과 댐퍼가 존재하는 것으로 가정하였고, 대차와 차체 사이에는 2차(Secondary) 서스펜션이 존재하는 것으로 가정하였다. Fig. 3에 대한 동적 모델을 이용해 운동방정식을 유도하였다. 먼저 대차에 대한 운동방정식이 다음과 같다. 여기서 앞 대차( $i=1$ )의 운동방정식은 upper sign을 가지며,  $f_{ai}$  ( $i=1,2$ )는 각 대차에 부착된 액츄에이터의 작용력을 나타낸다.

$$\begin{aligned} & m_t \ddot{y}_{ti} + (2c_{py} + c_{sy}) \dot{y}_{ti} + (2c_{py} h_a - c_{sy} h_1) \dot{\phi}_{ti} \\ & + c_{sy} (-\dot{y}_b \mp l \dot{\phi}_b - h_2 \dot{\phi}_b) + (2k_{py} + k_{sy}) y_{ti} \\ & + (2k_{py} h_a - k_{sy} h_1) \phi_{ti} + k_{sy} (-y_b \mp l \phi_b - h_2 \phi_b) \\ & = c_{py} (\dot{y}_{2i-1} + \dot{y}_{2i}) + k_{py} (y_{2i-1} + y_{2i}) - f_{ai} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & I_{tz} \ddot{\phi}_{ti} + (2c_{px} b_1^2 + 2c_{py} d^2 + c_{s\phi} b_3^2 + c_{sx} b_2^2) \dot{\phi}_{ti} \\ & - (c_{s\phi} b_3^2 + c_{sx} b_2^2) \dot{\phi}_b + (2k_{px} b_1^2 + 2k_{py} d^2 + k_{sx} b_2^2) \varphi_{ti} \\ & - k_{sx} b_2^2 \varphi_b = c_{py} d (\dot{y}_{2i-1} - \dot{y}_{2i}) + k_{py} d (y_{2i-1} - y_{2i}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & J_{ix} \ddot{\phi}_{ti} + (2c_{py} h_a - c_{sy} h_1) \dot{y}_{ti} + (2c_{pz} b_1^2 + 2c_{py} h_a^2 \\ & + c_{sz} b_2^2 + c_{sy} h_1^2) \dot{\phi}_{ti} + c_{sy} h_1 \dot{y}_b \pm c_{sy} h_1 l \dot{\phi}_b \\ & + (c_{sy} h_1 h_2 - c_{sz} b_2^2) \dot{\phi}_b + (2k_{py} h_a - k_{sy} h_1) y_{ti} \\ & + (2k_{pz} b_1^2 + 2k_{py} h_a^2 + k_{sz} b_2^2 + k_{sy} h_1^2 + k_{s\phi}) \phi_{ti} \\ & + k_{sy} h_1 y_b \pm k_{sy} h_1 l \phi_b + (k_{sy} h_1 h_2 - k_{sz} b_2^2 - k_{s\phi}) \phi_b \\ & = c_{py} h_a (\dot{y}_{2i-1} + \dot{y}_{2i}) + k_{py} h_a (y_{2i-1} + y_{2i}) + h_1 f_{ai} \end{aligned} \quad (3)$$

차체에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & m_b \ddot{y}_b - c_{sy} (\dot{y}_{t1} + \dot{y}_{t2}) + c_{sy} h_1 (\dot{\phi}_{t1} + \dot{\phi}_{t2}) + 2c_{sy} \dot{y}_b \\ & + 2c_{sy} h_2 \dot{\phi}_b - k_{sy} (y_{t1} + y_{t2}) + k_{sy} h_1 (\phi_{t1} + \phi_{t2}) \\ & + 2k_{sy} y_b + 2k_{sy} h_2 \phi_b = f_{a1} + f_{a2} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & I_{bz} \ddot{\phi}_b - c_{sy} l (\dot{y}_{t1} - \dot{y}_{t2}) - c_{sx} b_2^2 (\dot{\phi}_{t1} + \dot{\phi}_{t2}) \\ & + c_{sy} l h_1 (\dot{\phi}_{t1} - \dot{\phi}_{t2}) + 2(c_{s\phi} b_3^2 + c_{sx} b_2^2 + c_{sy} l^2) \dot{\phi}_b \\ & - k_{sy} l (y_{t1} - y_{t2}) - k_{sx} b_2^2 (\varphi_{t1} + \varphi_{t2}) \\ & + k_{sy} l h_1 (\phi_{t1} - \phi_{t2}) + 2(k_{sx} b_2^2 + k_{sy} l^2) \varphi_b \\ & = l(f_{a1} - f_{a2}) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & J_{bx} \ddot{\phi}_b - c_{sy} h_2 (\dot{y}_{t1} + \dot{y}_{t2}) + (c_{sy} h_1 h_2 - c_{sz} b_2^2) (\dot{\phi}_{t1} + \dot{\phi}_{t2}) \\ & + 2c_{sy} h_2 \dot{y}_b + 2(c_{sz} b_2^2 + c_{sy} h_2^2) \dot{\phi}_b - k_{sy} h_2 (y_{t1} + y_{t2}) \\ & + (k_{sy} h_1 h_2 - k_{sz} b_2^2 - k_{s\phi}) (\phi_{t1} + \phi_{t2}) + 2k_{sy} h_2 y_b \\ & + 2(k_{s\phi} + k_{sz} b_2^2 + k_{sy} h_2^2) \phi_b = h_2 (f_{a1} + f_{a2}) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $m_b, m_t$ 는 철도 차량의 대차와 차체의 질량을 나타내며,  $J_{tx}, I_{tz}, J_{bx}, I_{bz}$ 는 각각 대차와 차체의 질량중심에 대한 질량관성모멘트를 나타낸다.  $k_{px}, k_{py}, k_{pz}, k_{sx}, k_{sy}, k_{sz}, k_{s\phi}$ 는 Fig. 2에 보이는 스프링의 강성을 나타내며,  $c_{px}, c_{py}, c_{pz}, c_{sy}, c_{sz}, c_{s\phi}$ 는 점성감쇠계수를 나타낸다.  $b_3$ 은 2차 요 댐퍼 간 거리이며, 나머지 변수들은 Fig. 2에 나타난 제원들이다.

식 (1), (2), (3)은 앞뒤 대차에 대한 횡변위, 요, 롤 운동에 대한 운동 방정식이며 식 (4), (5), (6)은 각각 차체에 대한 횡변위, 요, 롤 운동에 대한 운동 방정식이다. 이를 행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{f} + \mathbf{d} \quad (7)$$

여기서  $\mathbf{x} = [y_{t1} \varphi_{t1} \phi_{t1} y_{t2} \varphi_{t2} \phi_{t2} y_b \varphi_b \phi_b]^T$ 는 변위 벡터를 나타내고,  $\mathbf{f} = [f_{a1} f_{a2}]^T$ 는 액츄에이터의 힘벡터를 나타낸다. 그리고,  $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ 는 각각 질량, 감쇠, 강성 행렬을 나타내는데 다음과 같다.

$$\mathbf{M} = \text{diag}([m_t, I_{tz}, J_{tx}, m_t, I_{tz}, J_{tx}, m_b, I_{bz}, J_{bx}]), \quad (8a)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_p & \mathbf{0}_{33} & \mathbf{K}_f \\ \mathbf{0}_{33} & \mathbf{K}_p & \mathbf{K}_r \\ \mathbf{K}_f^T & \mathbf{K}_r^T & \mathbf{K}_b \end{bmatrix}, \quad (8b)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_p & \mathbf{0}_{33} & \mathbf{C}_f \\ \mathbf{0}_{33} & \mathbf{C}_p & \mathbf{C}_r \\ \mathbf{C}_f^T & \mathbf{C}_r^T & \mathbf{C}_b \end{bmatrix} \quad (8c)$$

$$\mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ h_1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & h_1 \\ 1 & 1 \\ l & -l \\ h_2 & h_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} c_{py}(\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + k_{py}(y_1 + y_2) \\ c_{py}d(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + k_{py}d(y_1 - y_2) \\ c_{py}h_a(\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + k_{py}h_a(y_1 + y_2) \\ c_{py}(\dot{y}_3 + \dot{y}_4) + k_{py}(y_3 + y_4) \\ c_{py}d(\dot{y}_3 - \dot{y}_4) + k_{py}d(y_3 - y_4) \\ c_{py}h_a(\dot{y}_3 + \dot{y}_4) + k_{py}h_a(y_3 + y_4) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9a,b)$$

여기서

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} k_{p11} & 0 & k_{p13} \\ 0 & k_{p22} & 0 \\ k_{p13} & 0 & k_{p33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_b = \begin{bmatrix} k_{b11} & 0 & k_{b13} \\ 0 & k_{b22} & 0 \\ k_{b13} & 0 & k_{b33} \end{bmatrix} \quad (9c,d)$$

$$\mathbf{K}_f = \begin{bmatrix} -k_{sy} & -k_{sy}l & -k_{sy}h_2 \\ 0 & -k_{sx}b_2^2 & 0 \\ k_{sy}h_1 & k_{sy}h_1l & k_{sy}h_1h_2 - k_{sz}b_2^2 - k_{s\phi} \end{bmatrix} \quad (9e)$$

$$\mathbf{K}_r = \begin{bmatrix} -k_{sy} & k_{sy}l & -k_{sy}h_2 \\ 0 & -k_{sx}b_2^2 & 0 \\ k_{sy}h_1 & -k_{sy}h_1l & k_{sy}h_1h_2 - k_{sz}b_2^2 - k_{s\phi} \end{bmatrix} \quad (9f)$$

$$\mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} C_{p11} & 0 & C_{p13} \\ 0 & C_{p22} & 0 \\ C_{p13} & 0 & C_{p33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_b = \begin{bmatrix} C_{b11} & 0 & C_{b13} \\ 0 & C_{b22} & 0 \\ C_{b13} & 0 & C_{b33} \end{bmatrix} \quad (9g,h)$$

$$\mathbf{C}_f = \begin{bmatrix} -c_{sy} & -c_{sy}l & -c_{sy}h_2 \\ 0 & -c_{s\phi}b_3^2 - c_{sx}b_2^2 & 0 \\ c_{sy}h_1 & c_{sy}h_1l & c_{sy}h_1h_2 - c_{sz}b_2^2 \end{bmatrix} \quad (9i)$$

$$\mathbf{C}_r = \begin{bmatrix} -c_{sy} & c_{sy}l & -c_{sy}h_2 \\ 0 & -c_{s\phi}b_3^2 - c_{sx}b_2^2 & 0 \\ c_{sy}h_1 & -c_{sy}h_1l & c_{sy}h_1h_2 - c_{sz}b_2^2 \end{bmatrix} \quad (9j)$$

여기서

$$k_{p11} = 2k_{py} + k_{sy}, \quad k_{p13} = 2k_{py}h_a - k_{s\phi}h_a, \quad (10a,b)$$

$$k_{p22} = 2k_{py}h_a - k_{sy}h_1, \quad (10c)$$

$$k_{p33} = 2k_{pz}b_1^2 + 2k_{py}h_a^2 + k_{sz}b_2^2 + k_{sy}h_1^2 + k_{s\phi} \quad (10d)$$

$$k_{b11} = 2k_{sy}, \quad k_{b13} = 2k_{sy}h_2, \quad (10e,f)$$

$$k_{b22} = 2(k_{sx}b_2^2 + k_{sy}l^2), \quad (10g)$$

$$k_{b33} = 2(k_{s\phi} + k_{sx}b_2^2 + k_{sy}l^2) \quad (10h)$$

$$C_{p11} = 2c_{py} + c_{sy}, \quad C_{p13} = 2c_{py}h_a - c_{s\phi}h_a \quad (10i,j)$$

$$C_{p22} = c_{s\phi}b_3^2 + 2c_{px}b_1^2 + 2c_{py}d^2 + c_{sx}b_2^2 \quad (10k)$$

$$C_{p33} = 2c_{pz}b_1^2 + 2c_{py}h_a^2 + c_{sz}b_2^2 + c_{sy}h_1^2 \quad (10l)$$

$$C_{b11} = 2c_{sy}, \quad C_{b13} = 2c_{sy}h_2, \quad (10m,n)$$

$$C_{b22} = 2(c_{s\phi}b_3^2 + c_{sx}b_2^2 + c_{sy}l^2), \quad (10o)$$

$$C_{b33} = 2(c_{sz}b_2^2 + c_{sy}h_2^2) \quad (10p)$$

### 3. 자유진동해석

틸팅 열차의 제원을 바탕으로 Table 1과 같은 파라미터 값이 추출되었다.

**Table 1 Parameters for the car model**

Parameters	Value	Unit
$m_b$	38000	kg
$m_t$	3755	kg
$J_{bx}, I_{bz}$	2241000, 66000	kgm <sup>2</sup>
$J_{tx}, I_{tx}$	4200, 1800	kgm <sup>2</sup>
$k_{px}, k_{py}, k_{pz}$	1.4, 3.6, 1	MN/m
$c_{px}, c_{py}, c_{pz}$	0.01, 0.01, 0	MNs/m
$k_{sx}, k_{sy}, k_{sz}, k_{s\phi}$	0.18, 0.18, 0.45, 2.8	MN/m
$c_{sy}, c_{sz}, c_{s\phi}$	0.03, 0.02, 0.15	MNs/m
$2l$	15.9	m
$2d$	2.6	m
$2b_1$	1.025	m
$2b_2$	0.875	m
$2b_3$	1.365	m
$h_2, h_1, h_a$	0.855, 0.425, -0.01	m

이 수치값을 이용해 자유진동해석을 수행한 결과 세 개의 고유진동수가 각각 0.48, 0.70, 1.07Hz 로 계산되었다. 첫 번째 고유진동모드는 Fig. 4와 같은 데 주로 횡진동을 하는 고유진동 모드이며, 약간의 롤 운동이 섞여 있는 거동을 보여준다. 두 번째 고유진동 모드는 차체의 요 운동이 주이며, 세 번째 고유진동 모드는 차체와 대차의 롤 운동으로 나타났다.

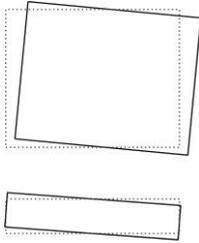


Fig. 4 First natural mode

## 4. 제어 알고리즘 시험

### 4.1 LQR 제어기

LQR 제어기<sup>(8)</sup>를 설계하기 위해서는 식 (7)로 주어진 이차 행렬 운동방정식을 상태방정식으로 전환해야 한다. 기존의 2차 횡댐퍼를 교체하는 것이기 때문에  $c_{sy} = 0$  으로 하고 다음과 같은 상태 방정식을 유도하였다.

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_s \mathbf{z} + \mathbf{B}_s \mathbf{f}_a, \quad \mathbf{y} = \mathbf{C}_s \mathbf{z} + \mathbf{D}_s \mathbf{f}_a \quad (11a,b)$$

여기서  $\mathbf{z} = [\mathbf{x}^T \dot{\mathbf{x}}^T]^T$  이며

$$\mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{9 \times 9} & \mathbf{I}_{9 \times 9} \\ -\mathbf{M}_s^{-1} \mathbf{K}_s & -\mathbf{M}_s^{-1} \mathbf{C}_s \end{bmatrix}, \quad (12a)$$

$$\mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{9 \times 2} \\ \mathbf{M}_s^{-1} \mathbf{B}_a \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_s = \mathbf{I}_{18 \times 18}, \quad \mathbf{D}_s = \mathbf{0}_{18 \times 2} \quad (12b-d)$$

LQR 제어기를 설계하기 위해서 모든 상태가 계측 가능하다고 가정하였다. 물론 이 가정은 실제 시스템에서 불가능하다. 실제 시스템에서 가속도계를 이용하는 경우에는 Observer를 설계해 동시에 사용해야 한다. LQR 제어기는 다음과 같은 성능지수를 최적화하는 알고리즘이다.

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{z}^T \mathbf{Q}_s \mathbf{z} + \mathbf{f}_a^T \mathbf{R}_s \mathbf{f}_a) dt \quad (13)$$

수치 실험을 통해 다음과 같은 가중치 행렬이 LQR 설계에 적합함을 발견하였다.

$$\mathbf{Q}_s = \text{diag}([\text{100 100 100 100 100 100 10000 ...} \\ \text{1000000 10000 100 100 100 100 100 ...} \\ \text{10000 1000000 10000}])$$

$$\mathbf{R}_s = 10^{-7} \mathbf{I}_{2 \times 2}$$

LQR 제어기의 이득행렬은 Matlab을 이용해 계산하였으며 계산된 이득행렬을 Fig. 5의 Simulink 블록 선도에 대입해 수치모사를 수행하였다.

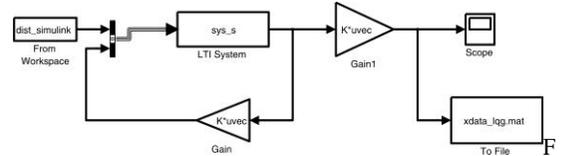


Fig. 5 Simulink block diagram for the LQR controller

Fig. 6은 제어기가 장착되지 않은 경우의 횡변위 응답과 횡진동 댐퍼를 능동액츄에이터로 교체하고 LQR 제어알고리즘을 적용한 차체의 횡변위 응답을 나타낸다. Fig. 7은 이에 대한 Power Spectral Density 곡선이다. 그림에서 알 수 있듯이 제어기를 적용하였을 경우에 진동 응답이 감소됨을 알 수 있다. 롤각과 요각에 대한 응답도 이와 유사한 경향을 보여준다.

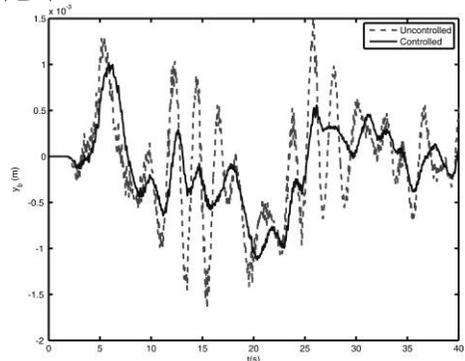


Fig. 6 Time history of lateral displacement of car (Uncontrolled vs. LQR Controlled)

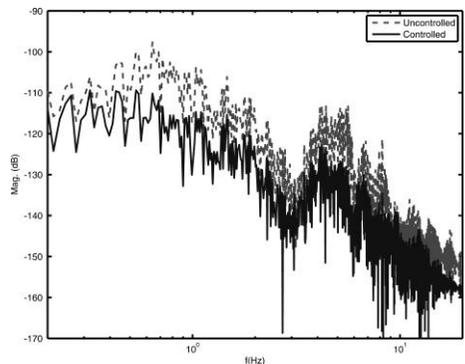


Fig. 7 Power spectral density curve for lateral motion of car (Uncontrolled vs. LQR Controlled)

## 4.2 Sky-Hook 제어기

Sky-Hook 제어 알고리즘은 MR 유체를 이용한 반능동 댐퍼에 유용한 제어 알고리즘이다. 본 연구에서는 앞뒤 대차에 장착된 액츄에이터에 다음과 같은 Sky-Hook 알고리즘<sup>(6)</sup>을 적용하였다.

$$f_{a1} = \begin{cases} -C_{sky}V_{b1} & V_{b1}(V_{b1} - V_{t1}) > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14a)$$

$$f_{a2} = \begin{cases} -C_{sky}V_{b2} & V_{b2}(V_{b2} - V_{t2}) > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14b)$$

여기서  $c_{sky} = 1 \text{ MNs/m}$  를 사용하였으며 액츄에이터가 장착된 지점에서의 차체와 대차의 속도는 다음 식으로 계산되었다.

$$V_{b1} = \dot{y}_b + h_2 \dot{\phi}_b + L\dot{\psi}_b, \quad V_{t1} = \dot{y}_{t1} - h_1 \dot{\phi}_{t1} \quad (15a,b)$$

$$V_{b2} = \dot{y}_b + h_2 \dot{\phi}_b - L\dot{\psi}_b, \quad V_{t2} = \dot{y}_{t2} - h_1 \dot{\phi}_{t2} \quad (15c,d)$$

Fig. 8 은 Sky-Hook 제어 알고리즘을 적용한 Simulink 블록선도를 보여주고 있다.

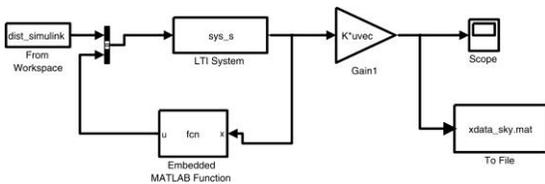


Fig. 8 Simulink block diagram for the Sky-Hook controller

Fig. 9는 차체의 횡변위 응답을 나타내며, Fig. 10은 이 응답에 대한 Power spectrum density 곡선을 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 제어기를 구동하였을 경우 진동응답이 감소됨을 확인 할 수 있다. 롤각과 요각에 대한 응답도 이와 유사한 경향을 보여준다.

LQR 제어기와 Sky-Hook 제어기 모두 진동을 감소시킬 수 있음을 보여주지만 이는 수치계산을 통한 결과이기 때문에 실제 시스템에 적용하기 위해서는 조정이 필요하다. 그렇지만 알고리즘의 실제 적용면에서 본다면 Sky-Hook 제어기가 보다 실용적으로 보인다.

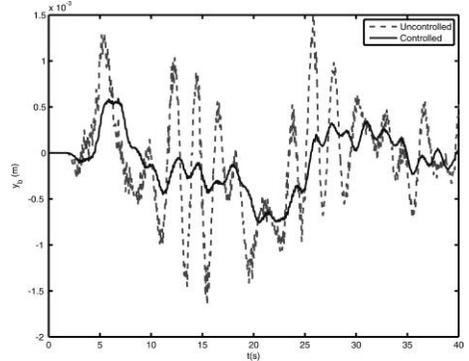


Fig. 9 Time history of lateral displacement of car (Uncontrolled vs. Sky-Hook Controlled)

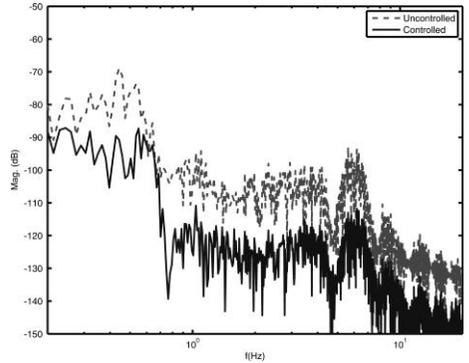


Fig. 10 Power spectral density curve for lateral motion of car (Uncontrolled vs. Sky-Hook Controlled)

## 4. 철도 차량 동적 모델을 기반으로 한 3D 애니메이션 프로그램 개발

Fig. 5와 Fig. 8에서 수치 모사를 위해 한국철도기술연구원에서 제공한 차량의 횡진동 데이터를 외란으로 변환하여 활용하였다. 차체와 대차의 횡변위, 롤각, 요각 응답이 계산되었지만 보다 시각적인 결과를 보기 위해 3차원 애니메이션 Simulink 프로그램을 Fig. 11과 같이 작성하였다. Fig. 12는 Matlab 에서 제공하는 3D 애니메이션 제작 도구를 이용하여 구현된 차체, 대차, 윤축의 가상현실 모델이다. Simulink 프로그램에서 계산된 철도 차량 모델의 응답 데이터를 각각 객체 모델의 변위에 대입해 움직임을 구현하였다. 철도 차량 애니메이션 프로그램을 이용해 9자유도 모델의 타당성과 제어 알고리즘의 효용성을 시각적으로도 확인 할 수 있다.

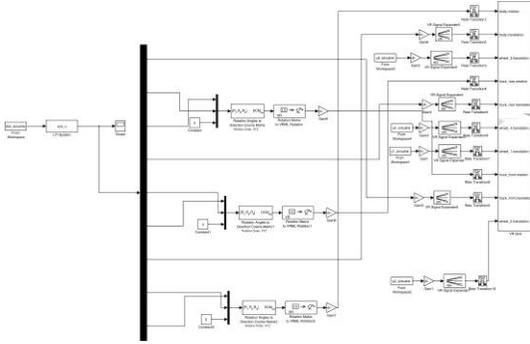


Fig. 11 Simulink block for 3D animation

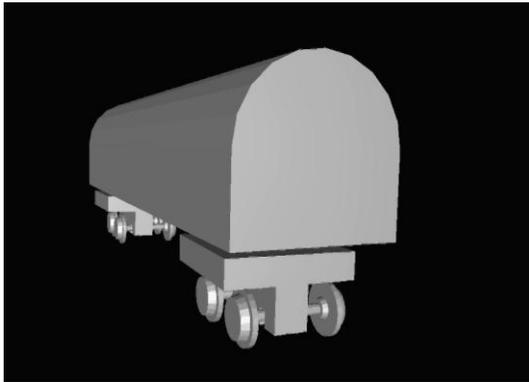


Fig. 12 3D animation model for a railway vehicle

#### 4. 토의 및 결론

본 연구에서 제작한 대형 HILS 시스템은 대차와 차체 사이의 상대 변위를 이용하는 시스템인데 실제 수동댐퍼나 능동/반능동 액츄에이터를 이 HILS 시스템에 연결하기 위해서는 실제와 가까운 철도차량 횡진동 모델이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 차체와 앞뒤 대차의 횡변위, 롤각, 요각 운동을 고려한 9 자유도 동적 모델을 유도하고 대표적인 제어 알고리즘을 적용해 진동제어 가능성을 탐색하였다. 본 연구를 통해 다음과 같은 결론이 도출되었다.

(1) 수치모사와 3차원 애니메이션 프로그램을 통해 본 연구에서 유도한 9자유도 철도 차량 모델이 실제와 가까운 거동을 할 수 있음을 입증하였다.

(2) 횡댐퍼를 제거하고 액츄에이터를 장착할 경우 기준에 개발된 LQR 제어기와 Sky-Hook 제어 알고리즘이 유효하게 적용될 수 있음을 확인하였다.

(3) 본 연구에서 개발된 9자유도 철도 차량 모델을 대형 HILS에 연결하기 위해서는 Sky-Hook 제

어 알고리즘에서 사용한 것과 같이 차체와 대차간의 상대변위를 계산해 대형 HILS 시스템의 서보 모터를 제어해야 한다.

차후 이 모델을 대형 HILS 시스템과 연결해 실험을 수행할 예정이다.

#### 후 기

본 연구는 지식 경제부 “철도차량 능동현가장치 성능평가용 HILS 시스템 개발 및 구축”의 일환으로 수행되었습니다.

#### 참 고 문 헌

(1) Goodall, R. M., Kortum, w., 2002, Mechatronic Developments for Railway Vehicles of the Future, Control Engineering Practice, Vol. 10, pp. 887~898.

(2) Lee, S. Y. and Cheng, Y. C., 2005, Hunting Stability Analysis of High-Speed Railway Vehicle Trucks on Tangent Tracks, Transactions of the Journal of Sound and Vibration, Vol. 282, pp. 881~898.

(3)<http://www.khi.co.jp/english/rd/tech/160/ne160tr07.htm>

1

(4) Hudha, K., Harun, M., Harun, H. M., and Jamaluddin, H., 2011, Lateral Suspension Control of Railway Vehicle Using Semi-Active Magnetorheological Damper, Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium. Baden-Baden, Germany.

(5) Zhou, R., Zolotas, A. and Goodall, R., 2011, Integrated Tilt with Active Lateral Secondary Suspension Control for High Speed Railway Vehicles, Mechatronics. Vol. 21, pp. 1108~1122.

(6) Ha, S. H., Choi, S. B., You, W. H., 2008, Stability Analysis of Railway Vehicle Featuring MR Damper, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration. Vol. 18, No. 7, pp.732~740.

(7) Garg, V. K. and Dukkipati, R. V., 1984, Dynamics of Railway Vehicle Systems, Academic Press.

(8) Zhou, P., Wang, F. Y., Chen, W. and Lever, P., 2001, Optimal Construction and Control of Flexible Manipulators: A Case Study Based on LQR Output Feedback, Mechatronics. Vol. 11, pp. 59~77.