한국소음진동공학회 2012년 춘계학술대회논문집, pp.400~401

# 임의 경계조건을 갖는 후판의 면외 진동인텐시티 해석

# Out-of-plane Structural Intensity Analysis of Thick Plate with Arbitrary Edge Constraints

김국현* · 김병희** · 최태묵*** · 최성원**** · 조대승†

**Kookhyun Kim, Byung-Hee Kim, Tae-Muk Choi, Sung-Won Choi and Dae-Seung Cho**

## 1. 서 론

구조물의 진동인텐시티(structural intensity)는 방향성을 갖는 물리량으로써 기진원에 의해 입력되는 파워와 주요 전달경로 파악이 가능하다. 진동인텐시티는 국부구조에 발생하는 내력과 속도의 곱으로 정의되며, 이를 해석적으로 정도 높게 추정하기 위해서는 보다 효율적인 강제진동해석(forced vibration analysis)을 위한 수치해석기법 개발이 요구된다.

평판구조물은 선박 및 해양구조물의 구조부재로 사용되고 있으며, 이에 대한 강제진동해석 방법으로는 모드가정법 (assumed mode method)과 유한요소법(finite element method)이 대표적이다. 모드가정법은 대상평판 구조물의 거동특성과 경계조건을 만족하는 진동파형들을 가정하고 각 진동파형별 기여도를 고려해 중첩시키는 방법이며, 유한요소법은 대상구조물을 유한개의 평면요소들로 분할하고 각각의 요소에 대한 특성행렬을 구하고 이를 조합(assemble)하여 해를 구하는 방법이다. 한편, 모드가정법은 비교적 알고리즘 구현이 간단하며, 직사각형, 원형 등과 같은 정형화된 평판구조물의 진동해석에 쉽게 활용될 수 있다.

본 연구에서는 모드가정법을 이용해 임의 경계조건을 갖는 직사각형 후판(rectangular thick plate)의 면외(out-of-plane) 강제진동해석을 수행하고 그 결과를 바탕으로 진동인텐시티를 추정한다. 일반적으로 후판에서 나타나는 전단변형 및 회전관성 효과를 고려하기 위해 Timoshenko 보함수 특성을 갖는 다항식을 구하고 이를 모드가정법의 진동파형으로 적용한다. 제안된 해석방법의 검증을 위해 수치해석을 수행하고 그 결과를 고찰한다.

## 2. 해석 이론

### 2.1 진동인텐시티

진동인텐시티는 단위면적당 진동파워를 의미하며 후판에 대한 면외 진동인텐시티는 식 (1)과 같이 정의된다.

$$I_x = -0.5\omega\,\mathrm{Im}\left[M_x\psi_x^* + M_{xy}\psi_y^* + Q_x w^*\right]$$
$$I_y = -0.5\omega\,\mathrm{Im}\left[M_y\psi_y^* + M_{yx}\psi_x^* + Q_y w^*\right] \quad (1)$$

여기서, $I_x$와 $I_y$는 $x$- 및 $y$-방향 면외 진동인텐시티를 각각 나타내며, $\omega$는 각진동수(angular frequency)를, Im[·]는 허수부를, *는 켤레복소수를 의미한다. $w$는 면외 변위를, $\psi_x$와 $\psi_y$는 $x$-축 및 $y$-축에 대한 회전각을 각각 나타낸다. 또한, $M_x$, $M_y$, $M_{xy}$, $M_{yx}$, $Q_x$, $Q_y$는 평판의 단위 폭당 복소(complex) 굽힘모멘트, 비틀림 모멘트, 전단력으로 식 (2)와 같이 정의된다.

$$M_x = B\left(\frac{\partial\psi_x}{\partial x} + \nu\frac{\partial\psi_y}{\partial y}\right), M_y = B\left(\frac{\partial\psi_y}{\partial y} + \nu\frac{\partial\psi_x}{\partial x}\right)$$
$$M_{xy} = M_{yx} = B\left(\frac{1-\nu}{2}\right)\left(\frac{\partial\psi_y}{\partial x} + \frac{\partial\psi_x}{\partial y}\right)$$
$$Q_x = KGh\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi_x\right), Q_y = KGh\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \psi_y\right) \quad (2)$$

여기서, $B = (1+j\delta)Eh^3/12(1-\nu^2)$, $G = (1+j\delta)E/2(1+\nu)$이며, $\nu$, $K$, $h$, $\delta$는 포아송비, 전단수정계수, 판의 두께, 구조감쇠계수를 의미한다.

### 2.2 모드가정법 기반의 강제진동해석

앞절에서 정의한 진동인텐시티를 추정하기 위해서는 $w$, $\psi_x$, $\psi_y$등의 도출을 위한 강제진동해석이 선

† 교신저자; 정회원, 부산대학교 조선해양공학과
E-mail : daecho@pusan.ac.kr
Tel : 051-510-2482, Fax : 051-512-8836
* 동명대학교 조선공학과
** 삼성중공업 해양연구소
*** ㈜크리에이텍
**** 부산대학교 대학원 조선해양공학과

행되어야 한다. 이를 위해 면외 변위 및 회전각을 식 (3)과 같이 가정한다.

$$w(\xi,\eta,t) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} a_{mn}(t)X_m(\xi)Y_n(\eta)$$
$$\psi_\xi(\xi,\eta,t) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} b_{mn}(t)\Psi_m(\xi)Y_n(\eta)$$
$$\psi_\eta(\xi,\eta,t) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} c_{mn}(t)X_m(\xi)\Phi_n(\eta) \quad (3)$$

여기서, $\xi = x/a$ , $\eta = y/b$ 이며, $a$ 와 $b$ 는 직사각형 평판의 가로 및 세로 길이이다. 또한, $X_m(\xi)$, $Y_n(\eta)$, $\Psi_m(\xi)$, $\Phi_n(\eta)$는 Timoshenko 보함수 특성을 갖는 직교다항식이며, Timoshenko 보에 대한 운동방정식과 다항식간의 직교특성, 경계조건 등을 고려해 구할 수 있다. $a_{mn}(t)$ , $b_{mn}(t)$ , $c_{mn}(t)$는 영향계수를, $M$과 $N$은 $\xi$- 및 $\eta$-축에 대한 직교다항식 개수를 나타낸다.

또한, 식 (3)을 이용해 대상구조물의 운동에너지와 변형에너지를 구하고 라그랑지 운동방정식 (Lagrange's equation of motion)에 대입하여 영향계수벡터에 대해 정리하면 식 (4)와 같은 $3MN$-자유도를 갖는 비감쇠계 이산 행렬방정식을 얻을 수 있다.

$$[M(\xi,\eta)]\{\ddot{q}(t)\} + [K(\xi,\eta)]\{q(t)\} = [D]_l^T\{F(t)\}_l \quad (4)$$

여기서, $[M(\xi,\eta)]$와 $[K(\xi,\eta)]$는 각각 질량행렬과 강성행렬이며, $\{F(t)\}(=\{P\ M_\xi\ M_\eta\})$ 는 외력벡터를, $P, M_\xi, M_\eta$ 는 면외력과 $\xi$- 및 $\eta$-축에 대한 모멘트이다. 또한, $\{q(t)\}$ , $[D]$ 는 영향계수벡터와 직교다항식 행렬로 식 (5)와 같다.

$$[D(\xi,\eta)] = \begin{bmatrix} X_1Y_1 & \cdots & X_MY_N & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \Psi_1Y_1 & \cdots & \Psi_MY_N & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & X_1\Phi_1 & \cdots & X_M\Phi_N \end{bmatrix}$$
$$\{q(t)\} = \{a_{11} \ \cdots \ a_{MN} \ b_{11} \ \cdots \ b_{MN} \ c_{11} \ \cdots \ c_{MN}\}^T \quad (5)$$

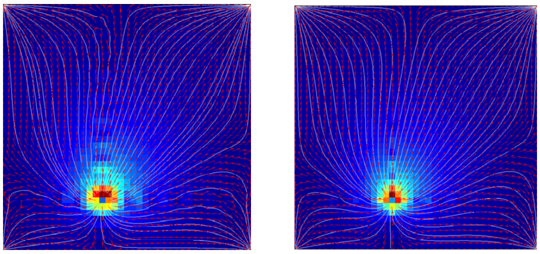
한편, 식 (4)에서 우변의 외력항을 무시하면 전형적인 고유치 문제가 된다. 이로부터 고유치 행렬 $[\ddots\ \omega_i^2\ \ddots]$과 고유벡터행렬 $[V]$을 구하고 $\{q(t)\} = [V]\{\varsigma(t)\}$과 같이 선형변환한 후 구조감쇠를 고려하여 식 (4)에 대입하면 식 (6)가 되며, 최종적으로 식 (3)을 이용해 면외변위 및 회전각을 계산할 수 있다.

$$\{\ddot{\varsigma}(t)\} + [\ddots\ \omega_i^2\ \ddots](1+j\delta)\{\varsigma(t)\} = [V]^T[D]_l^T\{F(t)\}_l \quad (6)$$

## 3. 수치해석 및 고찰

제안된 방법의 타당성을 검토하기 위해 크기가 1m x 1m이고 두께가 0.1m, 구조감쇠계수가 0.3인 정사각형 강판에 대한 수치해석을 수행하였다. 이 때, 4변은 단순지지되어 있으며, $(x,y)$=(0.4m, 0.2m)에 1e10N이 수직방향으로 조화가진되는 것으로 가정하였다. Fig. 1은 대상구조물의 1차 고유진동수에 해당하는 474Hz에 대한 결과를 나타낸 것으로 기존 해석방법과 부합성이 높게 나타남을 알 수 있다.

한편, 크기가 2m x 1m이고 두개의 마주보는 긴 변이 병진스프링(1e8 N/m$^2$)에 의해 지지되고 나머지 변이 단순지지인 경우에 대한 수치해석을 수행하고 그 결과를 Fig. 2에 나타내었다. 이 때, 나머지 해석조건은 앞서 정의한 바와 같으며, 가진주파수는 1차 고유진동수에 해당하는 100Hz로 설정하였다.



(Present method) (Existing method)

Fig. 1 Vibration intensity (1m x 1m plate)

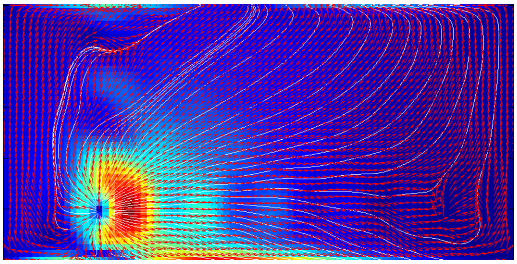


Fig. 2 Vibration intensity (2m x 1m plate)

## 3. 결 론

본 연구에서는 임의의 경계조건을 갖는 직사각형 평판에 대한 진동인텐시티 해석을 수행하였다. 강제진동해석을 위해 Timoshenko 보함수 특성을 갖는 직교 다항식을 기반으로 한 모드가정법을 도입하였으며, 수치해석을 통해 그 타당성을 확인하였다.

## 후 기

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (NO. 2011-0030669)