

유체유동효과를 고려한 다중벽 탄소나노튜브의 진동 및 안정성 해석

Vibration Stability Analysis of Multi wall Carbon Nanotubes Considering Conveying Fluid Effect

윤경재* · 최중운** · 송오섭†

Kyungjae Yun, Jongwoon Choi, Ohseop Song

Key Words : Multi Wall Carbon Nanotubes(다중벽 탄소나노튜브), Flutter(플러터), Stability(안정성), Conveying Fluid(유체유동), Critical Flow Velocity(임계유속)

ABSTRACT

In this paper, vibration and flow-induced flutter instability analysis of cantilever multiwall carbon nanotubes conveying fluid and modelled as a thin-walled beam is investigated. Non-classical effects of transverse shear and rotary inertia are incorporated in this study. The governing equations and the associated boundary conditions are derived through Hamilton's principle. Numerical analysis is performed by using extend Galerkin method which enables us to obtain more exact solutions compared with conventional Galerkin method. Cantilevered carbon nanotubes are damped with decaying amplitude for flow velocity below a certain critical value, however, beyond this critical flow velocity, flutter instability may occur. Variations of critical flow velocity with both radius ratio and length of carbon nanotubes are investigated and pertinent conclusion is outlined.

1. 서 론

탄소나노튜브(Carbon Nano Tubes ; 이하 CNT)가 1991년 이지마(Iijima)에 의해 발견된 이후로 CNT의 기계적 특성에 관한 광범위한 연구가 수행되었다. 지금까지 연구결과에 의하면 CNT는 다른 어떠한 알려진 재료 보다 우수한 기계적 특성을 보이며, 또한 물리적, 화학적으로도 탁월한 특성 때문에 수소저장 연료전지, 나노 와이어, 나노 캡슐, 나노 핀셋, 단전자 소자, 가스센서, 의·공학용 미세 부품, 고기능 복합체 등에서 무한한 응용 가능성을 보여주고 있습니다. 이러한 이유로 CNT의 기계적 거동의 전체적인 이해가 CNT 응용분야

의 핵심이기 때문에 CNT의 기계적 거동에 대한 연구가 최근 많은 주요한 연구 대상이 되어왔다. 또한 가스를 저장하기 위한 나노 컨테이너와 유체를 수송하는 나노파이프로 사용될 수 있는 가능성을 지니고 있다. 특히, 나노파이프는 내부를 흐르는 유동 유체의 속도에 따라 그 거동 특성이 크게 달라지므로 이에 대한 연구가 필수적이다. 그러나 CNT의 기계적 거동에 관한 연구는 아직 활발하지 않으며, 특히 그 진동 특성들에 관한 연구는 초기 단계에 있다 할 수 있으며 비교적 최근에는, 나노기술까지 향하는 CNT의 잠재적 응용 관점에서, 탄성 셀과 보 모델을 사용한 CNT의 진동 모드를 연구하기 위한 노력들이 시도되어왔다. CNT는 두 가지 종류로 나눌 수 있는데, 단일벽 탄소나노튜브(Single-Walled Carbon Nanotubes ; 이하 SWCNT)와 다중벽 탄소나노튜브(Multi Walled Carbon Nanotubes ; 이하 MWCNT)로 나눌 수 있다. SWCNT는 하나의 벽으로만 구성되어 있

† 교신저자; 정회원, 충남대학교 기계공학과
E-mail : songos@cnu.ac.kr
Tel : (042)821-5650 , Fax : (042)822-5642

* 국방과학연구소

** 특허청

으며, MWCNT는 여러 개의 벽으로 구성되어 있다. 여러 개의 튜브가 동심원 형태로 배열된 다중벽 탄소나노튜브의 경우 각 튜브사이에서 반데르 발스 (van der Waals) 힘 때문에 반경방향 진동모드가 발생한다. 따라서 좀 더 정확한 CNT의 기계적 특성을 파악하기 위해서 반데르 발스 힘의 효과를 고려한 다중벽탄소나노튜브의 특성에 대한 연구가 활발히 진행되어지고 있다. 본 연구에서는 전단 변형과 회전 관성의 영향을 고려하며, 또한 1,2차 외평 효과를 고려한 박관 보 모델(thin-walled beam model)에 기초하여 MWCNT 파이프의 유체유발 진동 및 파이프의 플러터 불안정성 해석을 통하여 Timoshenko beam과 Euler Beam의 결과 비교 및 단일벽 탄소나노튜브(SWCNT) 결과와 비교함으로써 다중벽 탄소나노튜브(MWCNT)의 진동특성을 확인 고찰하고자 한다.

2. 이론 해석

2.1 변위장

MWCNT 파이프 내의 각점 A_1, A_2 의 변위 벡터를 변위변수(kinematic variables)로 표시하면 다음과 같다.(Fig.1)

$$\begin{aligned}
 u_1(s_1, z_1, t) &= u_{1o}(z_1, t) - Y_1(s) \phi_1(z_1, t) \\
 v_1(s_1, z_1, t) &= v_{1o}(z_1, t) + X_1(s_1) \phi_1(z_1, t) \\
 w_1(s_1, z_1, n_1, t) &= w_{1o}(z_1, t) + \theta_{Y_1}(z_1, t) [X_1(s_1) + n_1 \frac{dY_1}{ds_1}] \\
 &\quad + \theta_{X_1}(z_1, t) [Y_1(s_1) - n_1 \frac{dX_1}{ds_1}] \\
 &\quad - \phi'_1(z_1, t) [F_{w_1}(s_1) + n_1 a_1(s_1)] \\
 u_2(s_2, z_2, t) &= u_{2o}(z_2, t) - Y_2(s_2) \phi_2(z_2, t) \\
 v_2(s_2, z_2, t) &= v_{2o}(z_2, t) + X_2(s_2) \phi_2(z_2, t) \\
 w_2(s_2, z_2, n_2, t) &= w_{2o}(z_2, t) + \theta_{Y_2}(z_2, t) [X_2(s_2) + n_2 \frac{dY_2}{ds_2}] \\
 &\quad + \theta_{X_2}(z_2, t) [Y_2(s_2) - n_2 \frac{dX_2}{ds_2}] \\
 &\quad - \phi'_2(z_2, t) [F_{w_2}(s_2) + n_2 a_2(s_2)]
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기에서, $u_{1o}, v_{1o}, w_{1o}, u_{2o}, v_{2o}, w_{2o}$ 는 각각 X, Y, Z 축 방향의 병진 변위 변수이며, $\theta_{X_1}, \theta_{Y_1}, \phi_1, \theta_{X_2}, \theta_{Y_2}, \phi_2$ 는 X, Y, Z 축에 관한 회전 변위변수를 나타낸다.

또한 $F_{w_1}(s_1), F_{w_2}(s_2)$ 와 $n_1 a_1(s_1), n_2 a_2(s_2)$ 는 비틀림에 의해 발생하는 축방향 변위인 1차 외평함수와 2차 외평함수를 나타낸다.

그리고 (n_1, s_1, z_1) 및 (n_2, s_2, z_2) 좌표는 각각 반경방향, 원주방향, 축방향 좌표를 나타낸다.

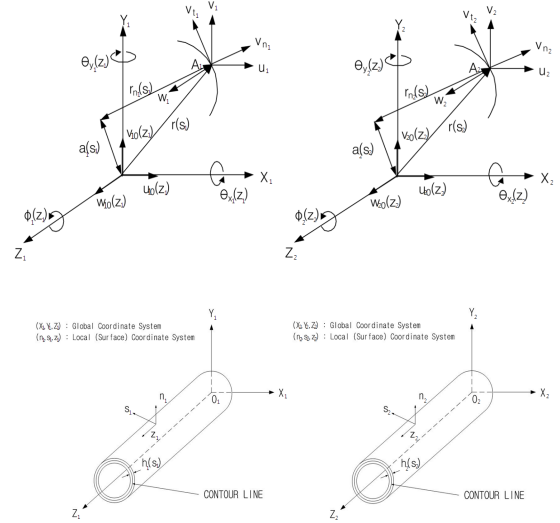


Fig. 1 Kinematic variables, coordinate system of thin-walled beam of MWCNT

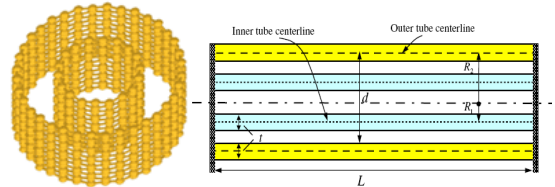


Fig. 2 Configuration and Geometry of MWCNT

2.2 운동방정식과 경계조건

해밀턴의 변분원리를 이용하여 유체유동에 의한 MWCNT의 운동방정식과 경계조건을 유도하면 다음과 같다.

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} (-\delta V + \delta K + \delta W_f + \delta W_{vdw}) dt = 0 \tag{2}$$

$t = t_0, t = t_1$ 에서

$$\delta u_{1o} = \delta v_{1o} = \delta w_{1o} = \delta \theta_{Y_1} = \delta \theta_{X_1} = \delta \phi_1 = 0$$

$$\delta u_{2o} = \delta v_{2o} = \delta w_{2o} = \delta \theta_{Y_2} = \delta \theta_{X_2} = \delta \phi_2 = 0$$

식(2)에서 MWCNT의 변형 에너지 V 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
V &= \frac{1}{2} \int_{\tau} \sigma_{1i1j} \epsilon_{1i1j} d\tau + \frac{1}{2} \int_{\tau} \sigma_{2i2j} \epsilon_{2i2j} d\tau \quad (3) \\
&= \frac{1}{2} \int_0^L \int_C [N_{z_1 z_1} \epsilon_{z_1 z_1}^{o_1} + L_{z_1 z_1} \epsilon_{z_1 z_1}^{n_1} + N_{s_1 z_1} \gamma_{s_1 z_1}^{o_1} \\
&\quad + N_{s_1 z_1} 2 \frac{A_{C_1}}{\beta_1} \phi'_1 + N_{n_1 z_1} \gamma_{n_1 z_1}] ds_1 dz_1 \\
&\quad + \frac{1}{2} \int_0^L \int_C [N_{z_2 z_2} \epsilon_{z_2 z_2}^{o_2} + L_{z_2 z_2} \epsilon_{z_2 z_2}^{n_2} + N_{s_2 z_2} \gamma_{s_2 z_2}^{o_2} \\
&\quad + N_{s_2 z_2} 2 \frac{A_{C_2}}{\beta_2} \phi'_2 + N_{n_2 z_2} \gamma_{n_2 z_2}] ds_2 dz_2
\end{aligned}$$

MWCNT의 운동 에너지는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
K_p &= \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho_1 \frac{\partial u_{1i}}{\partial t} \frac{\partial u_{1i}}{\partial t} d\tau + \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho_2 \frac{\partial u_{2i}}{\partial t} \frac{\partial u_{2i}}{\partial t} d\tau \\
&= \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho_1 [(\frac{\partial u_1}{\partial t})^2 + (\frac{\partial v_1}{\partial t})^2 + (\frac{\partial w_1}{\partial t})^2] d\tau \\
&\quad + \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho_2 [(\frac{\partial u_2}{\partial t})^2 + (\frac{\partial v_2}{\partial t})^2 + (\frac{\partial w_2}{\partial t})^2] d\tau \quad (4)
\end{aligned}$$

유체의 운동 에너지는 다음과 같이 구할 수 있다. 파이프의 변형에 의한 2차 유동이 없다고 가정할 때, 유체의 운동은 파이프의 중심선을 따라 움직인다. 따라서 변형 후 파이프 중심선의 임의의 점에 대한 위치벡터를 $\overrightarrow{R_{pc}}$, 같은 점에서 유체의 위치벡터를 $\overrightarrow{R_{f/pc}}$ 라 할 때 그 관계식은 다음과 같다.

$$\overrightarrow{R_{f_1}} = \overrightarrow{R_{pc_1}} + \overrightarrow{R_{f_1/pc_1}} \quad (5)$$

여기에서, $\overrightarrow{R_{pc}}$ 와 $\overrightarrow{R_{f/pc}}$ 는 다음과 같다.

$$\overrightarrow{R_{pc_1}} = u_1 \overrightarrow{i} + v_1 \overrightarrow{j} + (z_1 + w_1) \overrightarrow{k} \quad (6)$$

$$\overrightarrow{R_{f_1/pc_1}} = x_{b_1} \overrightarrow{i}_b + y_{b_1} \overrightarrow{j}_b \quad (7)$$

유체의 운동에너지는 다음과 같으며

$$K_f = \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho_{f_1} \overrightarrow{R_{f_1}} \cdot \overrightarrow{R_{f_1}} d\tau \quad (8)$$

식(8)의 변분을 시간에 대하여 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\int_{t_0}^{t_1} \delta K_f dt &= - \int_{t_0}^{t_1} \int_0^L \rho_{f_1} [(\ddot{u}_{10} + 2U_1 \dot{u}_{10}' + U_1^2 u_{10}'') \delta u_{10} \\
&\quad + (\dot{v}_{10} + 2U_1 v_{10}' + U_1^2 v_{10}'') \delta v_{10} + \ddot{w}_{10} \delta w_{10}] \pi (R_1 - \frac{h_1}{2})^2 dz_1 dt \\
&\quad + \int_{t_0}^{t_1} \rho_{f_1} \{ [(u_{10} + U_1 u_{10}') U_1 \delta u_{10}]_0^L + [(v_{10} + U_1 v_{10}') U_1 \delta v_{10}]_0^L \} \pi (R_1 - \frac{h_1}{2})^2 dt \quad (9)
\end{aligned}$$

끝단($z_1 = L$)에서 유속에 U_1 의한 가상일(δW_f)은 비보존계이므로 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\delta W_f &= - \int_0^{2\pi} \int_0^{(R_1 - \frac{h_1}{2})} \rho_{f_1} U_1 [(u_{10}' + U_1 u_{10}'') \delta u_{10} \\
&\quad + (v_{10}' + U_1 v_{10}'') \delta v_{10} + \dot{w}_{10} \delta w_{10}]_{z_1=L} r_1 dr_1 d\theta_1 \quad (10)
\end{aligned}$$

각 튜브사이의 작용하는 반데르발스(van der waals; 이하 vdw) force에 의한 일은 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$\begin{aligned}
\delta W_{vdw_1} &= -c_1 (u_{2o} - u_{1o}) \\
\delta W_{vdw_2} &= c_1 (u_{2o} - u_{1o}) \quad (11)
\end{aligned}$$

여기에서, c_1 은 반데르발스 상호작용계수 (interaction coefficient), Δ 은 탄소-탄소 본드의 길이이며 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
c_1 &= \frac{320 \times (2R_1) \text{erg/cm}^2}{0.16 \Delta^2} \\
\Delta &= 0.142 \text{ nm}
\end{aligned}$$

MWCNT의 변형에너지식, CNT의 운동에너지식, 유체의 운동에너지식, 외력에 의한 가상일식, van der waals force에 의한 일을 해밀턴의 원리에 대입하여 정리하면 다음과 같은 굽힘 운동에 관한 운동방정식과 경계조건을 유도할 수 있다.

운동방정식

$$\delta u_{1o} : a_{44}^{(1)} (u_{1o}'' + \theta_{y_1}') = b_{1o}^{(1)} \ddot{u}_{1o} + m_{f_1} \ddot{u}_{1o} + 2m_{f_1} U_1 \dot{u}_{1o}' + m_{f_1} U_1^2 u_{1o}'' + c_1 (u_{2o} - u_{1o})$$

$$\delta u_{2o} : a_{44}^{(2)} (u_{2o}'' + \theta_{y_2}') = b_{2o}^{(2)} \ddot{u}_{2o} - c_1 (u_{2o} - u_{1o})$$

$$\delta \theta_{y_1} : a_{22}^{(1)} \theta_{y_1}'' - a_{44}^{(1)} (u_{1o}' + \theta_{y_1}) = (b_5^{(1)} + b_{15}^{(1)}) \ddot{\theta}_{y_1}$$

$$\delta \theta_{y_2} : a_{22}^{(2)} \theta_{y_2}'' - a_{44}^{(2)} (u_{2o}' + \theta_{y_2}) = (b_5^{(2)} + b_{15}^{(2)}) \ddot{\theta}_{y_2} \quad (12)$$

경계조건

$$\text{at } z_1 = z_2 = 0 \quad ; \quad u_{1o} = u_{2o} = \theta_{Y_1} = \theta_{Y_1} = 0$$

$$\text{at } z_1 = z_2 = L \quad ; \quad a_{44}^{(1)} (u_{1o}' + \theta_{Y_1}) = 0 \quad (13)$$

$$a_{44}^{(2)} (u_{2o}' + \theta_{Y_2}) = 0$$

$$a_{22}^{(1)} \theta_{Y_1}' = 0$$

$$a_{22}^{(2)} \theta_{Y_2}' = 0$$

여기에서, $a_{44}^{(1)}, a_{44}^{(2)}, a_{22}^{(1)}, a_{22}^{(2)}$ 는 각각 MWCNT의 전단 및 굽힘 강성계수이며, $b_1^{(1)}, b_1^{(2)}, (b_5^{(1)} + b_{15}^{(1)}), (b_5^{(2)} + b_{15}^{(2)})$ 는 각각 MWCNT의 단위길이 당 질량과 극관성모멘트를 나타낸다.

3. 수치 해석

3.1 무차원화(Dimensionless)

다음과 같이 무차원화된 파라미터를 가정한다.

$$\xi_1 = \frac{z_1}{L}, \quad \bar{\eta}_1(\xi_1, T) = \frac{u_{10}(z_1, t)}{L}, \quad \bar{\Theta}_{Y_1}(\xi_1, T) = \theta_{y_1}(z_1, t),$$

$$\xi_2 = \frac{z_2}{L}, \quad \bar{\eta}_2(\xi_2, T) = \frac{u_{20}(z_2, t)}{L}, \quad \bar{\Theta}_{Y_2}(\xi_2, T) = \theta_{y_2}(z_2, t),$$

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{m_f L^2}{a_{22}}} U, \quad T = \sqrt{\frac{a_{22}^{(1)}}{b_1^{(1)} + m_f}} \frac{t}{L^2}, \quad \beta = \frac{m_{f_1}}{b_1^{(1)} + m_{f_1}},$$

$$\sigma_1 = \frac{a_{22}^{(1)}}{a_{44}^{(1)} L^2}, \quad \sigma_2 = \frac{a_{22}^{(2)}}{a_{44}^{(2)} L^2},$$

$$\gamma_1 = \left(\frac{b_5^{(1)} + b_{15}^{(1)}}{b_1^{(1)} + m_{f_1}} \right) \frac{1}{L^2}, \quad \gamma_2 = \left(\frac{b_5^{(2)} + b_{15}^{(2)}}{b_1^{(2)} + m_{f_2}} \right) \frac{1}{L^2}$$

$$\Phi_1 = \frac{c_1 L^4}{a_{44}^{(1)}}, \quad \Phi_2 = \frac{c_1 L^4}{a_{44}^{(2)}} \quad (14)$$

여기에서, $b_1^{(1)}, b_1^{(2)}$ 은 MWCNT의 단위길이 당 질량이며, m_{f_1} 은 유체의 단위길이 당 질량이다.

식 (14)을 운동방정식(12) 및 경계조건(13)에 대입하면, 다음과 같은 무차원화된 식을 유도할 수 있다.

운동방정식

$$\begin{aligned} \bar{\Theta}_{Y_1}' + \bar{\eta}_1'' &= \sigma_1 \bar{\eta}_1 + 2\sigma_1 \bar{u}_1 \beta^2 \bar{\eta}_1' + \sigma_1 \bar{u}_1^2 \bar{\eta}_1'' - \Phi_1 (\bar{\eta}_2 - \bar{\eta}_1) \\ \bar{\Theta}_{Y_2}' + \bar{\eta}_2'' &= \sigma_2 \bar{\eta}_2 + 2\sigma_2 \bar{u}_2 \beta^2 \bar{\eta}_2' + \sigma_2 \bar{u}_2^2 \bar{\eta}_2'' + \Phi_1 (\bar{\eta}_2 - \bar{\eta}_1) \\ \sigma_1 \bar{\Theta}_{Y_1}'' - \bar{\Theta}_{Y_1} - \bar{\eta}_1' &= \sigma_1 \gamma_1 \bar{\Theta}_{Y_1} \\ \sigma_2 \bar{\Theta}_{Y_2}'' - \bar{\Theta}_{Y_2} - \bar{\eta}_2' &= \sigma_2 \gamma_2 \bar{\Theta}_{Y_2} \end{aligned} \quad (15)$$

경계조건

$$\text{at } \xi_1 = \xi_2 = 0; \quad \bar{\eta}_1 = \bar{\eta}_2 = \bar{\Theta}_{Y_1} = \bar{\Theta}_{Y_2} = 0$$

$$\text{at } \xi_1 = 1; \quad \bar{\Theta}_{Y_1} + \bar{\eta}_1' = 0, \quad \sigma_1 \bar{\Theta}_{Y_1}' = 0$$

$$\text{at } \xi_2 = 1; \quad \bar{\Theta}_{Y_2} + \bar{\eta}_2' = 0, \quad \sigma_2 \bar{\Theta}_{Y_2}' = 0 \quad (16)$$

여기에서, $(\dot{\quad}) = \frac{\partial(\quad)}{\partial T}$, $(\prime) = \frac{\partial(\quad)}{\partial \xi}$ 이다.

3.2 고유치 문제 및 모드 형상

Extended Galerkin's method를 사용하여 위의 고유치문제의 해를 구하기 위하여 다음과 같이 해를 가정한다.

$$\bar{\eta}_1(\xi_1, T) = \sum_{j=1}^N a_{1j}(T) \phi_{1j}^{(1)}(\xi_1) \quad (17a)$$

$$\bar{\theta}_{Y_1}(\xi_1, T) = \sum_{j=1}^N b_{1j}(T) \phi_{2j}^{(2)}(\xi_1) \quad (17b)$$

$$\bar{\eta}_2(\xi_2, T) = \sum_{j=1}^N a_{2j}(T) \phi_{2j}^{(1)}(\xi_2) \quad (17c)$$

$$\bar{\theta}_{Y_2}(\xi_2, T) = \sum_{j=1}^N b_{2j}(T) \phi_{2j}^{(2)}(\xi_2) \quad (17d)$$

여기에서 외팔보인 경우, 시험함수는 내부 유동 유체가 없는 경우의 한단 고정, 타단 자유의 경계 조건을 만족 시키는 TB의 고유 함수를 이용하여 운동방정식(15)과 경계 조건식(16)에 대입 후 j=1부터 N까지 Extended Galerkin 적분을 행하고 행렬 형태의 식으로 정리 하면 다음과 같이 표현 된다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\} \quad (18)$$

여기에서, $\{\ddot{q}\}, \{\dot{q}\}, \{q\}$ 및 $[M], [C], [K]$ 는 다음과 같다.

$$\{\ddot{q}\} = \begin{bmatrix} \ddot{a}_{1j} \\ \ddot{a}_{2j} \\ \ddot{b}_{1j} \\ \ddot{b}_{2j} \end{bmatrix}, \quad \{\dot{q}\} = \begin{bmatrix} \dot{a}_{1j} \\ \dot{a}_{2j} \\ \dot{b}_{1j} \\ \dot{b}_{2j} \end{bmatrix}, \quad \{q\} = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ b_{1j} \\ b_{2j} \end{bmatrix}$$

상기 식(18)을 상태 공간 방법으로 표현하면, 다음과 같다.

$$\{\dot{Z}\} = [A]\{Z\} \quad (19)$$

여기서,

$$\{Z\} = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix}, \quad [A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}$$

식(19)의 해는 $e^{\lambda t}$ 형태이며 $||[A] - \bar{\lambda}[I]|| = 0$ 을 만족시키는 고유치 $\bar{\lambda}_r$ 에 의해 그 거동이 결정된다. 고유치는 감쇠가 존재하는 경

우 다음과 같은 복소수의 형태로 표현된다.

$$\bar{\lambda}_r = \bar{\alpha}_r \pm i\bar{\omega}_r \quad (20)$$

여기에서, $\bar{\alpha}_r$ 은 감쇠, $\bar{\omega}_r$ 은 고유진동수를 나타내며 각각의 고유진동수에 대한 계수백터 값은 모드 형상을 나타낸다.

본 연구의 수치해석에 사용된 MWCNT 및 유체의 재료 특성은 다음과 같다.

$$E = 1 \text{ TPa}, G = 0.4 \text{ TPa}, \nu = 0.25$$

$$\rho_1 = 2.3 \text{ g/cm}^3, \rho_2 = 2.3 \text{ g/cm}^3, \rho_{f_1} = 1 \text{ g/cm}^3$$

3.3 안정성

CNT의 안정성은 고유치 $\bar{\lambda}_r$ 의 실수부인 $\bar{\alpha}_r$ 의 부호에 의해 결정된다. 즉, $\bar{\alpha}_r < 0$ 이면 안정, $\bar{\alpha}_r > 0$ 이면 불안정이다. 특히, $\bar{\alpha}_r > 0$ 인 경우 중, $\bar{\omega}_r \neq 0$ 이면 플러터(flutter) 형태의 불안정, $\bar{\omega}_r = 0$ 이면 발산(divergence) 형태의 불안정성을 나타내게 된다.

3.4 무차원 상대 유속

무차원화 된 유속의 상대비교를 위해, 상대 유속을 다음과 같이 정의한다.

$$\bar{U}_{1rel} = \bar{u}_1 \bar{R}_1 \frac{1}{L} \quad (21)$$

여기에서, $\bar{R}_1 = \sqrt{\frac{m_{f_1}^*}{a_{22}^{(1)*}}} / \sqrt{\frac{m_{f_1}}{a_{22}^{(1)}}}$, $\bar{L} = \frac{L}{L^*}$ 이며,

(*) 는 $h_1 = 20 \text{ nm}$, $L = 800 \text{ nm}$, $R_{1out} = 40 \text{ nm}$ 일 때의 수치이다.

4. 해석결과 및 고찰

앞서 제시한 수렴성이 우수한 EGM(Extended Galerkin Method)의 수치해석을 통하여 결과를 얻었으며, 우선 유체유동이 없는 경우($m_f = 0$)에 Table 1 과 같이 참고문헌(2), (3)의 결과와 비교하여 정확성을 입증하였다. 현재까지 외팔보를 통한 MWCNT의 결과는 없으며, 다만 S-S(simply supported) 경우만 연구 결과가 나와 있어 결과입증은 S-S를 통해 하였으며, 고차모드로 갈수록 결과값이 더욱 정확하게 일

치해져가는 것을 확인할 수 있었다. 또한 유체유동이 있는 경우($m_f \neq 0$) 내부유동 유체의 유속변화에 따른 MWCNT의 동적안정성에 관한 수치해의 정확성을 Table 2와 같이 참고문헌(1),(4)의 결과비교를 통한 타당성을 입증하였다.

Table. 1 Comparison of the present results of with Ref. (2,3), ($R_{in}/R_{out} = 0.5$, no conveying fluid)

Mode No.	Natural Frequencies					
	Timoshenko Beam			Euler Beam		
	Ref. (2)		결과	Ref. (3)		결과
	SW CNT	MW CNT	MW CNT	SW CNT	MW CNT	MW CNT
1	3.1278	3.0662	3.0877	3.1415	3.1410	3.1411
2	6.1735	6.0378	6.0746	6.2821	6.2650	6.2692
3	9.0418	8.5758	8.6244	9.4247	9.2756	9.2789
4	11.612	10.850	10.947	12.566	11.880	11.883
5	13.757	13.115	13.119	15.707	13.946	13.947

Table. 2 Comparison of the present results of $\bar{U}_{rel,cr}$ with Ref.(1,10), ($R_{in}/R_{out} = 0.5$, conveying fluid)

\bar{L}	$\bar{U}_{rel,cr}$				
	Ref(1)	Ref(10)		결과	
	EB	TB	EB	TB	EB
1	4.941 (2nd)	4.743 (2nd)	4.941 (2nd)	5.026 (2nd)	5.239 (2nd)
5	0.988 (2nd)	0.988 (2nd)	0.988 (2nd)	1.243 (2nd)	1.244 (2nd)

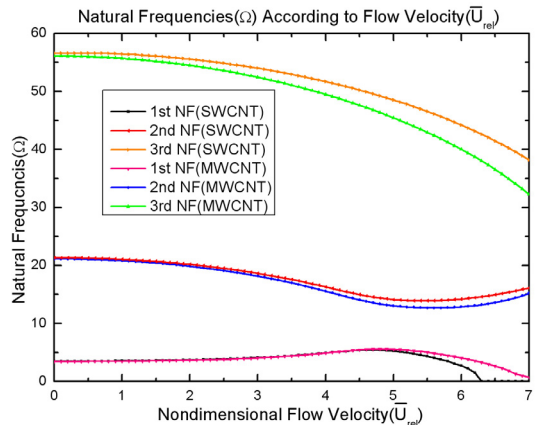


Fig. 3 Variation of Natural Frequencies with fluid velocity for cantilevered Timosheko beam

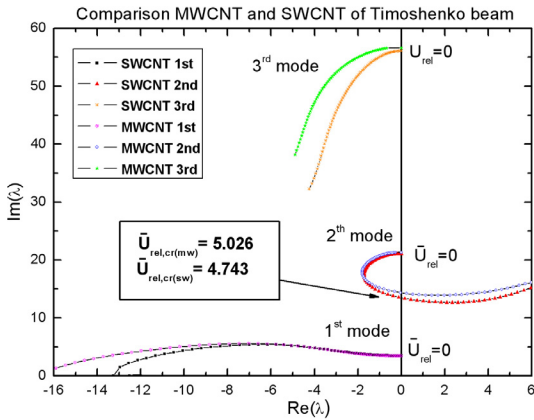


Fig. 4 Variation of real and imaginary parts of the non-dimensional eigenvalues with fluid velocity for both MWCNT & SWCNT (TB, $\bar{L}=1, R_{in}/R_{out}=0.5$)

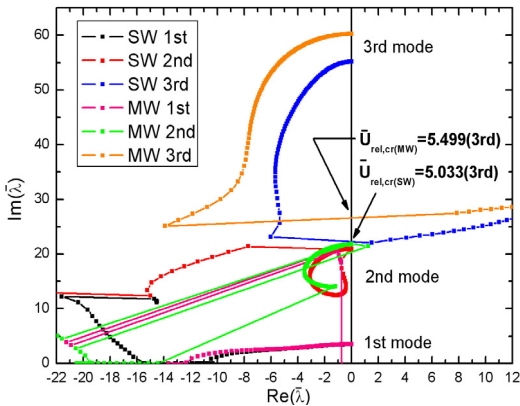


Fig. 5 Variation of real and imaginary parts of the non-dimensional eigenvalues with fluid velocity for both MWCNT & SWCNT (TB, $\bar{L}=1, R_i/R_o=0.7$)

그림3에서 알 수 있듯이 MWCNT는 SWCNT에 비해 낮게 나타남을 확인 할 수 있다. 그림 4는 임계유속을 구하는 과정을 예시하기 위해 유속의 변화에 따른 TB의 처음 저차 3개의 고유치의 실수부와 허수부 값의 변화를 MWCNT와 기존의 SWCNT를 비교하였다. 실수부가 음수에서 양수로 변하는 점에서의 유속이 임계유속이 된다. 그림 4,5에서 확인할 수 있듯이 고유치의 실수부와 허수부 값의 변화가 MWCNT가 SWCNT에 비해 큰 값을 갖는 것을 확인할 수 있다. 즉 임계속도의 값이 커진다는 것을 의미함을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 외팔보(Cantilever beam)의 다중벽 탄소나노튜브(MWCNT)의 유체 유발 진동 모델을 유도하고, 유동속도를 증가시켜가면서 MWCNT의 mode별 고유진동수와 MWCNT에 플러터가 발생하는 임계유속을 계산하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) MWCNT의 고유진동수는 SWCNT에 비해 낮은 값을 가지며 고차모드로 갈수록 그리고 임계유속이 커질수록 그 차이는 더욱 커짐을 확인할 수 있다.
- (2) 임계유속에 따른 고유치의 실수부와 허수부 값의 변화가 MWCNT가 SWCNT에 비해 큰 값을 갖으며 고차모드로 갈수록 그 차이는 더욱 커지는 것을 확인할 수 있다. 즉 임계속도의 값이 커진다는 것을 알 수 있다. 또한 임계유속이 클수록 EB 이론이 TB 이론 보다 임계유속을 크게 예측한다는 것을 알 수 있다.

참고 문헌

- (1) J. Yoon, C. Q. Ru and A. Mioduchowski, 2006, "Flow-induced Flutter Instability of Cantilever Carbon Nanotubes", International Journal of Solids and Structures 43, pp. 3337~3349.
- (2) C. M. Wang, V. B. C. Tan and Y. Y. Zhang, 2006 "Timoshenko Beam Model for Vibration Analysis of Multi-walled Carbon Nanotubes", Journal of Sound and Vibration 294, pp. 1060~1072.
- (3) Metin Aydogdy, 2008, "Vibration of multi-walled carbon nanotubes by generalized shear deformation theory" International Journal of Mechanical Sciences 50, pp. 837~844.
- (4) 최중운, 송오섭, 2008, "탄소나노튜브의 유체유발 진동", 한국소음진동공학회 논문집, 제18권 제6호, pp. 654~662.