

# 벌칙 함수를 이용한 자동 보정 모형의 기능 향상에 관한 연구

## Application of a Penalty Function to Improve Performance of an Automatic Calibration Model

강태욱\*, 이상호\*\*  
Taeuk Kang, Sangho Lee

### 요 지

진화계열 알고리즘은 무제약 최적화 알고리즘이다. 이러한 진화계열 알고리즘에 제약조건을 반영하기 위해서는 제약조건을 다룰 수 있는 추가적인 방법이 요구된다. 연구에서는 SWMM과 집합체 혼합진화 알고리즘을 연계한 자동 보정 모형에 제약조건을 반영하기 위해 벌칙 함수를 적용하였다. 적용된 벌칙 함수는 홍수 유출 해석 시 중요한 요소인 침투유량과 관계된 제약사항이다. 벌칙 함수를 포함하여 구성된 자동 보정 모형은 밀양댐의 2009년 7월에 발생한 두 개의 호우사상에 대하여 적용되었다. 그 결과, 침투유량에 관계된 벌칙 함수를 포함하지 않은 자동 보정의 경우, 침투유량과 침투유출 발생시간 모두 계산 결과가 관측자료에 부합하지 못하였다. 반면에 벌칙 함수를 적용할 경우, 계산 및 관측 자료의 침투유량 오차는 확연히 줄었고, 침투유량의 발생시간은 정확히 일치하였다. 그리고 계산된 수문곡선의 형상도 관측 수문곡선에 적합되었다. 즉, 벌칙 함수를 이용한 제약조건을 반영을 통해 자동 보정 모형의 기능을 향상시킬 수 있었다.

**핵심용어** : 벌칙 함수, 자동 보정, 제약조건, SWMM, 집합체 혼합 진화 알고리즘

### 1. 서 론

이공학 분야의 많은 최적화 문제는 제약조건(constraint)을 포함하고 있다. 하지만 최적화 문제에 활용도가 높은 유전자 알고리즘(genetic algorithm; GA)과 집합체 혼합진화 알고리즘(shuffled complex evolution-University of Arizona; SCE-UA)과 같은 진화 계열 알고리즘(evolutionary algorithms; EAs)은 무제약 최적화 알고리즘이다. 즉, 이러한 진화 계열 알고리즘은 최적화 과정 내에 제약조건을 반영할 수 없다. 따라서 제약조건이 포함된 최적화 문제를 해결하기 위해서는 제약조건을 다룰 수 있는 추가적인 기법이 필요하다(Mallipeddi and Suganthan, 2010).

벌칙 함수(penalty function)는 제약조건을 다룰 수 있는 가장 단순하고, 가장 일반적으로 사용되는 방법이다(Tessema and Yen, 2009; Yeniay, 2005). 연구에서는 강태욱 등(2011)에 의해 제시된 홍수유출 모형의 자동 보정 모듈에 제약조건을 고려할 수 있도록 벌칙 함수를 적용하였다. 강태욱 등(2011)에 의해 제시된 자동 보정 모듈은 SWMM과 집합체 혼합진화 알고리즘을 연계한 모듈로서 관측 및 계산된 수문곡선의 적합과 침투유량의 오차를 최소화하도록 다목적함수를 이용하였다. 하지만 다목적함수를 이용한 최적화는 다수의 최적해를 산출하게 되므로 최종해 결정의 어려움이 있다. 또한, 해당 모듈은 관측 및 계산된 침투유량의 발생시간에 대한 오차를 제어할 수 없다.

이에 따라 연구에서는 관측 및 계산된 수문곡선의 적합을 위한 목적함수와 침투유량의 오차,

\* 정회원 · 부경대학교 토목공학과 박사수료 · E-mail: ktw62@hanmail.net

\*\* 정회원 · 부경대학교 토목공학과 교수 · E-mail: peterlee@pknu.ac.kr

침투유량 발생시간의 오차를 줄일 수 있도록 벌칙 함수를 구성하였고, 이를 결합하여 자동 보정을 수행하였다. 자동 보정의 대상구역은 홍수 시 관측 자료가 충분한 밀양댐으로 하였고, 2009년 7월에 발생한 2개의 강우사상에 대하여 적용하였다.

## 2. SWMM의 자동 보정 모듈

### 2.1 SWMM과 집합체 혼합진화 알고리즘의 연계

강태욱 등(2011)은 집합체 혼합진화 알고리즘을 이용하여 SWMM을 자동 보정하기 위해 우선 두 모형을 그림 1과 같이 연계하였다. 즉, 집합체 혼합진화에 의해 발생된 표본 요소(매개변수 조합)와 진화과정에서 생성된 새로운 요소에 대하여 SWMM을 수행할 수 있도록 연결하였다. 그리고 각각의 매개변수 조합에 의해 생성된 수문곡선과 관측 수문곡선을 비교한 후, 목적함수의 값을 계산하여 집합체 혼합진화 알고리즘으로 전달해주는 모듈을 구성하였다. 이 모듈을 연구에 이용하였다.

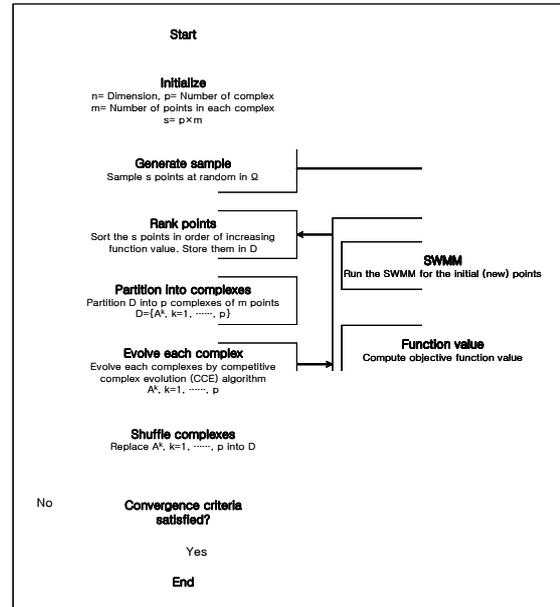


그림 1. SWMM과 SCE-UA의 연계 모식도

### 2.2 목적함수의 구성

홍수유출 모형의 자동 보정에 사용된 목적함수는 식 (1)과 같다. 식 (1)에서  $f_p(\mathbf{x})$ 는 벌칙 부과 목적함수(penalized objective function)로서, 벌칙 없는 목적함수(unpenalized objective function)인  $f(\mathbf{x})$ 와 벌칙 함수( $p(\mathbf{x})$ )의 합으로 구성된다. 식 (2)에 제시된 벌칙 없는 목적함수는 관측 유량 수문곡선과 계산된 유량 수문곡선을 적합시키기 위한 목적함수이다. 한편, 홍수유출 해석에서는 침투유량의 정확성이 중요하다. 이에 따라 연구에서는 벌칙 함수로서 침투유량의 오차를 의미하는  $p_1(\mathbf{x})$ 와 침투유량의 발생시간 오차를 나타내는  $p_2(\mathbf{x})$ 로 구성하였다(식 (3)). 침투유량의 크기에 관한 벌칙 함수는 관측 및 계산된 침투유량의 절대값으로 구성하였고, 침투유량 발생시간에 관한 벌칙 함수는 위배 여부에 따라 벌칙을 갖거나 갖지 않도록 구성하였다. 그리고 각각의 벌칙 함수를 벌칙 매개변수(parameter)인  $w_1, w_2$ 로 선형 조합하여 벌칙 없는 목적함수와 더하였다.

벌칙 함수를 이용한 최적해 산정에 있어서는 벌칙 매개변수 값의 선정이 중요하다. 즉, 벌칙 매개변수의 값에 따라 벌칙 함수의 반영 정도에 차이가 발생하여 최적해 산정에 영향을 주게 된다. 연구에서는 사전 모의를 통해  $w_1$ 의 값은 0.5~5 사이에서 좋은 결과를 보였고,  $w_2$ 의 경우 10,000 이상에서 적절히 모의되는 것으로 확인하였다. 이에 따라  $w_1$ 을 0.5~5 사이의 추정대상 매개변수로 설정하였고,  $w_2$ 의 경우 10,000으로 고정하여 사용하였다.

$$\text{Min } f_p(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + w_1 p_1(\mathbf{x}) + w_2 p_2(\mathbf{x}) \quad (1)$$

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{t=1}^N (q_t^{\text{obs}} - \sqrt{q_t^{\text{cal}}})^2 \quad (2)$$

$$p_1(\mathbf{x}) = |q_{\text{max}}^{\text{obs}} - q_{\text{max}}^{\text{cal}}|, \quad p_2(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0, & \text{for } t_{q_{\text{max}}}^{\text{obs}} = t_{q_{\text{max}}}^{\text{cal}} \\ 1, & \text{for } t_{q_{\text{max}}}^{\text{obs}} \neq t_{q_{\text{max}}}^{\text{cal}} \end{cases} \quad (3)$$

### 3. 홍수유출 모형의 자동 보정

#### 3.1 대상 유역

연구에서는 다수의 관측 기록이 있는 밀양댐 상류 유역에 대하여 홍수유출 모형을 구성하였다. 비록 SWMM이 도시유역의 홍수유출 해석에 주로 사용되지만, SWMM이 지하수 유출 모듈을 포함하고 있으므로 전원유역에 대한 적용이 가능할 것으로 판단하였다. 실제로 조민욱 등(2007)은 전원유역에 대한 SWMM의 적용성을 높게 평가한 바 있다.

연구에서는 밀양댐 상류 유역을 24개의 소유역과 26개의 하도로 구분하였고(그림 2), 밀양댐 및 선리 강 우관측소의 시간 단위 강우 자료를 활용하여 홍수유출 모의를 수행하였다. 유역추적과 하도추적은 각각 비선형저류방정식과 운동파(kinematic wave) 모형으로 수행되었다. 그리고 유효강우의 산정을 위하여 NRCS (U.S. Natural Resources Conservation Service) 방법이 사용되었다.

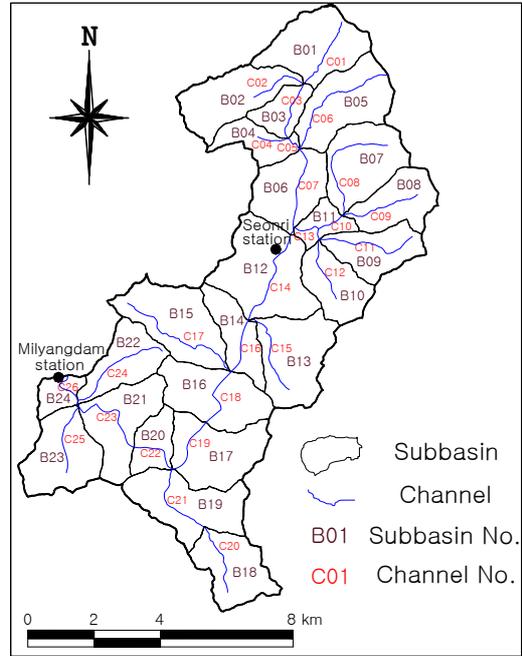


그림 2. 대상유역의 소유역과 하도 구분

#### 3.2 추정 대상 매개변수

SWMM의 자동 보정은 총 20개의 매개변수를 추정하여 수행되었다. 추정 대상 매개변수는 8개의 유역 매개변수, 1개의 하도 매개변수, 10개의 지하수 매개변수와 벌칙 함수의 구성에 사용된 벌칙 매개변수(w)이다.

표 1에는 추정대상 매개변수와 각각의 매개변수에 대한 최적해 탐색 영역을 나타낸 것이다. 대부분의 매개변수는 모든 유역과 하도에서 동일한 값들을 갖도록 설정하였다. 다만, 불투수지역의 면적비와 유역폭은 유역마다 추정된 고유의 값이 있으므로 해당 유역의 값들을 특정한 비율로 변화시켜 최적해를 찾도록 하였다. 그리고 초기 지하수위는 처음 가정된 수위(하도의 바닥고)로부터 -1~1 m 변화될 수 있도록 설정하였다.

표 1. 추정대상 매개변수

Class	Parameters	Unit	Lower Bound	Upper Bound	Class	Parameters	Unit	Lower Bound	Upper Bound
Basin	Percent of Impervious Area	%	0.8	1.2	Ground-water	Porosity (Volume of Voids/Total Soil Volume)	Fraction	0.453	0.463
	Characteristic Width of the Overland Flow Path	m	0.8	1.2		Wilting Point (Soil Moisture Content at which Plants Cannot Survive)	Fraction	0.085	0.116
	Manning's n of Impervious Area	-	0.01	0.016		Field Capacity (Soil Moisture Content after All Free Water Has Drained off)	Fraction	0.19	0.232
	Manning's n of Pervious Area	-	0.15	0.4		Soil's Saturated Hydraulic Conductivity	mm/hr	3.3	10.92
	Depth of Depression Storage on Impervious Area	mm	1.6	3.8		Average Slope of Log(Conductivity) Versus Soil Moisture Deficit Curve	-	1	10
	Depth of Depression Storage on Pervious Area	mm	3.8	6.4		Average Slope of Soil Tension Versus Soil Moisture Content Curve	mm	1000	5000
	Percent of the Impervious Area with no Depression Storage	%	10	30		Elevation of the Water Table in the Aquifer at the Start of the Simulation	El. m	-1	1
	SCS Runoff Curve Number	-	0.8	1.2		Moisture Content of the Unsaturated Upper Zone of the Aquifer at the Start of the Simulation	Fraction	0.15	0.4
Channel	Manning's Roughness Coefficient	-	0.011	0.05		Groundwater Flow Coefficient	-	0.0001	0.1
Penalty parameter	w	-	0.5	5		Groundwater Flow Exponent	-	1	5

### 3.3 자동 보정의 결과

자동 보정은 2009년 7월 7일과 7월 15일의 강우사상에 대하여 적용되었다. 그림 3은 보정된 결과로서 벌칙 함수의 포함 유무에 따른 자동 보정의 결과를 나타낸 그림이다. 벌칙 함수를 포함하지 않은 경우, 관측 및 계산된 첨두유량의 크기와 첨두유량 발생시간의 오차가 발생 하는 것을 볼 수 있다. 반면에, 벌칙 함수를 포함하는 경우, 첨두유량의 오차는 감소하고 첨두유량의 발생시간은 정확히 같아졌다.

표 2는 벌칙 함수를 포함한 자동 보정의 효과를 검토하기 위해 정량적 평가 지표를 벌칙 함수의 포함 유무에 따라 나타낸 표이다. 표 2에 제시된 평가 지표 중 NSE(Nash-Sutcliffe efficiency)와 체적비(ratio of volume; ROV)는 1이 최적값이고, 나머지는 0이 최적값이다. 지표들에 대한 자세한 내용은 강태욱 등(2011)의 자료를 참고할 수 있다. 기본적으로 첨두유량의 오차와 첨두유량 발생시간의 오차는 벌칙 함수를 사용함에 따라 크게 개선되었다. 반면에 다른 지표에서는 미소하게 개악되거나 유사한 값을 도출하였으나, 큰 변화는 없는 것으로 분석되었다. 2009년 7월 15일의 강우사상에서 벌칙 함수를 포함하지 않은 경우의 첨두유출 발생시간의 오차가 29시간으로 매우 큰 것은 관측값에서는 첫 번째 첨두유량이 최대값인 반면, 계산값에서는 두 번째 첨두유량이 최대값인 것에 기인한다.

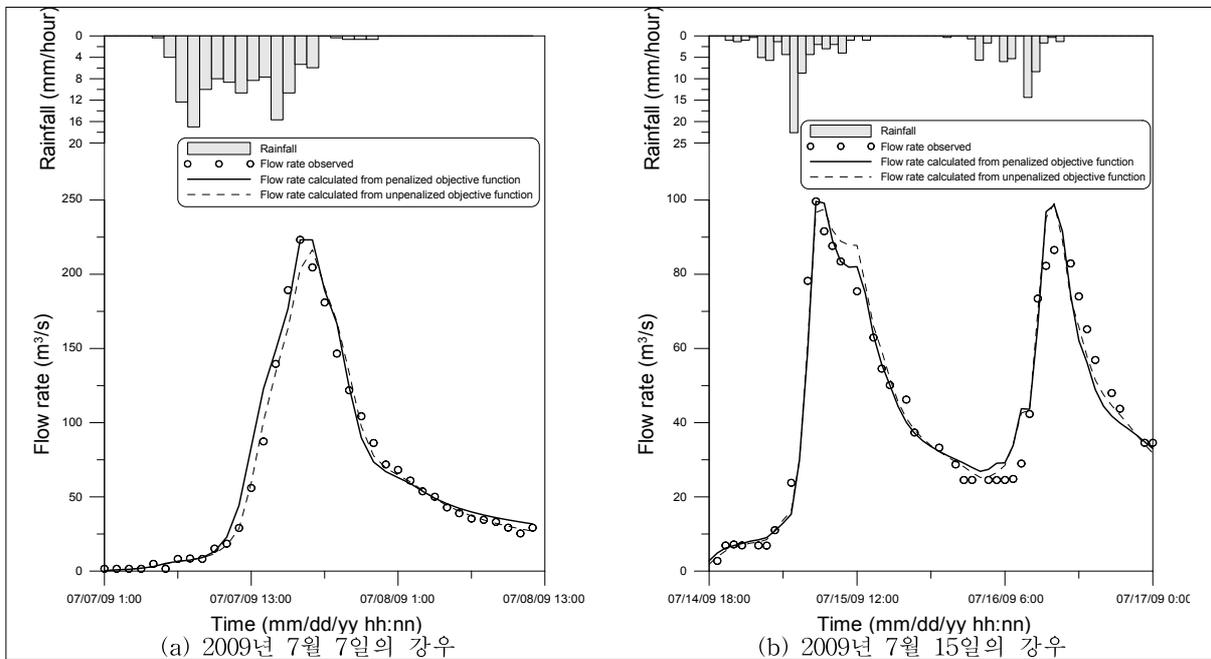


그림 3. 벌칙 함수 포함 유무에 따른 자동 보정 결과

표 2. 자동 보정 결과에 대한 모형 평가 지표

Storm Event	Objective Function	NSE	PBIAS (%)	PEE	ROV	RMSE (m³/s)	Error of Peak Flow (m³/s)	Error of Peak Flow Time(hour)
2009.07.07.	Unpenalized Objective Function	0.98	0.35	2.19	1.00	8.47	12.08	1
	Penalized Objective Function	0.97	-5.24	2.83	1.05	10.47	0.05	0
2009.07.15.	Unpenalized Objective Function	0.95	-1.53	1.02	1.02	6.21	0.54	29
	Penalized Objective Function	0.95	-0.28	1.29	1.00	6.70	0	0

#### 4. 결론

수문 모형의 자동 보정에 많이 사용되고 있는 진화계열 알고리즘들은 무제약 최적화 알고리즘이다. 따라서 제약조건을 반영하기 위해서는 추가적인 기법이 요구된다. 본 연구에서는 벌칙 함수를 이용하여 제약조건을 반영하였다. 연구에서는 강태욱 등(2011)이 제시한 SWMM과 집합체 혼합진화 알고리즘의 연계 모듈에 벌칙 함수를 적용하였다. 벌칙 함수는 홍수유출 해석에서 중요한 인자인 침투유량 및 침투유량의 발생시간에 대한 제약사항으로 구성되어 있다.

구성된 자동 보정 모형은 밀양댐의 2009년 7월에 발생한 두 개의 호우사상에 대하여 적용되었다. 벌칙 함수를 포함한 자동 보정의 효과를 검토하기 위해 벌칙 함수의 포함 유무에 따른 자동 보정의 결과를 비교하였다. 그 결과 두 개의 호우사상 모두에서 벌칙 함수를 포함하지 않은 경우, 침투유량과 침투유출 발생시간 모두 관측자료에 부합하지 못하였다. 반면에 벌칙 함수를 적용할 경우, 침투유량 오차는 0에 근사하였고, 침투유출 발생시간은 정확히 일치하였다. 그리고 계산된 수문곡선의 형상도 관측 수문곡선에 적합되었다. 즉, 연구에서는 벌칙 함수를 통해 침투유량에 관한 제약조건을 반영하여 홍수 유출 모형의 자동 보정에 관한 정확도를 향상시킬 수 있었다.

#### 감 사 의 글

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구(No. 2011-0015225)입니다. 연구비를 지원해 주신 한국연구재단에 심심한 감사의 뜻을 표합니다.

#### 참 고 문 헌

1. 강태욱, 이상호, 강신욱, 박종표 (2011). "집합체 혼합진화 알고리즘을 이용한 도시유역 홍수유출 모형의 자동 보정에 관한 연구." **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제45권, 제1호, pp. 15-27.
2. 조민욱, 윤재영, 장수형, 윤용남 (2007). "SWMM을 이용한 유역개발 전·후의 홍수량 변화 분석." **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제27권, 제2B호, pp. 125-132.
3. Mallipeddi, R., and Suganthan, P.N. (2010). "Ensemble of constraint handling techniques." *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 14, No. 4, pp. 561-579.
4. Tessema, B., and Yen, G.G. (2009). "An adaptive penalty formulation for constrained evolutionary optimization." *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 39, No. 3, pp. 565-578.
5. Yeniy, Ö. (2005). "Penalty function methods for constrained optimization with genetic algorithms." *Mathematical and Computational Applications*, Vol. 10, No. 1, pp. 45-56.