

# Sparse 표현을 이용한 이중 에너지 X선 흡수 영상 잡음 제거

김형일\*, 엄원용\*, 김대회\*, 노용만\*  
\*한국과학기술원 전기 및 전자공학과  
e-mail : ymro@ee.kaist.ac.kr

## Noise Reduction for Dual-energy X-ray Absorptiometry Image using Sparse Representation

Hyungil Kim\*, Wonyong Eom\*, Dae Hoe Kim\*, Yong Man Ro\*  
\*Dept. of Electrical Engineering  
Korea Advanced Institute of Science and Technology (KAIST)

### 요 약

대사성 골 질환인 골다공증(Osteoporosis)의 조기 진단을 위한 골 밀도를 측정하는 방법이 최근 연구되고 있다. 골 밀도 영상은 이중 에너지 X 선 흡수법에 의해 측정되는데, 영상에 존재하는 잡음은 뼈 영역 추출과 골 밀도 계산에 어려움을 주고 있다. 따라서 본 논문에서는 최근 신호처리 분야에서 폭넓게 사용되고 있는 sparse 표현을 도입하여 X 선 영상의 잡음을 제거하는 방법을 제안한다. 실험을 통해 제안한 잡음 제거 방법의 결과가 기존의 방법에 비해 개선됨을 MSR(Mean to Standard deviation Ratio)과 CNR(Contrast to Noise Ratio)을 통해 확인하였다.

### 1. 서론

골다공증(Osteoporosis)은 가장 흔하게 나타나는 대사성 골 질환(metabolic bone disease)으로서 이는 뼈 질량의 감소, 뼈 구조의 변형, 그리고 골절에 의해 골다공증의 특성이 규명된다[1]. 골다공증은 전 세계 45세 이상 여성의 50%가 겪는 질병이지만, 증상에 대한 이해의 부족으로 자신 스스로가 골다공증을 인지하기 어렵다. 이에 따라 골다공증을 조기에 진단할 수 있는 골 밀도(Bone Mineral Density: BMD)를 측정하는 많은 방법이 연구되고 있다[2].

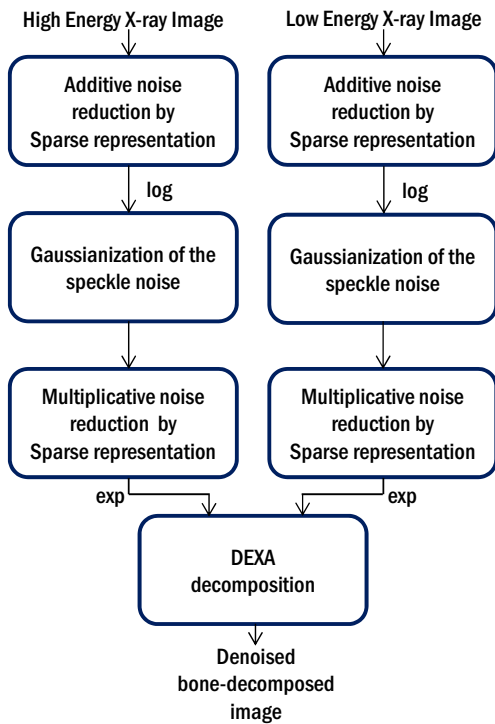
BMD는 X 선 영상을 통해 측정되는데 X 선 방법 중에 기존에 사용되었던 단순 X 선(single X-ray) 방법은 단일 에너지를 골 조직에 투과시켜 X 선의 에너지 흡수량을 토대로 골밀도를 측정하는 방법이다. 이 방법은 가격은 저렴하나 연부조직(soft tissue)에 의한 간섭 등을 효과적으로 제거하기 힘들기 때문에 측량부위의 오차가 크다는 단점이 있다. 이에 반해 이중 에너지 X 선 흡수법(Dual-energy X-ray Absorptiometry: DEXA)을 이용하면 서로 다른 에너지를 골 조직에 투과시켜 두 개의 영상을 얻을 수 있고, 이는 에너지 감영 방법을 통해 단순 X 선을 사용할 때 문제가 되었던 생체조직의 중첩에 의한 잡음을 서로 다른 두 영상에 의해 복원시킬 수 있다. 따라서 정밀한 영상 재현이 가능하므로 진단 효율을 향상시킬 수 있다[3].

DEXA 영상을 사용해서 골밀도 영상을 보기 위해 영상에서 뼈 영역이 분리되어야 하고, 분리된 영역에서의 픽셀에 의해 BMD가 측정되어야 한다. 따라서 BMD를 정확히 측정하기 위해서는 잡음이 적은 X 선

영상을 얻는 것과 정밀한 뼈 추출이 주요한 요소이므로, 영상에서의 잡음 제거는 골다공증 진단에 있어서 필수적인 전처리 단계라고 할 수 있다[4].

보통 영상에서 잡음을 제거하기 위해 확률적으로 최적방법인 Wiener 필터를 이용하는 방법이 있지만, 이 방법은 가우시안 잡음을 가정하며 원본 영상의 잡음 확률을 이용하기 때문에 일반적으로 X 선 영상에서 적용하기에는 비효율적이다. 또한, 잡음을 제거하기 위해 웨이블릿 변환을 사용하는데, 이 방법은 웨이블릿 도메인에서 영상의 웨이블릿 영역에 대해 잡음 성분이 지배적인 영역은 그 성분을 감소시키고, 본래의 신호 성분이 지배적인 영역에서는 그 성분을 보존한다. 하지만 웨이블릿 변환을 이용한 방법은 가우시안 잡음이 추가된 일반 영상에 대해 효과적이고 특성이 다른 의료 X 선 영상에서는 잡음이 충분히 제거되지 않는다[5]. 이를 개선하여 최근에는 Bayes shrink에 관한 연구가 수행되었다[4][5].

본 논문에서는 신호처리 분야에서 최근 폭넓게 사용되고 있는 sparse 표현을 도입하여 X 선 영상의 잡음을 제거하는 방법을 제안한다. X 선 영상의 잡음은 가산성 잡음(additive noise)과 적산성 잡음(multiplicative noise)으로 모델링 되는데[4], sparse 표현을 이용해서 가산성 잡음을 제거하고, 적산성 잡음은 로그 변환과 outlier shrinkage 방법을 통해 가산성 잡음으로 변형하여 sparse 표현을 이용해 잡음을 제거한다. Sparse 표현을 이용하여 잡음을 제거하는 방법은 잡음이 있는 오염된 영상으로부터 자신의 기저(basis)를 찾아 깨끗한 영상을 복원할 수 있다는 장점을 가지고 있다.



(그림 1) 제안하는 잡음 제거 시스템

본 논문의 2 장에서 DEXA 영상 시스템과 영상 분해 및 제안하는 DEXA 영상 잡음 제거 방법을 설명한 뒤 3 장에서 제안하는 방법의 실험 결과에 대해 설명하고, 기존 최적의 방법인 Wiener 필터와 그 성능을 비교한다. 그리고 4 장에서 결론을 맺는다.

## 2. 제안하는 잡음 제거 방법 및 DEXA 영상 분해

그림 1 은 제안하는 잡음 제거 방법의 전체 시스템을 나타낸다. 고 에너지와 저 에너지 X 선 영상에 대해 sparse 표현을 이용하여 가산성 가우시안 잡음을 제거하고, 로그 변환을 통해 적산성 잡음을 가산성으로 변환한다. 다음으로 이 잡음의 분포를 가우시안 분포를 따르도록 만들고 나서 다시 sparse 표현을 이용하여 잡음을 제거한 후 서로 다른 에너지로부터 얻은 영상을 이용해서 뼈 영역을 분리하기 위해 영상분해를 한다.

2.1 절에서 DEXA 영상의 잡음 모형에 대한 설명을 하고, 2.2 절에서 제안하는 sparse 표현을 이용한 잡음 제거 방법을 설명한다. 그리고 잡음이 제거된 영상에 대한 영상 분해 방법을 소개한다.

### 2.1 DEXA 영상 잡음 모델링

DEXA 영상의 잡음은 detector 잡음과 광자에 의한 source 잡음으로 나타난다[4]. Detector 잡음은 가산성 가우시안 잡음만이 나타나고 source 잡음은 광자에 의한 적산성 잡음과 detector 에 의한 가산성 잡음이 동시에 나타난다.

적산성 잡음은 영상에서 가산성 잡음을 제거한 후 로그 변환을 하게 되면 Fisher-Tippet 분포(FTD)를 따른다[6]. Fisher-Tippet 확률밀도 함수의 한 쪽 모양은

가우시안의 분포와 유사하지만, 다른 한 쪽은 영상의 임펄스성 잡음성분에 의해 꼬리(outlier)를 갖게 된다. 잡음이 outlier 로 인해 가우시안 분포로 모델링 되지 않으므로, 본 논문에서는 FTD 를 따르는 로그 변환된 적산성 잡음의 outlier 를 줄여서 가산성 가우시안 잡음으로 만드는 outlier shrinkage 방법을 도입한다[7].

### 2.2 제안하는 잡음 제거 방법

본 논문에서 제안하는 잡음 제거 방법은 기존 연구 [8]에서 제안한 방법인 학습된 dictionary 에 대한 sparse 표현을 이용한 영상 잡음 제거 방법에 기반한다.

Sparse 표현은 패치(patch) 단위로 영상을 추출해서 각 패치를 dictionary 의 열(column) 성분의 선형 조합으로 표현하는 방법을 의미한다. 즉, dictionary 는 신호의 원형(prototype)의 집합이라고 할 수 있는데, 모든 영상의 패치( $\mathbf{x}$ )는 dictionary 와 sparse 한 값을 갖는 sparse 벡터에 의해 표현된다. 이 때 sparse 벡터는 다음의 식을 만족하도록 구해진다.

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \min \|\mathbf{D}\mathbf{a} - \mathbf{y}\|_2^2 + \mu \|\mathbf{a}\|_0, \quad (1)$$

여기에서  $\mathbf{D}$  는 dictionary,  $\mathbf{a}$  는 sparse 벡터,  $\mathbf{y}$  는 잡음이 있는 영상의 패치, 그리고  $\mu$  는 식(1)의 두 항 사이의 비중을 조절하는 상수이다. 이 식은 잡음이 없는 영상의 패치가  $\mathbf{x} \approx \mathbf{D}\mathbf{a}$  와 같이 sparse 하게 표현될 수 있다는 가정 하에, 잡음이 있는 영상과 잡음이 없는 영상의 차이를 최소화 하고, sparse 벡터의 0 이 아닌 성분의 개수를 의미하는  $l^0$ -norm 을 최소화하는 sparse 벡터를 구하는 것이다. 식(1)을 만족하는  $\mathbf{a}$  를 구하기 위해서 본 논문에서는 OMP(Orthogonal Matching Pursuit) 알고리즘을 사용하였다[9]. 이 단계를 sparse 부호화(sparse coding)라고 일컫는다.

최종 알고리즘은 MAP (maximum a posteriori) 추정 방법의 해를 구하는 것인데, MAP 추정 방법을 통한 해는 식(2)에 의해 풀 수 있다.

$$\{\hat{\mathbf{D}}, \hat{\mathbf{a}}_{ij}, \hat{\mathbf{X}}\} = \arg \min_{\mathbf{D}, \mathbf{a}_{ij}, \mathbf{X}} \lambda \|\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_2^2 + \sum_{ij} \mu_{ij} \|\mathbf{a}_{ij}\|_0 + \sum_{ij} \|\mathbf{D}\mathbf{a}_{ij} - \mathbf{R}_{ij}\mathbf{X}\|_2^2, \quad (2)$$

위 식에서  $\lambda$  는 Lagrange multiplier,  $\mathbf{a}_{ij}$  는  $(i, j)$ 번째 영상 패치의 sparse 벡터,  $\mathbf{R}_{ij}$  는 큰 영상  $\mathbf{X}$  에서  $(i, j)$ 번째 영상의 패치를 추출하는 행렬이다. MAP 추정 방법으로부터 각 패치에 대해 [8]에서 제안한 알고리즘을 적용하면 잡음이 있는 영상으로부터 훈련된 dictionary 와 잡음이 제거된 영상  $\mathbf{X}$  를 구할 수 있다.

X 선 영상의 가산성 가우시안 잡음은 위의 방법을 적용해 제거하고, 적산성 잡음을 제거하기 위해 로그 변환을 통해 적산성 잡음을 가산성 잡음의 형태로 만든다. 이 때, outlier shrinkage 방법을 통해 가산성 잡음을 가우시안 잡음의 형태로 만든다[6]. 그 결과 잡음 분포가 가우시안을 따르게 되고, sparse 표현을 이용한 잡음 제거 방법을 이용해서 잡음이 제거된 영상을 얻

을 수 있다. 이 때, 결과 영상이 로그 변환된 영상이므로 지수 변환을 통해 로그 변환을 보상하면 잡음이 제거된 영상을 얻게 된다.

### 2.3 DEXA 영상 분해

DEXA 영상으로부터 뼈 영역이 분해된 영상을 얻기 위해서는 영상 분해과정이 필요하다. 먼저 저 에너지와 고 에너지 영상은 다음과 같이 정의한다.

$$I^{LE} = I_0^{LE} \exp(-(\mu_{soft}^{LE} \cdot T_{soft} + \mu_{bone}^{LE} \cdot T_{bone})), \quad (3)$$

$$I^{HE} = I_0^{HE} \exp(-(\mu_{soft}^{HE} \cdot T_{soft} + \mu_{bone}^{HE} \cdot T_{bone})), \quad (4)$$

$I_0^{LE}$  와  $I_0^{HE}$  는 저 에너지와 고 에너지 source 의 초기 에너지이고,  $\mu_{bone}^{LE}$ ,  $\mu_{soft}^{LE}$ ,  $\mu_{bone}^{HE}$ , 그리고  $\mu_{soft}^{HE}$  은 저 에너지와 고 에너지의 source 에 대해 뼈와 연부조직의 감쇄상수를 의미한다.  $T_{soft}$  와  $T_{bone}$  은 연부조직과 뼈의 두께를 나타내고  $I^{LE}$  와  $I^{HE}$  는 각각 저 에너지와 고 에너지를 이용해 얻은 X 선 영상을 의미한다.

영상을 분해하는 방법은 다음 식과 같다[3].

$$I_D = \exp(\log I^{HE} - w \cdot \log I^{LE}), \quad (5)$$

이 때,  $I_D$  는 분해된 영상을 의미하고,  $w$  는 분해 파라미터 값을 의미한다. 이 식을 (3)과 (4)를 이용하여 정리하고,  $w \cdot \mu_{soft}^{LE} - \mu_{soft}^{HE} = 0$  으로 놓으면, 연부조직이 영상에 미치는 영향이 상쇄되고, 최종 뼈 영역이 분해된 영상은 식(6)으로 나타난다.

$$I_D^{bone} = \exp(\log I_0^{HE} - w \cdot \log I_0^{LE}) \cdot \exp((w \cdot \mu_{bone}^{LE} - \mu_{bone}^{HE}) \cdot T_{bone}). \quad (6)$$

## 3. 실험 및 결과

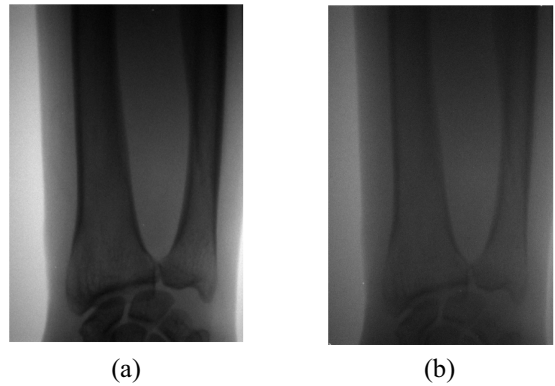
### 3.1 실험환경

실험에 사용된 영상은 cone-beam X 선 장치로부터 획득한 원위 요골(distal radius) 영상으로, 고 에너지 영상은 83keV, 0.2mA 에 1.5 초 동안, 그리고 저 에너지 영상은 50keV, 0.2mA 에 1 초 동안 노출되었다. 픽셀 심도(pixel depth)는 16bit/pixel 이다. 잡음을 제거하기 전과 후의 성능 비교는 CNR(Contrast to Noise Ratio) 과 MSR(Mean to Standard deviation Ratio)을 이용한다. CNR 과 MSR 은 식(7)과 (8)로 정의된다.

$$CNR = \frac{|\mu_d - \mu_u|}{\sqrt{0.5(\sigma_d^2 + \sigma_u^2)}}, \quad (7)$$

$$MSR = \frac{\mu_d}{\sigma_d}. \quad (8)$$

영상에서 진단에 필요한 관심 영역을 DROI (Desired Region of Interest) 그리고 진단에 불필요한 비관심 영역은 UROI(Undesired Region of Interest)로 정의한다. 식 (7)에서 CNR 은 DROI 와 UROI 의 평균의 차이와 분산의 합의 비율로 나타난다. 이 때,  $\mu_d$  와  $\mu_u$  는 DROI 와 UROI 의 평균이고  $\sigma_d$  와  $\sigma_u$  는 DROI 와 UROI 의 표준편차이다. MSR 은 식(8)과 같이 DROI 의 평균과 표준편차의 비율로 정의된다[10][11].

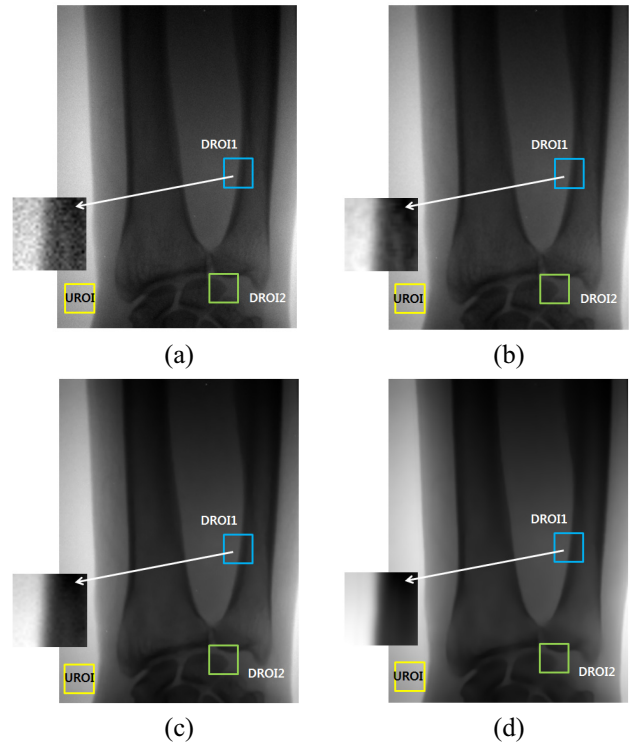


(그림 2) (a)저 에너지 영상, (b)고 에너지 영상

### 3.2 잡음 제거 및 영상 분해 결과

DEXA 영상은 저 에너지와 고 에너지를 이용해 구한 두 가지 영상을 포함하는데 그림 2 는 각각의 X 선 영상을 나타낸다.

그림 3 은 저 에너지 X 선 영상에 대해 기존의 Wiener 필터를 적용한 결과와 제안하는 sparse 표현을 이용하여 가산성 잡음과 적산성 잡음을 제거한 결과를 보여준다. 뼈와 연부조직 사이의 에지 확대 영상을 보면, 제안하는 방법이 Wiener 필터의 결과에 비해 잡음이 줄어들어 연부조직과 뼈 영역의 구분이 명확해짐을 확인할 수 있다. 잡음 제거 결과를 비교하기 위해 그림 3 에 표시한 2 개의 DROI 와 1 개의 UROI 를 이용해서 각 영상의 MSR 과 CNR 을 측정하였다. 표 1 을 통해 수치적으로 X 선 영상에서 가산성 잡음을 제거한 결과보다 적산성 잡음까지 제거한 결과의 영상 품질이 향상되었음을 확인할 수 있다.

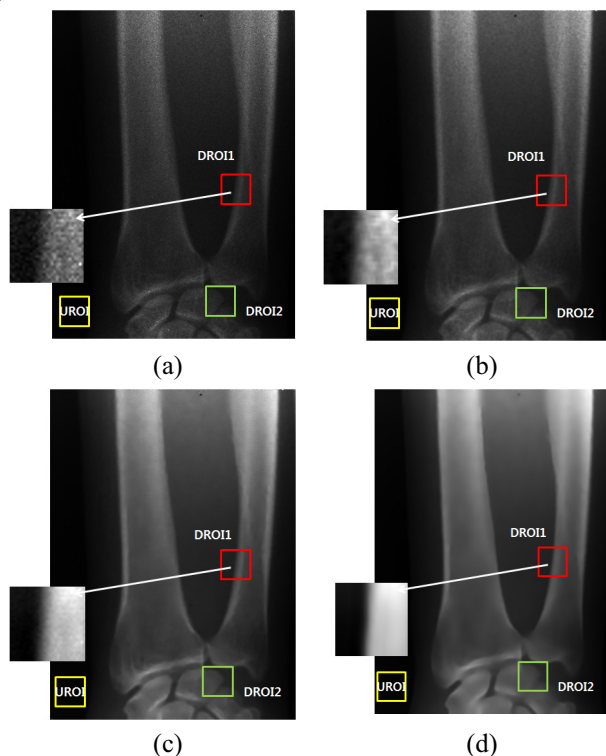


(그림 3) 잡음 제거 결과 (a)잡음 제거 전, (b)Wiener 필터 적용, (c)가산성 잡음 제거, (d)가산성 및 적산성 잡음 제거

<표 1> 잡음 제거 전과 후의 DEXA 영상의 MSR 과 CNR. Original: 원본영상, Wiener: Wiener 필터 적용, Add.:가산성잡음 제거, Add.+Multi.:가산성 및 적산성 잡음 제거

	MSR		CNR	
	DROI1	DROI2	DROI1	DROI2
Original	4.80	8.47	9.18	12.98
Wiener	4.91	8.91	9.63	14.36
Add.	4.96	8.91	9.69	14.40
Add.+Multi.	5.09	9.38	9.91	15.07

그림 4 는 잡음을 제거하지 않고 영상분해를 한 결과와 Wiener 필터와 제안하는 방법을 통해 잡음을 제거한 후 영상분해를 한 영상이다. Wiener 필터를 적용하고 영상분해를 한 결과에 비해 제안한 잡음 제거 방법을 사용했을 때의 결과가 뼈 영역과 배경의 구분이 용이함을 확인할 수 있다. 각 영상의 MSR 과 CNR 수치는 표 2 에 나타나있다. 일반적으로 영상분해를 하면 잡음이 부각되는데 표 1 과 2 를 비교하면 영상분해를 한 후의 CNR 이 더 적은 것을 확인할 수 있다.



(그림 4) 영상분해 결과 (a)잡음 제거 전, (b)Wiener 필터 적용, (c)가산성 잡음 제거, (d)가산성 및 적산성 잡음 제거

<표 2> 잡음 제거 전과 후의 분해된 영상의 MSR 과 CNR. Original: 원본영상, Wiener: Wiener 필터 적용, Add.:가산성잡음 제거, Add.+Multi.:가산성 및 적산성 잡음 제거

	MSR		CNR	
	DROI1	DROI2	DROI1	DROI2
Original	3.06	4.98	3.47	5.12
Wiener	3.24	5.56	3.67	5.73
Add.	3.30	5.57	3.72	5.75
Add.+Multi.	3.35	5.96	3.78	6.15

#### 4. 결론

노령 인구에서 흔하게 나타나는 대사성 골 질환인 골다공증을 조기에 진단하고 예방하기 위해 X 선 영상을 통한 BMD 측정방법이 주로 이용되고 있다. 정확한 BMD 측정을 위해 X 선 영상에서의 정확한 뼈 검출이 필요하지만 X 선 영상의 잡음은 이를 어렵게 한다.

본 논문에서는 DEXA 영상의 잡음을 제거하기 위해 sparse 표현을 도입하여 잡음이 있는 영상으로부터 dictionary 를 학습시키면서 잡음이 제거된 영상을 얻었다. 이는 기존 Wiener 필터의 성능을 MSR 과 CNR 을 통해 비교했을 때 수치적으로 훨씬 향상됨을 확인할 수 있었다. 현재 잡음을 제거하는 다양한 방법들이 연구되고 있는데, 추후 다양한 방법들과 비교 및 분석을 할 필요가 있다.

#### 5. Acknowledgement

본 연구는 보건복지가족부의 다중 에너지 X-선 영상 개선 및 처리 개발과제의 지원을 받아 수행되었음 (A080782)

#### 참고문헌

- [1] Judith E. Adams, "Dual-Energy X-ray Absorptiometry," *Radiology of Osteoporosis, Medical Radiology*, pp.105-124, 2008.
- [2] C. Simonelli, "Overview of role of BMD measurements in managing osteoporosis," *J. Am. Med. Womens Assoc.*, vol. 55, no. 4, pp.228-233, 2000.
- [3] J. W. Kwon, S. I. Cho, Y. B. Ahn, and Y. M. Ro, "Bone Region Extraction by Dual Energy X-ray Absorption Image Decomposition," *Journal of Korea Multimedia Society*, vol. 12, no. 9, pp.1233-1241, September 2009.
- [4] J. W. Kwon, S. I. Cho, Y. B. Ahn, and Y. M. Ro, "Noise Reduction in DEXA Image based on System Noise Modeling," *Int ' l Conf. Biomedical and pharmaceutical engineering*, December 2009.
- [5] L. Wang, J. Lu, Y. Li, T. Yahagi, and T. Okamoto, "Noise Removal for Medical X-ray Images in Wavelet Domain," *IEEJ Trans. Electronics, Information and Systems*, vol. 126, issue 2, pp. 237-244, 2006.
- [6] Olg V. Michailovich and Allen Tannenbaum, "Despeckling of Medical Ultrasound Images," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect. Freq. Cont.*, vol. 53, no. 1, pp.64-78, January 2006.
- [7] David L.Donoho, "De-Noising by Soft-Thresholding," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 41, no. 3, pp.613-627, May 1995.
- [8] Michael Elad and Michal Aharon, "Image Denoising via Sparse and Redundant Representations Over Learned Dictionaries," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 15, no. 12, pp.3736-3745, December 2006.
- [9] Y. C. Pati, R. Rezaifar, and P. S. Krishnaprasad, "Orthogonal matching pursuit: Recursive function approximation with applications to wavelet decomposition," presented at the 27<sup>th</sup> Annu. Asilomar Conf. Signals, Systems, and Computers, pp.40-44, 1993.
- [10] P. Bao and L. zhang, "Noise Reduction for Magnetic Resonance Image via Adaptive Multiscale Products Thresholding," *IEEE Trans. on Med. Imag.*, pp.1089-1099, Sep 2003
- [11] Y. Li, J. Lu, L. Wang, T. Yahagi, and T. Okamoto, "Removing Noise from Radiological Image using Multineural Network Filter," *Int ' l Conf. Industrial Technology*, pp.1365-1369, Dec 2005.