

원통의 회전전단 진동과 내부 점성유체의 상호작용

Interaction Between Rotary-Shear Vibration of a Cylinder and an Interior Viscous Fluid

박 춘 광*. 이 희 중**. 김 진 오†

Chunguang Piao, Hee Joong Lee, and Jin Oh Kim

1. 서 론

원통형 파이프에 담긴 유체의 유속이나 점도를 측정하기 위하여, 파이프에서 전파하는 탄성과와 인접 유체와의 상호작용을 파악하는 연구가 진행되고 있다^(1,2). 파동을 활용하는 방법에서는 유체의 영향으로 인한 파동 전파속도 변화 또는 감쇠에 관심을 기울인다.

탄성 파이프에서 전파하는 비틀림파에 미치는 내부 점성유체의 영향을 이론적으로 표현한 바 있다⁽²⁾. 상호작용하는 고체입자와 유체입자 진동 패턴을 좀 더 면밀히 파악할 필요가 있다.

본 논문은 파이프의 일부인 원통의 회전 진동과 내부 점성유체와의 상호작용을 다룬다. 얇은 셸(shell)과 달리 원통의 두께가 작지 않아서 전단(shear)변형이 있다고 전제한다. 탄성 원통이 점성유체의 영향을 받는 상황에서 이론적 해석으로 고유진동 특성을 구하고, 유한요소해석으로 결과를 비교하면서 진동 패턴을 가시화 한다.

2. 이론적 해석

2.1 문제의 정식화

탄성 파이프가 내부 점성유체를 담고 있는 상황에서, 일부분 원통이 Fig. 1에 보인 바와 같이 원주방향으로 진동한다. 원통 고체에서 원주방향 진동변위 $u_\theta(r, t)$ 와 유체에서 원주방향 진동속도 $v_\theta(r, t)$ 는 각각 다음 운동방정식을 만족한다^(3,4).

$$\rho_s \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} = G \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2} \right) \quad r_i \leq r \leq r_o \quad (1)$$

$$\rho_f \frac{\partial v_\theta}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} \right) \quad 0 \leq r \leq r_i \quad (2)$$

원통 고체와 유체의 경계면에서 전단응력과 진동속도의 연속성에 의해 경계조건이 설정된다.

$$r = r_o \text{에서} \quad G \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) = 0 \quad (3)$$

$$r = r_i \text{에서} \quad G \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) = \mu \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \right) \quad (4)$$

$$r = r_i \text{에서} \quad v_\theta = \frac{\partial u_\theta}{\partial t} \quad (5)$$

$$r = 0 \text{에서} \quad v_\theta \rightarrow 0 \quad (6)$$

2.2 엄밀해

식 (1)-(6)의 모든 물리량들을 무차원화 한다. 이때 길이 기준은 r_i , 속도 기준은 $c_0 [= (G/\rho_s)^{1/2}]$, 시간 기준은 r_o/c_0 이다. 이에 따른 무차원 변수는 $\rho = \rho_f/\rho_s$ 와 $R = \rho_f r_o c_0/\mu$ 이다. 무차원화된 운동방정식과 경계조건을 만족하는 해 $u(r, t)$ 와 $v(r, t)$ 는 다음과 같다.

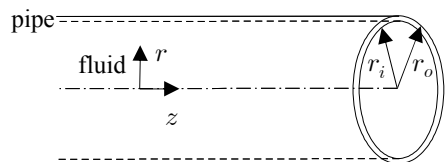


Fig. 1 Schematic diagram of an elastic cylinder with viscous fluid

† 교신저자; 정회원, 숭실대학교 공과대학 기계공학과
E-mail : jokim@ssu.ac.kr

Tel : (02) 820-0662, Fax : (02) 820-0668

* 정회원, 숭실대학교 대학원 기계공학과

** 숭실대학교 공과대학 기계공학과

$$u(r,t) = A U(r) e^{j\omega t} \quad (7)$$

$$U(r) = \frac{J_2(\omega r_o) Y_1(\omega r) - Y_2(\omega r_o) J_1(\omega r)}{J_2(\omega r_o) Y_1(\omega r_o) - Y_2(\omega r_o) J_1(\omega r_o)}$$

$$v(r,t) = A V(r) e^{j\omega t} \quad (8)$$

$$V(r) = j\omega \frac{I_1(A_f r)}{I_1(A_f)} \times \frac{J_2(\omega r_o) Y_1(\omega) - Y_2(\omega r_o) J_1(\omega)}{J_2(\omega r_o) Y_1(\omega r_o) - Y_2(\omega r_o) J_1(\omega r_o)}$$

여기서 $A_f = \sqrt{2R\omega}(1+j)/2$ 이다.

식 (7)과 (8)의 분모가 0이 되는 진동수 ω 는 진폭을 최대로 하는 고유진동수이다.

3. 유한요소 해석

점도에 따른 진동패턴 차이를 파악하기 위하여 유한요소 해석을 하였다. 유동 해석용 소프트웨어인

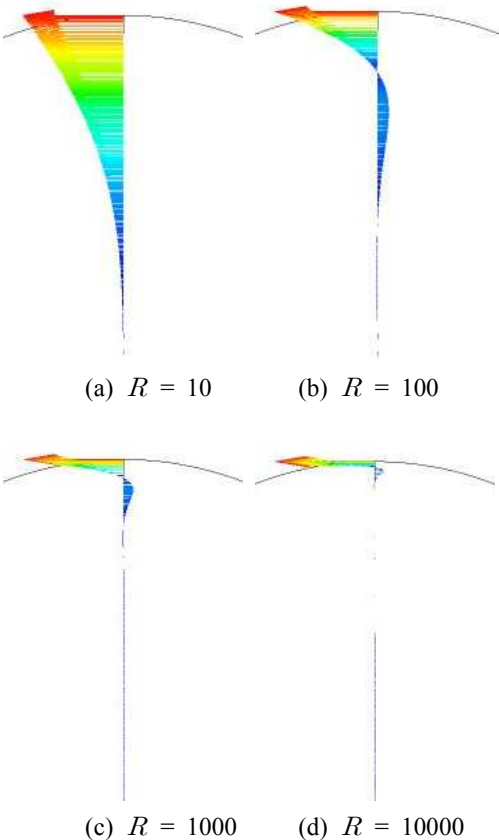


Fig.2 Velocity profiles in the fluid

ANSYS-CFX를 사용하였다. Tetrahedra 요소 26만 여개와 절점 8만여개로 분할하였는데, 경계면에 가까울수록 메시(mesh)가 촘촘하게 하였다.

정상상태(steady-state) 해석으로 구한 속도 분포를 Fig. 2에 나타내었다. 점도 μ 의 역수에 비례하는 무차원 변수 R 값에 따라 경계층 두께와 진동패턴이 달라지는 양상을 보이고 있다.

4. 결 론

탄성 파이프의 일부분인 원통에서, 내부 점성유체의 영향을 받는 원통의 회전전단 진동을 이론적으로 해석하였다. 고체와 유체의 운동방정식과 경계조건을 설정하고 엄밀해를 구하였다. 점성유체의 영향을 받는 원통의 고유진동수를 구하는 식과 진동패턴을 표현하는 식을 유도하였다.

원통 내부 점성유체의 진동을 유한요소해석으로 구하였다. 점도에 따라서 유체의 진동 패턴이 달라지는 양상을 가시화 하였다.

후 기

본 연구는 지식경제부 및 정보통신산업진흥원의 “IT융합 고급인력과정 지원사업”의 지원으로 수행되었음 (NIPA-2012-H0401-12-1004).

참 고 문 헌

- (1) Kim, J. O., Rose, J. L., 2005, Thin-Shell Approach for Elastic Wave Propagation in a Pipe with Liquid, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 19, No. 5, pp. 1087~1094.
- (2) Piao, C., Kim, J. O., 2012, Interaction between Torsional Waves Propagating in an Elastic Pipe and an Adjacent Viscous Fluid, Proceedings of KSNVE Spring Conference, pp. 759~760.
- (3) Achenbach, J. D., 1975, Wave Propagation in Elastic Solids, North-Holland Pub., Amsterdam.
- (4) Fox, R. W., McDonald, A. T., 1998, Introduction to Fluid Mechanics, 5th ed., John Wiley & Sons, New York.