

등가 종 모델을 이용한 맥놀이 조절법

Beat Control Using an Equivalent Ring Model

김석현† · 이중혁*

Seockhyun Kim, Joonghyeok Lee

Key Words : Slight asymmetry(미소 비대칭성), Beat(맥놀이), Equivalent bell(등가 종), Mode pair(모드 쌍)

ABSTRACT

This study proposes a method of an equivalent bell model in order to tune the beat period of a Korean bell. In a Korean bell having a slight asymmetry, each circumferential mode splits into a mode pair which has a slight difference in frequency, and the interaction of the mode pair makes a beat in vibration and sound. An equivalent bell model which consists of an axi-symmetric bell and an equivalent point mass, has the same mode property as in a real bell. The equivalent bell model is constructed by the finite element analysis based upon the theory of a revolutionary shell Using the equivalent bell model, the beat period is predicted when the bell thickness is locally decreased to improve the beat property. The predicted result is verified by experiment on a test bell. The proposed method is useful to save the time required for tuning the beat period of a large bell.

1. 서 론

성덕대왕신종으로 대표되는 한국 종은 수려한 외관이나 역사적 배경뿐 만 아니라, 우수한 소리 특성으로 국내외에 널리 알려져 있다. 한국 종의 음향 특성에 관하여 이론 및 실험적 연구가 오래 동안 진행되어 왔다. 특히 맥놀이는 주조과정에서 발생하는 미세한 비대칭성과 복잡하게 분포하는 다양한 문양 때문에 발생하므로, 맥놀이 특성을 예측하는 것이 불가능하다. 따라서 맥놀이 특성이 만족스럽지 못할 경우, 주조후 종 내부를 국부적으로 연삭하여 비대칭성을 인위적으로 바꾸는 과정을 거친다. 이에 관하여 종을 단순화시킨 등가 링을 이용하여 맥놀이를 조절하는 방법론이 제시된 바 있다⁽¹⁾. 그러나 실제

종의 제원을 고려하지 못하여 주조 현장에서 직접 적용하는 데에는 한계가 있다. 그 보완 대책으로, 본 연구에서는 실제 종의 맥놀이 주기를 조절하는 방법을 제시한다. 본 방법에서는 실제 종에 가까운 축대칭 유한요소모델을 구성한 후, 측정된 주파수 쌍과 모드 쌍 데이터를 만족시키는 등가 종 모델을 구성한다. 구성된 등가 종 모델을 대상으로 종의 하단부에 두께 변화를 주어 유한요소해석을 통하여 맥놀이 주기의 변화를 예측한다. 등가 종의 맥놀이 예측 시뮬레이션 결과는 실제 종의 연삭 실험 결과와 비교하여 그 타당성을 검증한다.

2. 등가 종의 구성

2.1 시험 종의 유한 요소 모델링

시험 종으로는 시중에 보급된 성덕대왕신종의 기념 축소 종을 사용하였다. Fig. 1과 Table 1에 시험 종의 주요 제원을 표시한다. 질량과 체적을 정밀 측정하여 밀도를 구하였다. 청동의 탄성계수는 재료 핸드북 데이터에 근거하되, 맥놀이를 만드는 1차 고유진동수 해석치가 측정치에 근사하도록 미세하게

† 교신저자: 정회원, 강원대학교 기계메카트로닉스공학과, 교수

E-mail : seock@kangwon.ac.kr

Tel : 033-252-6372 , Fax : 033-257-4190

* 강원대학교 대학원 기계메카트로닉스공학과

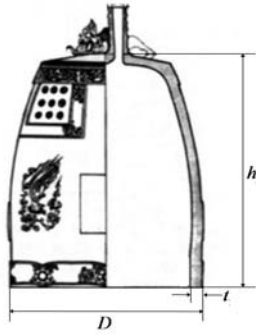


Fig. 1 Side view of the test bell

Table 1 Specification of the test bell

Total mass	1.1135 kg
Mass density	8955 kg/m ³
Young's modulus	127.5 GPa
Poisson's ratio	0.35
Height (h)	152.68 mm
Average thickness (t)	3.12 mm
Average diameter (D)	116.08 mm

조정하였고, 유한요소해석에는 ANSYS 13.0⁽²⁾을 사용하였다.

2.2 시험 종의 모드 쌍 조건

Table 2는 시험 종의 1차 고유진동수 쌍과 모드 쌍 데이터를 보인다. 시험 종은 444.53Hz와 451.17 Hz의 1차 진동모드쌍을 가진다. 진동모드쌍에서 낮은 고유진동수를 갖는 진동모드를 L 모드, 높은 고유진동수를 갖는 모드를 H 모드라 부른다. 축대칭 모델링에서는 등가종의 집중 질량 부착을 고려하여, 1차 고유진동수 해석치가 측정치의 H 모드 진동수에 근사하도록 탄성계수를 미세 조절하였다. 주파수 응답 함수로부터 모드 데이터를 구하였으며, 가장 중요한 L, H 모드의 절점은 세밀하게 나누어 반복 타격하여 정확한 위치를 구하였다. Table 2에서 ϕ_L , ϕ_H 는 각각 타격점(당좌)을 기준(0°)으로 하는 L, H 모드의 절점 위상으로 절점은 모드별로 거의 90° 간격으로 위치한다. Fig. 2는 측정된 1차 모드 쌍의 배치도이다.

2.3 등가 종의 구성

박한길 등은 하나의 모드 쌍 조건을 만족시키는

Table 2 1st frequency and node data

1st natural frequency calculated	451.20 Hz
1st natural frequency measured (L mode)	444.53 Hz
1st natural frequency measured (H mode)	451.17 Hz
Beat period	0.15 sec
L mode node ϕ_L	56.25°, 146.25°, 239.06°, 29.06°
H mode node ϕ_H	8.44°, 98.44°, 196.06°, 78.44°

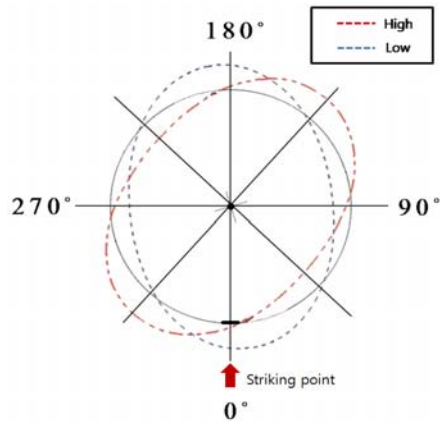


Fig. 2 1st mode pair of the test bell

가장 단순한 등가 링으로, 축대칭 링에 하나의 집중 질량을 갖는 등가 링을 제시한 바 있다⁽³⁾. 이에 근거하여 본 연구에서는 맥놀이를 만드는 1차 모드 쌍 조건을 만족시키도록, 하나의 집중 질량을 갖는 등가 종을 구성하였다.

등가 종은 실제 종과 동일한 모드 쌍의 배치와 실제 종과 동일한 맥놀이 주기를 가져야 한다. 이러한 조건을 만족시키는 집중 질량은 유한요소해석을 통하여 결정할 수 있다. Fig. 3은 종의 총질량에 대한 집중질량의 질량비를 증가시키면서 L, H 모드 진동수의 변화를 해석적으로 구한 결과이다. 질량비 증가에 따라 H 모드와 L 모드의 주파수 차이는 거의 선형적으로 증가하고, 이에 따라 맥놀이 주기는 쌍곡선 형태로 감소하는 것을 볼 수 있다. 결과적으로 1%의 질량비 즉 11.14g의 집중 질량을 Fig. 2의 L 모드 배 (H 모드 절점, $\phi_H=8.44^\circ$)에 부착할 때, 모드 쌍의 분포는 Fig.2의 측정결과와 일치

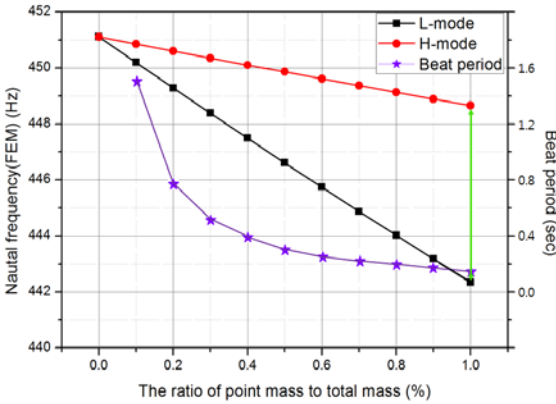


Fig. 3 Frequency pair vs. the mass ratio

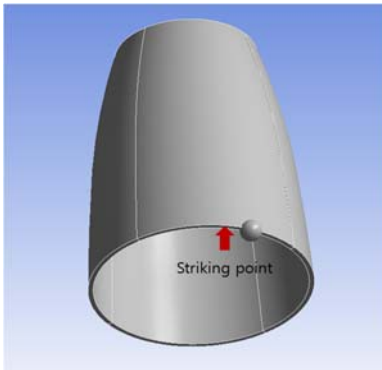
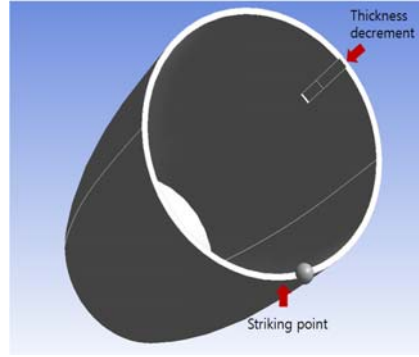


Fig. 4 An equivalent bell model

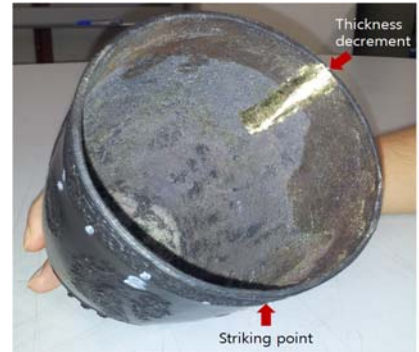
하고 실제 종과 동일한 0.15초의 주기의 맥놀이를 갖는 등가 종이 된다. Fig. 4는 완성된 등가 종 모델을 보인다.

3. 등가 종을 이용한 맥놀이 조절

구조 후 종의 맥놀이 주기를 조절할 때, 하대 내부의 적절한 위치를 연삭해서 두께를 국부적으로 감소시킨다. 가장 두꺼운 하대의 두께를 감소시키는 것이 인위적으로 비대칭성을 변화시키는데 가장 유리하기 때문이다. 본 연구에서 제시하는 등가 종 모델을 이용하면, 반복 연삭에 소요되는 시간을 크게 줄일 수 있다. 등가 종을 대상으로 국부적인 두께 감소에 따른 맥놀이 주기의 변화를 시뮬레이션을 통하여 예측하여 필요한 연삭량을 결정할 수 있다. 판 요소의 굽힘 강성은 두께의 3승에 비례하나 질량은 두께에 비례한다. 따라서 H 모드 배 (L 모드



(a) Equivalent bell model



(b) Test bell

Fig. 5 Local thickness decrement in the equivalent bell model and the test bell

의 절점)의 요소 두께를 감소시키면 H 모드의 강성 감소 효과로 진동수가 감소한다. 반면에 L 모드의 강성은 거의 변하지 않으므로 L 모드 주파수는 유지된다. 그 결과 두 진동수의 차이는 작아지고, 맥놀이 주기가 길어진다. 반대로 L 모드 배 위치의 두께를 줄이면, 맥놀이 주기는 짧아진다. 이러한 국부적 요소 두께의 감소에 따른 맥놀이 주기의 변화를 등가 종에 대한 유한요소해석을 통하여 예측하였다. 동시에 실험적 검증을 위하여 Fig. 5와 같이 당좌 (0°) 우측 146.25°에 위치한 H 모드의 배의 두께를 단계적으로 감소시켰다. 두께 감소에 따른 L, H 고유진동수 쌍의 해석 및 실험 결과를 Fig. 6에서 해석치와 비교한다. 연삭 위치가 L 모드의 절점 부근이므로, L 모드의 고유진동수는 거의 변하지 않는 것이 시뮬레이션 결과와 잘 일치한다. 반면, H 모드는 연삭에 따라 모드 강성이 감소하면서 고유진동수도 감소하는 경향이 시뮬레이션 결과와 유사하다. 그러나 H 모드의 고유진동수는 실험에서 더 크게

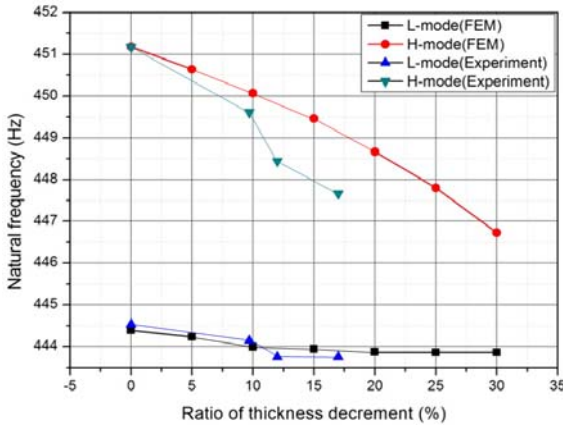


Fig. 6 Frequency change by local thickness decrement

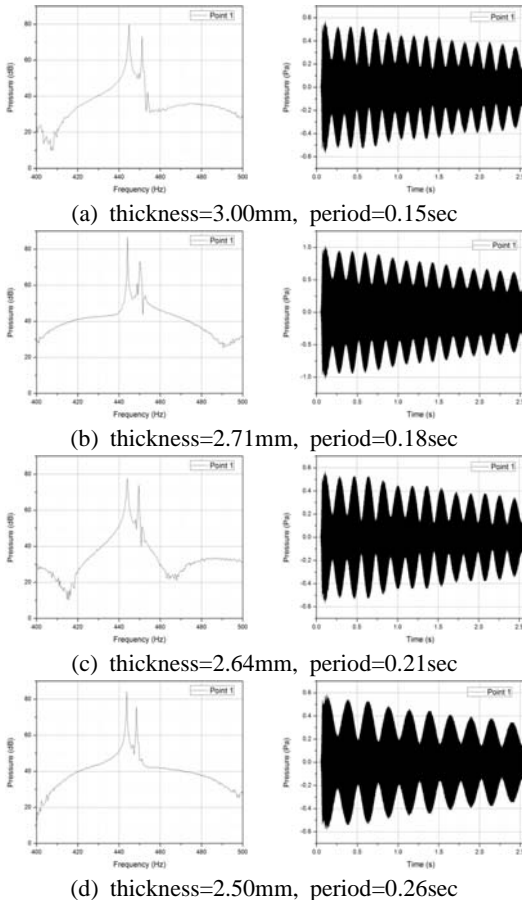


Fig. 7 Local element thickness and beat period

감소해서 두 결과가 약간의 차이를 보인다. 이 차이는 정밀 연삭의 어려움에 기인한다. Fig. 5 에서 볼 수 있듯이, 해석에서는 두께 감소를 일정하게 주었

으나 실제 연삭에서는 요소 중앙 부분이 약간 깊게 연삭되었다. 그 결과 H 모드의 강성이 해석에서보다 더 감소하고 고유진동수도 더 떨어지게 된다.

Fig. 7은 연삭으로 두께가 3.0mm ~ 2.5mm 범위에서 감소하는 데에 따른 주파수 쌍의 변화와 맥놀이 주기의 측정 결과를 보인다. 국부적인 두께 감소로 1차 모드가 가졌던 초기의 비대칭성이 점차 감소하면서 두 개의 피크가 점차 가까워지고, 그 결과 맥놀이 주기가 길어지고 있다.

4. 결 론

중의 여유의 맥놀이를 만드는 1차 진동모드의 모드 쌍 조건을 만족시키기 위하여 축대칭 중형 구조에 하나의 집중 질량을 갖는 등가 종 모델을 구성하였다. 등가 종을 이용한 시뮬레이션을 통하여, 종 하단부의 요소 두께를 국부적으로 감소시켰을 때 맥놀이 주기의 변화를 예측하였고, 시험 중의 연삭 실험을 통하여 결과의 타당성을 검증하였다. 등가 종의 시뮬레이션으로부터 요구되는 맥놀이 주기를 얻기 위한 연삭 위치와 연삭부위의 면적 및 연삭 두께의 정보를 구할 수 있음을 확인하였다. 연삭량이 상당히 큰 대형 종의 맥놀이 조절에 제시된 방법을 적용한다면 연삭에 소요되는 시간을 크게 줄일 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- (1) S. H. Kim, C. X. Cui, 2008, "A Practical Method for Beat Control Using an Equivalent Ring Model," The Journal of the Acoustical Society of Korea, Vol. 27, No. 7, pp. 365~371.
- (2) ANSYS Inc., ANSYS Release 13.0 Documentation, 2010.
- (3) H. G. Park, Y. J. Kang, and S. H. Kim, "Dual mode tuning strategy of a slightly asymmetric ring," Journal of Acoustical Society of America, Vol. 123, No. 3, pp. 1383-1391, 2008.