

불균일 단면 복합재료 회전축의 진동 및 안정성 연구

Vibration and Stability Analysis of a Non-uniform Composite Shaft

송오섭† · 박상윤* · 강성환* · 서정석*

Ohseop Song, Sangyun Park, Sunghwan Kang, and Jeongsuk Seo

1. 서 론

길이방향 축을 중심으로 회전하는 회전축 시스템은 항공 추진 시스템과 가스 터빈, 터보발전기, 생산 라인과 같은 산업기계의 동력전달장치 등에 사용된다. 그 외에 보링과 드릴링에 사용되는 절삭공구도 회전축 시스템과 비슷한 형상을 가지고 있다.

이러한 회전축의 진동특성을 향상시키고, 장비의 정상작동에 위험이 되는 불안정성을 제거하거나 지연시키고, 그 중량을 줄이기 위하여 복합재료 회전축의 사용이 연구되어져 왔다. 복합재료는 금속재료와 비교하여 비강도 및 비강성이 높고 섬유각 및 적층방법의 선택에 의한 구조적 tailoring을 통하여 최적의 회전축 설계가 가능한 장점을 가지고 있다.

회전축은 보존 시스템(conservative system)이지만 자이로스코프 힘에 의하여 비 보존력 시스템처럼 거동할 수 있으며, 이 때문에 어떤 조건하에서는 정적/동적불안정이 발생할 수 있다.

본 연구에서는 단면 형상과 크기가 축방향을 따라서 변화하는 불균일 단면 복합재료 회전축에 대한 지배방정식을 유도하고, 이에 대한 해석을 통하여 회전축의 불안정성 발생 경향을 도출하고자 한다. 또한 복합재료 섬유각 및 적층방법에 따른 회전축의 정적/동적 불안정성의 발생 및 진동특성 변화 경향을 고찰하고자 한다.

지배방정식을 구하기 위하여 전단변형, 회전관성, 코리올리 가속도 및 복합재료의 이방성 등의 비고전적 요소를 고려하였다. 보 단면 형상은 회전체에 알맞은 원형 단면으로 가정하였다.

본 연구에서 고려된 회전축은 Fig. 1 과 같이 유연한 중공 원형단면 보로 모델링하였으며, 축방향인 z축을 중심으로 회전속도가 Ω 로 일정하며 축 방향으로 보존적 압축하중 P 를 받고 있다.

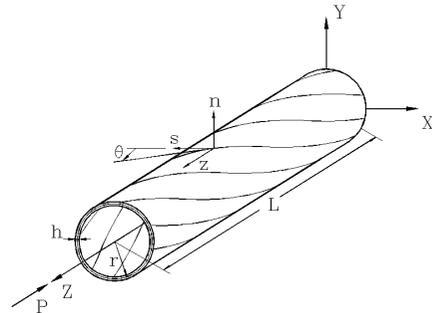


Fig. 1 Geometry of composite thin-walled beam of circular cross-section

2. 지배방정식

2.1 변위장

회전축 내부의 한 점의 변위장은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(x, y, z; t) &= u_0(z; t) - y\phi(z; t), \\ v(x, y, z; t) &= v_0(z; t) + x\phi(z; t), \\ w(x, y, z; t) &= w_0(z; t) + \theta_x(z; t)[y(s) - n \frac{dx}{ds}] \\ &+ \theta_y(z; t)[x(s) + n \frac{dy}{ds}] - \phi'(z; t)[F_\omega(s) + na(s)] \end{aligned} \quad (1)$$

2.2 운동방정식과 경계조건

1) 해밀턴 변분원리

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} \left[\int_{\tau} \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} d\tau - \delta K - \int_{\Omega_\tau} s_i \delta v_i d\Omega - \int_{\tau} \rho H_i \delta v_i d\tau \right] dt = 0 \quad (2)$$

$$\text{where } K = \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho (\dot{\mathbf{R}} \cdot \dot{\mathbf{R}}) d\tau$$

† 교신저자; 정회원, 충남대학교
E-mail : songos@cnu.ac.kr
Tel : 010-3200-1979, Fax : 042-822-5642

* 충남대학교

2) 운동방정식과 경계조건

$$\begin{aligned}
 & [a_{43}(z)\theta_x' + a_{44}(z)(u_0' + \theta_y)]' - Pu_0'' \\
 & = b_1(z)\ddot{u}_0 - 2b_1(z)\Omega v_0 - b_1(z)u_0\Omega^2 \\
 & [a_{52}(z)\theta_y' + a_{55}(z)(v_0' + \theta_x)]' - Pv_0'' \\
 & = b_1(z)v_0 + 2b_1(z)\Omega u_0 - b_1(z)v_0\Omega^2 \\
 & [a_{22}(z)\theta_y' + a_{25}(z)(v_0' + \theta_x)]' - a_{44}(z)(u_0' + \theta_y) \\
 & - a_{43}(z)\theta_x' = (b_5(z) + b_{15}(z))\ddot{\theta}_y \\
 & [a_{33}(z)\theta_x' + a_{34}(z)(u_0' + \theta_y)]' - a_{55}(z)(v_0' + \theta_x) \\
 & - a_{52}(z)\theta_y' = (b_4(z) + b_{14}(z))\ddot{\theta}_x
 \end{aligned} \quad (3)$$

여기에서 강성 a_{ij} 및 질량 b_i 들은 회전축의 축방향 좌표 z 의 함수이다.

$$\text{고정조건: } u_0 = v_0 = \theta_x = \theta_y = 0 \quad (4a)$$

$$\begin{aligned}
 \text{자유조건: } & a_{43}\theta_x' + a_{44}(u_0' + \theta_y) - Pu_0' = 0 \\
 & a_{52}\theta_y' + a_{55}(v_0' + \theta_x) - Pv_0' = 0 \\
 & a_{22}\theta_y' + a_{25}(v_0' + \theta_x) = 0 \\
 & a_{33}\theta_x' + a_{34}(u_0' + \theta_y) = 0
 \end{aligned} \quad (4b)$$

3) 복소수 형태의 운동방정식과 경계조건

운동방정식:

$$\begin{aligned}
 [BU' + B\Theta + iS\Theta']' & = b_1\ddot{U} + 2ib_1\Omega\dot{U} - b_1U\Omega^2 = 0 \\
 [A\Theta' - iS(U + \Theta)]' & - BU - B\Theta - iS\Theta = C\ddot{\Theta} \quad (5)
 \end{aligned}$$

경계조건:

$$\begin{aligned}
 B(U + \Theta) + iS\Theta & = 0 \text{ or } U = 0 \\
 A\Theta' - iS(U + \Theta) & = 0 \text{ or } U = 0
 \end{aligned} \quad (6)$$

where

$$\begin{aligned}
 U & = u_0 + iv_0; \Theta = \theta_y + i\theta_x, \quad (i = \sqrt{-1}) \\
 a_{22} & = a_{33} \equiv A, \quad a_{44} = a_{55} \equiv B, \\
 a_{25} & = -a_{34} \equiv S, \quad b_4 + b_{14} = b_5 + b_{15} \equiv C
 \end{aligned} \quad (7)$$

4) 고유치 문제

$$\delta \mathbf{B}^T [-\omega^2 \mathbf{M}_N + i\omega \mathbf{G}_N + \mathbf{K}_N] \mathbf{B} = 0 \quad (8)$$

$$\mathbf{B}^T = [a_1, a_2, \dots, a_N, b_1, b_2, \dots, b_N, c_1, c_2, \dots, c_N, d_1, d_2, \dots, d_N]$$

특성방정식

$$\Delta_N(\omega) = \det[-\omega^2 \mathbf{M}_N + i\omega \mathbf{G}_N + \mathbf{K}_N] = 0 \quad (9)$$

5) 불안정 조건

정적불안정 조건은 $\Delta_N(P, \Omega^2) = 0$ 이며 동적 불안정 조건은 두 개의 고유진동수가 일치 되는 압축하중과 회전속도의 조합에서 발생한다.

3. 수치해석

본 수치해석에서 사용된 Graphite/Epoxy의 물성치와 회전축의 치수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E_1 & = 30 \times 10^6 \text{ psi } (20.68 \times 10^{10} \text{ N/m}^2) \\
 E_2 & = E_3 = 0.75 \times 10^6 \text{ psi } (5.17 \times 10^9 \text{ N/m}^2) \\
 G_{12} & = 0.45 \times 10^6 \text{ psi } (3.10 \times 10^9 \text{ N/m}^2) \\
 G_{23} & = G_{13} = 0.37 \times 10^6 \text{ psi } (2.55 \times 10^9 \text{ N/m}^2) \\
 \nu_{21} & = \nu_{31} = 0.00625, \quad \nu_{32} = 0.25 \\
 \rho & = 0.000143 \text{ lbs}^2/\text{in}^4 \quad (1528.15 \text{ kg/m}^3) \\
 r & = 0.1\text{m}, \quad L = 1\text{m}, \quad h = 0.01\text{m}
 \end{aligned}$$

4. 결 론

본 연구에서는 단면의 형상과 크기가 변화하는 중공 원형단면 회전축에 대한 진동특성 및 안정성에 대하여 연구하였으며, 보존력과 자이로스코프 힘, 섬유각, 적층방법 등이 정적불안정과 동적불안정에 미치는 영향에 대하여 연구하였다.

후 기

본 연구는 2012 교육과학기술부와 한국연구재단의 지역혁신인력양성사업으로 수행된 연구결과임

참고문헌

- 1) C. D. Kim and C. W. Bert, "Critical speed analysis of laminated composite hollow drive shaft," Composites Eng., Vol. 3, pp. 633-643, 1993.
- 2) K. Huseyin and R. H. Plaut, "Transverse vibrations and stability of systems with gyroscopic forces," Journal of Structural Mechanics, Vol. 3, pp. 163-177, 1974-1975.