한국소음진동공학회 2012년 추계학술대회논문집, pp. 512~513

마주보는 양단이 자유 경계조건을 갖는 Lévy 판의 조화응답 해석
Harmonic Analysis on the Lévy Plate with Two Opposite Edges Having Free Boundary Conditions

박 남규† · 서 정민* · 전 경락*
Nam-Gyu Park, Jung-Min Suh and Kyeong-Lak Jeon

1. 서 론

평판의 진동에 대한 연구는 Euler 의 수학적인 접근을 시초로하여 Bernoulli, Navier, Lévy, Kirchhoff, Love 등을 거치면서 학문적 체계가 완성되었으며[1,2], 이를 기반으로 많은 기술적 문제에 적용되어 왔다. Kirchhoff 는 최초로 변분법의 원리로부터 판의 운동방정식을 유도하였으며[2], Kirchhoff 의 가정은 길이대 두께의 비가 1/20 이하인 경우의 얇은 판에 대해 매우 정확한 해를 구할 수 있음이 검증되었다[3].

외력이 작용하는 판에 대한 응답 특성은 설계변수를 설정하는데 매우 중요하며, Lee[4]등은 설계민감도 기법을 이용하여 판 구조물의 진동 저감방안을 연구하였다. 구조물의 조화 응답 해석은 여러가지의 방법으로 구할 수 있으며, Doyle 은 지배방정식의 Fourier 변환을 이용하여 Timoshenko 스펙트럼 빔 요소를 개발하였고 파동의 반사 등 스펙트럼 요소법을 이용한 구조물의 응답 해석에 대한 기초를 다졌다[5]. 모드 중첩법을 이용한 구조물의 응답 해석은 모드의 직교성을 이용하여 간단히 정리될 수 있으므로 많이 활용된다[1,3].

본 연구에서는 마주보는 양단이 자유단이고, 다른 양단이 단순지지된 경계조건을 갖는 Lévy 판에 대한 조화 응답 예측 방법을 논하였다. 상기와 같은 경계조건을 갖는 Lévy 판의 운동방정식은 셀프 어드조인트 조건을 만족 시키지 못하므로, 삼각함수 및 초월함수의 조합으로 표현되는 모드들이 서로 직교하지 않는다. 따라서 기존의 모드 중첩법을 이용한 강제진동 응답의 예측에는 한계가 있다. 본 연구에서는 정현 함수의 직교성을 이용해 유한 개의 선형 대수 방정식을 세우고 특정 분포하중에 대한 각 모드별 가중치를 구하여 조화 응답을 구할 수 있음을 보였다.

† 교신저자; 정회원, 한전원자력연료㈜
E-mail : nkpark@knfc.co.kr
Tel :042-868-1197, Fax :042-868-1149
* 한전원자력연료㈜

2. 운동방정식과 근사해

2.1 운동방정식과 경계조건

본 연구에서 수행하고자 하는 대상물은 서로 마주보는 양변이 단순 지지되었으며, 다른 두 변은 자유 진동하는 평판이다. 영 계수(Young's modulus)와 포와송 비(Poisson's ratio)가 E 및 ν 인 균질(homogeneous)한 사각 평판의 두께가 충분히 얇고 균일한 경우, 회전 관성은 무시할 수 있으므로 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다[1].

$$D\nabla^4 w + \rho h \ddot{w} = p(x,y)\,f(t) \tag{1}$$

여기서 감쇠의 영향은 고려치 않았으며, ρ, h, w 는 각각 평판의 밀도, 두께, z 방향 변위를 의미한다. $\ddot{w}$ 는 시간(t)에 대한 2 계 미분이며 ∇^2 는 라플라스 연산자이다. p 와 f 는 각각 공간 및 시간에 따라 변하는 단위 면적당 작용하는 하중이고, D 는 횡방향 강성을 의미한다. 이 구조물에 대한 경계조건은 단순 지지된 두 변에서는 변위 및 모멘트가 0 이어야 하며, 자유단 경계면은 모멘트 및 전단력이 0 임을 만족해야 한다. z 방향 변위(w)는 $W(x,y)q(t)$ 로 쓸 수 있으므로, 상술한 경계조건은 4 개의 수식으로 표현할 수 있다.

2.2 조화응답의 근사해

기계구조물의 정상상태 운전은 특정 주파수 성분이 지배적이며, 이때 Eq.(1)의 우변에서 시간의 함수 f(t)는 특정 주파수(ω)로 진동하는 계로 모사할 수 있으므로 $e^{j\omega t}$ 로 표현할 수 있다. 따라서 평판의 진동은 Eq.(2)와 같이 쓸 수 있다.

$$w = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} Q_{mn} e^{j\omega t} Y_n(y) \sin\frac{m\pi}{a}x \tag{2}$$

경계조건을 만족하는 평판의 y 방향의 고유 모

드(Y(y))와 Eq.(2)를 Eq.(1)에 대입하고 적분하면 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\frac{a}{2}\sum_{n=1}^{\infty}Q_{kn}\left[Y_n(y)\left(\frac{k\pi}{a}\right)^4-2\frac{\partial^2 Y_n(y)}{\partial y^2}\left(\frac{k\pi}{a}\right)^2\right.$$
$$\left.+\frac{\partial^4 Y_n(y)}{\partial y^4}\right]-\rho h\omega^2\frac{a}{2}\sum_{n=1}^{\infty}Q_{kn}Y_n(y)$$
$$=\int_0^a\left(p(x,y)\sin\frac{k\pi}{a}x\right)dx \tag{3}$$

상기 Eq.(3)은 평판의 모든 점에서 만족하여야 하므로 y 방향으로 유한 개의 위치에서 동시에 만족해야하며, 이러한 조건으로 각 모드에 대한 기여도를 구할 수 있다.

3. 수치해석을 통한 검증

본 논문의 검증 대상은 두께가 0.26 mm 인 인코넬(Inconel) 사각 판재이다. 판재는 격자형태로 조립되므로 다소 복잡한 기하하적 구조 및 경계조건을 갖고 있으나, 본 연구에서는 제시된 방법의 타당성을 검증하고자 지지격자를 구성하는 일부분인 10.67 mm x 2.54 mm 의 판을 대상으로 검증을 실시하고자 한다.

고속의 냉각수에 의해 발생하는 유체유발 진동에 의한 가진력은 통상 수천 헤르쯔의 고주파 성분에 의한 가진 성분이 지배적이다. 따라서 단위면적당 50 N 의 하중이 면 전체에 걸리고 1.8 kHz 로 조화 가진을 하는 경우를 분석하였다.

Fig. 1 은 1.8 kHz 에서의 변형 형상(operating deflection mode)이며 가진 주파수가 3 차 모드(n=1, m=3)에 비교적 근접하므로 3 차모드의 영향이 지배적이다. Fig. 2 은 평판의 중심 부근(x=5.2851 mm, y=1.27 mm)에서의 가진 주파수 변화에 따른 응답을 도시한 그림이며, ANSYS 해석결과와 비교하면 응답 크기의 최대 오차는 3% 이내이다.

4. 결론

본 연구는 서로 마주보는 두 변이 자유단이고 다른 두 변이 단순지지된 Lévy 사각 평판에 대한 조화 가진에 의한 응답을 구하는 방법에 대해 논하였다. 상술한 경계조건의 사각평판의 모드는 전 영역에 대해 서로 직교하지 않으므로 본 연구에서는 미정계수의 추정을 통한 근사해를 구하는 방법에 대하여 논하였다. 제안된 방법의 적합성을 보이고자 평판 전체에 균일한 힘이 가해지는 경우에 대한 해를 구하였고, 상용 코드인 ANSYS 의 해석결과와 비교하였으며 특정 주파수 구간에서 오차의 범위가 3% 이내임을 확인하였다.

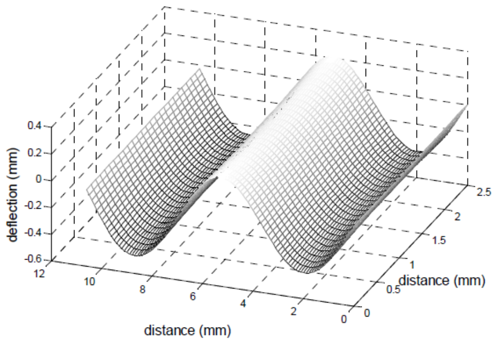

Fig. 1 Comparison of the two operating deflections subjected to 1.8 kHz uniform distributed load

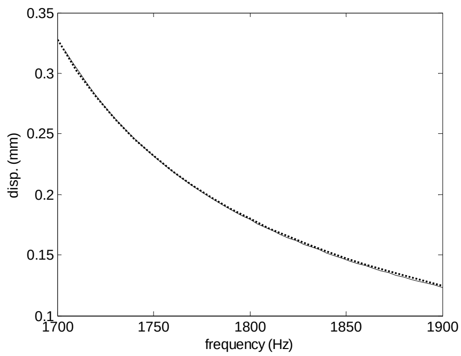

Fig. 2 Harmonic response at the center node (solid : ANSYS, dotted : suggested)

참고문헌

(1) Venstel, E., and Krauthammer, T., 2001, *Thin Plates and Shells*, Marcel Dekker Inc.

(2) Yu, Y.Y., 1996, *Vibrations of Elastic Plates*, Springer.

(3) K.H. Lee, G.T. Lim, C.M. Wang, 2002, "Thick Levy Plates Re-visited", *Int. J. Solids and Structures*, Vol.39, pp.127~144.

(4) Lee, J. H., and Lee, K. H., 1996, "The Reduction of Harmonic Dynamic Response of Plate Structure Using Continuum Design Sensitivity Analysis", *Trans. of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol.6, No.1, pp.27~ 34.

(5) Doyle, J.F., 1997, *Wave Propagation in Structures*, Springer.