

원통셸 끝단 진동의 해석 및 실험적 검증

Analysis of End Vibration of a Cylindrical Shell and Experimental Verification

김강천* · 김준곤* · 길현권†

K.-C. Kim, J.-G. Kim, H.-G. Kil

1. 서 론

구조물 셸의 진동은 진동 에너지를 갖고 전파되어 나가는 파동들의 영향에 의하여 발생된다. 이러한 파동들서는 전파성 파동(굽힘파, 종파, 전단파)과 비전파성 파동(감쇠파)들이 있다. 감쇠파의 경우 일반적으로 가진 지점 혹은 셸의 끝단 지점에서 발생한다. 지금까지의 연구에 의하면 원판, 무한 평판 그리고 원형 보, 무한원통셸[1]의 종진동의 경우, 감쇠파가 상당히 크게 발생할 수 있음이 이론 및 실험 결과로써 보고되어 왔다.

본 연구에서는 유한한 원통셸에서 큰 감쇠파에 의하여 발생할 수 있는 끝단 진동을 해석하고, 이러한 끝단 진동을 실험적으로 검증 하고자 한다.

2. 진동장의 파동 해석

그림 1과 같이 양 끝단에서 주어진 경계 조건을 갖고 길이 L , 반지름 a , 두께 h 인 원통셸을 고려

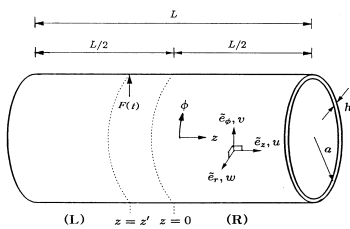


그림 1. 점가진력에 의하여 진동하는 원통셸

한다. 좌표로써는 원통 좌표계 (z, ϕ, r) 를 이용한다. 진동에 대해서는 주파수 ω 를 갖고 수직 방향의 점가진력에 의한 강제진동을 고려한다. 그리고 원통 좌표계의 각 방향 변위 성분을 u, v, w 으로 나타낸다. 얇은 두께 ($h/a \ll 1$)를 갖는 원통셸의 강제진동은 Donnell의 운동방정식[2]으로 나타낼 수 있다. 진동장을 나타내기 위하여 각 영역에서 변위벡터를 정의하면, 다음과 같이 표현된다. 각 영역 ($m=L, R$)에 대하여

$$\mathbf{v}_{(m)}(z, \phi, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{Bmatrix} u_{n(m)} \\ v_{n(m)} \\ w_{n(m)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos(n\phi) \\ \sin(n\phi) \\ \cos(n\phi) \end{Bmatrix}^T e^{-i\omega t} \quad (2)$$

각 영역에서 $+z, -z$ 각 방향으로 전파하는 4종류의 탄성파가 존재함을 고려하면, 해당 영역에서의 변위 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$u_{n(m)}(z) = \sum_{j=1}^4 [\alpha_{n,j} e^{ik_{n,j}(z-z')} W_{n,j(m)} + \alpha_{n,j+4} e^{-ik_{n,j}(L/2-z)} W_{n,j+4(m)}]$$

$$v_{n(m)}(z) = \sum_{j=1}^4 [\beta_{n,j} e^{ik_{n,j}(z-z')} W_{n,j(m)} + \beta_{n,j+4} e^{-ik_{n,j}(L/2-z)} W_{n,j+4(m)}]$$

$$w_{n(m)}(z) = \sum_{j=1}^4 [e^{ik_{n,j}(z-z')} W_{n,j(m)} + e^{-ik_{n,j}(L/2-z)} W_{n,j+4(m)}] \quad (3)$$

여기서 $\alpha_{n,j}$ 와 $\beta_{n,j}$ 는 다음 식과 같이 해당 파동의 반경방향 크기 $W_{n,j}$ 에 대한 길이 방향 및 원주 방향 크기 $U_{n,j}$ 와 $V_{n,j}$ 의 비를 나타낸다.

원통셸의 각 영역에서 진동해를 구하기 위해서는 식(3)에서 주어지는 반경 방향 변위와 관련된 8개 파동의 크기 $W_{n,j}, W_{n,j+4}$ ($j=1, 2, 3, 4$)를 구하여야 하므로 두 영역을 고려하면 총 16개의 미지수에 대한 해를 구하여야 한다. 이러한 미지수를 구하기 위하여 원통셸의 각 끝단에서 주어지는 4개의 경계 조건과 가진 지점인 $z = z'$ 지점에서 주어지는 가진

† 교신저자: 수원대학교 기계공학과

E-mail : hgkil@suwon.ac.kr

Tel : (031) 220-2298, Fax: (031) 220-2494

* 수원대학교 기계공학과 대학원

조건 즉 두 영역의 접합 지점에서의 변위, 전단력 및 모멘트의 연속성 그리고 가진력의 평형조건으로 8개의 조건을 고려할 수 있다. 이러한 경계조건과 가진 조건을 적용하여, 식(2)-(3)을 지배방정식에 대입함으로써 각 영역의 진동해를 구할 수 있고, 각 파동의 기여도를 파악할 수 있다. 자세한 해석 내용은 문헌[3]을 참고할 수 있다.

3. 실험 해석

실험 모델인 원통셀은 스테인리스 강의 재질로 크기는 $a=7.55\text{ cm}$, $h=0.15\text{ cm}$, $L=93.39\text{ cm}$ 이다. 자유단의 경계 조건을 가정하기 위하여, 원통셀은 두 개의 알루미늄 뚜껑사이에 직립으로 놓여졌으며, 양 뚜껑과 셀 끝단사이에는 부드러운 재질의 니오프린(neoprene) 조각으로 지지되도록 하였다. 그리고 원통셀의 진동을 발생시키기 위하여 내부 $0.32L$ 지점에 가진기(Wilcoxon F7)를 설치하였다. 원통 셀의 축방향 진동을 측정하기 위해서 레이저 도플러 진동 측정 시스템을 이용하였다. 이러한 측정 장치를 이용하여 가진기 설치 지점 위 부분 영역의 원통셀 표면 32×32 지점에서 축방향 변위 u 를 측정하였다. 자세한 실험 내용은 문헌[4]를 참고할 수 있다.

해당 원통 셀의 링주파수는 $f_r=11,059\text{ Hz}$ 이며, 그림 2는 측정된 축방향 변위 면내 진동 데이터를 2차원 FFT 기법을 이용하여 처리한 파수 스펙트럼 U_n 의 결과이다.

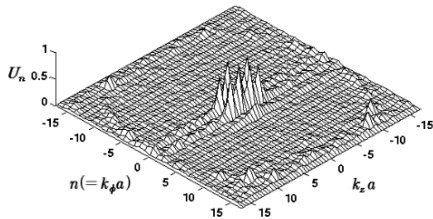


그림 2. 파수 스펙트럼 U_n 실험결과

그림 2에서 확인되는 각 피크는 해당 파수 성분들로 구성되는 파수 벡터 방향으로 전파하는 파동의 크기를 나타낸다. 외곽으로 원을 구성하는 작은 피크들은 굽힘파를 나타내며, 가운데 지점의 큰 피크들은 전단파와 종파의 기여도를 나타낸다.

파수 스펙트럼 U_n 의 $n=3$ 인 경우 $k_z=0$ 주위에서의 넓은 피크는 원통셀 끝단에서 발생하는 감쇠파에 의한 영향을 나타낸다. 이러한 현상을 확인하기 위하여 $n=3$ 인 경우 해석 및 실험 결과 $u_3(z)$ 를 (그림3) 비교하면 원통 셀의 오른쪽 끝단으로부터 발생하는 감쇠파의 기여도를 확인 할 수 있다. 그리고 이러한 결과로부터 감쇠파의 영향이 원통셀의 끝단으로부터 전체 길이의 1/2 이상까지 나타나고 있음을 확인 할 수 있다. 이 경우 이러한 현상은 원통셀의 끝단에서 상대적으로 큰 감쇠파에 의한 면내 끝단 진동이 발생하고 있음을 나타낸다.

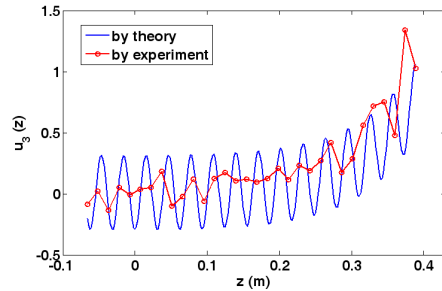


그림 3. $u_3(z)$ 실험 및 해석 결과의 비교

4. 결론

본 연구에서는 유한한 원통셀에서 큰 감쇠파에 의하여 발생할 수 있는 끝단 진동을 해석하고, 이러한 끝단 진동을 실험적으로 검증 하였다.

참고 문헌

- [1] J.D. Kaplunov, L.Y. Kossovich, M. V. Wilde, "Free localized vibrations of a semi-infinite cylindrical shell," J. Acoust. Soc. Am. 107(3), pp.1383-1393, 2000.
- [2] M.C. Junger and D. Feit, Sound, Structures, and Their Interaction (Acoustical Society of America, 1993), pp.216-218.
- [3] 길현권, "탄성파를 이용한 유한 원통셀의 강제진동 해석", 한국음향학회지, 18(2), 83-89, 1999.
- [4] H.-G. Kil, J. Jarzanski, Y. H. Berthelot, "Wave decomposition of the vibrations of a cylindrical shell with automated scanning laser vibrometer," J. Acoust. Am. 104(6), pp.3161-3168, 1998.