

임피던스 경계조건을 가지는 영역에서 음향학적으로 밝은 공간 형성 Generation of Acoustically Bright Zone in a Cavity with Impedance B.C

임종민† · 김양한*

Jong-Min Im and Yang-Hann Kim

1. 서 론

로켓의 페어링에 설치된 위성은 우주 궤도로 도달하는 과정에서 로켓엔진의 연소과정에서 발생하는 소음으로 인하여 135dB이상의 소음 환경에 노출된다. 한번 우주로 발사된 위성은 회수가 불가능한 특성으로 인해 고 에너지 음향 가진으로 인한 구조물의 진동특성 검증이 지상에서 선행되어야 한다. 이러한 환경은 음향학적 관점으로 바라보면, 로켓의 페어링은 위성이 위치한 제한된 공간(Cavity)을 제공하며 엔진 소음의 차폐를 위해 페어링 벽에 설치된 흡·차음재는 임피던스를 가지는 경계를 부가하게 된다. 페어링에 설치된 위성에 많은 음향 에너지가 집중되는 것은 위성 주위에 음향 에너지의 분포가 공간적 균일하며 음향학적으로 밝은 공간을 형성하는 문제로 정의할 수 있다. 본 논문에서는 페어링 내부의 위성에 작용하는 음향환경 구현을 위하여 임피던스 경계를 가지는 공간에서 음향학적으로 밝은 공간을 생성하는 문제에 대해 논의하고자 한다.

2. 임피던스 경계를 가지는 음장 제어

2.1 모드조합을 이용한 음장 표현

3차원 공간에 대한 음장해석을 위해 모드 조합 방식을 도입하였다. 모드조합을 이용한 음장해석은 경계조건을 만족하는 복소 고유치(complex eigenvalue)를 구하는 것으로 시작된다. 그림 1과 같이 1차원 공동 내부 음장을 모드 합으로 이용해 표

현해 보면 식(1)과 같으며 경계단에서의 임피던스 조건을 적용하면 식(2)와 같이 k_n 에 대한 특성방정식은 도출할 수 있다.

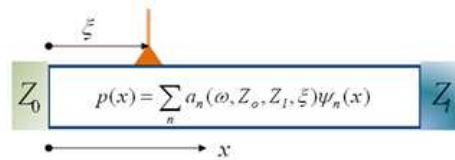


Figure 1 1-D cavity with impedance B.C

$$p = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \sin k_n x + B_n \cos k_n x) \quad (1)$$

$$(k^2 \beta_o \beta_l + k_n^2) \tan k_n L = i(\beta_o + \beta_l) k k_n \quad (2)$$

여기서 $\beta_o = \frac{\rho c}{Z_o}$, $\beta_l = \frac{\rho c}{Z_l}$ 로써 $x = 0, x = L$ 에서의 공기의 특성 임피던스로 정규화된 어드미턴스를 나타낸다. 식(2)는 공동 내부의 음장을 형성하는 각각의 고유 함수의 공간상의 형태를 나타내는데 결정적인 역할을 하는 복소 고유치 k_n 을 결정하는 식이다. k_n 의 실수부는 파수(wave number parameter)를 나타내며 허수부는 감쇠(attenuation parameter)를 대표한다. 식(2)해를 구하기 위해 k_n 의 실수부와 허수부를 분리하여 두 개의 특성방정식을 구성하고 뉴턴방식을 적용하여 수치적인 계산을 수행하였다.

앞에서 계산된 1차원 문제를 3차원으로 확장하면 분리좌표계에서는 각 방향이 서로 독립적이고 각각의 좌표축에 대한 해를 조합함으로써 좌표계에 대한 해를 얻을 수 있으므로, 단극음원에 의한 직사각형 공동에 형성된 음장은 식 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$p(\vec{r}) = \sum_{m,n,p} \frac{\psi_{mnp}(\omega, \vec{r}) \psi_{mnp}(\omega, \vec{\xi})}{V A_{mnp} (k_{mnp}^2 - k^2)} \quad (3)$$

† 정희원, 한국항공우주연구원 우주환경시험팀
E-mail : acoust@kari.re.kr

Tel : 042-860-2562, Fax : 042-860-2234

* 한국과학기술원(KAIST) 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터(NOVIC)

여기서 ψ_{nmp} 는 고유함수, k_{nmp} 는 고유치, V 는 전체 공간의 부피, Λ_{nmp} 는 정규화계수를 나타낸다.

식(3)을 이용하면 임피던스 경계조건을 가지는 직사각형 형태의 공간에 대하여 음장을 표현할 수 있으며 이를 이용하여 음원과 공간 사이의 전달함수를 계산할 수 있다.

2.2 음향학적 밝은 공간 형성문제

위성 주위에 음향에너지가 집중되는 환경의 구현은 공간상에 위치가 고정된 다수의 음원을 이용하여 음향학적으로 밝은 공간을 형성하는 문제로 볼 수 있다. 다수의 음원이 \vec{r}_c 에 배치되어 있으며 음원의 체적 속도를 나타내는 행렬을 q_c 라 하면 \vec{r} 위치에 형성되는 음압은 전달함수 또는 그린 함수를 도입하여 식(4)와 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{p}(\vec{r}) = G(\vec{r}|\vec{r}_c)q_c \quad (4)$$

평균 음향 에너지 밀도를 음향학적으로 밝은 공간 내부의 대표로 하는 변수로 도입하면 식(5)와 같다. 괄호 안은 각 위치의 음원에 의해 형성되는 음장의 상관관계를 나타내게 되며 이를 R_b 로 표현하면 밝은 공간에서의 음향 에너지는 음장을 형성하는 상관행렬에 의해 지배됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} e_b &= \frac{1}{4\rho_o c^2 V_b} \int_{V_b} \hat{p}(\vec{r})^* \hat{p}(\vec{r}) dV \quad (5) \\ &= q_c^H \left[\frac{1}{4\rho_o c^2} \int_{V_b} G(\vec{x}|\vec{x}_c)^H G(\vec{x}|\vec{x}_c) dV \right] q_c \\ &= q_c^H R_b q_c \end{aligned}$$

음원의 입력 크기가 J_o 로 제한되어지는 상황에서 평균 음향 에너지 밀도를 최대화 하는 음원의 크기는 식(6)과 같이 최적화 문제로 정의할 수 있다.

$$\text{Maximize } J = q_c^H R_b q_c + \kappa (J_o - q_c^H q_c) \quad (6)$$

여기서 음향학적으로 밝은 공간 내의 평균 음향 포텐셜 에너지 e_b 와 J_o 의 비를 식(7)과 같이 정의하면 최적의 음원 입력해(q_{opt})는 상관행렬 R_b 의 최대 고유치에 따르는 벡터가 된다.

$$\frac{e_b}{J_o} = \frac{q_c^H R_b q_c}{q_c^H q_c} \quad (7)$$

2.3 닫힌 공간내 밝은 공간 표현

닫힌 공간내의 음장은 앞에서 언급된 모드조합을 이용하여 표현이 가능하다. 식(3)은 간략하게 경계조건을 만족하는 고유함수 $\hat{\psi}_{nmp}$ 와 각 고유함수의 기여도를 나타내는 계수 $\hat{\beta}_c^{nmp}$ 을 사용하여 표현할 수 있다.

$$\hat{p}(\vec{r}) = \sum_{nmp=1}^N \hat{\psi}_{nmp}(\vec{r}) \hat{\beta}_c^{nmp} \quad (8)$$

이는 공간상의 한 지점에서 각 고유함수가 가지는 크기를 나타내는 행렬 $\Psi(\vec{r}_m^{(nmp)})$ 와 각 고유함수의 기여도를 나타내는 행렬 B_c 을 정의하면 식(9)로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{p}(\vec{r}) &= \Psi(\vec{r}) B_c \quad (9) \\ G(\vec{r}|\vec{r}_c) &= \Psi(\vec{r}) W \Psi(\vec{r}_c)^H \\ W &= \frac{1}{V \Lambda_{nmp} (k_{nmp}^2 - k^2)} \end{aligned}$$

정의된 행렬을 사용하여 정리하면 밝은 공간내의 평균 음향 에너지는 식(10)과 같이 기술된다. 여기서 얻어진 행렬을 이용하여 고유치 문제를 풀게 되면 제한된 공간에서 음향 에너지가 최대화되는 밝은 공간을 형성할 수 있는 입력신호를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} e_b &= q_c^H T^H \left[\frac{1}{V_b} \int_{V_b} \Psi(\vec{r})^H \Psi(\vec{r}) dV \right] T q_c \quad (10) \\ \text{where, } T &= W \Psi(\vec{r}_c)^H \end{aligned}$$

3. 결 론

임피던스를 경계조건을 가지는 공간에서 특정 영역의 음향에너지가 최대가 되도록 하는 음향학적 밝은 공간 형성 문제를 살펴보았다. 이를 위해 임피던스 경계조건을 가지는 공간에 대해 복소 고유치 추출에 대한 특성 방정식 유도 및 모드 조합방식을 이용하여 음장을 기술하였다. 또한 닫힌 공간내의 음향학적 밝은 공간의 형성문제를 앞에서 얻어진 고유모드를 적용하여 행렬 및 고유치 문제로 정의하여 살펴보았다.