

# 경사진 목을 가지는 헬름홀쯔 공명기의 비선형 임피던스 특성

## Nonlinear Impedance Characteristics of Helmholtz Resonator with Tapered Neck

서상현† · 정회민\* · 김양한\*\*

Sang-Hyeon Seo, Hoe-min Chung and Yang-hann Kim

**Key Words :** Helmholtz resonator(헬름홀쯔 공명기), Nonlinear acoustic impedance(비선형 음향 임피던스), Absorption coefficient(흡음률), Porosity(공극률), Tapered neck(경사진 목)

### ABSTRACT

Helmholtz resonator is widely used acoustic instrument which has high absorption characteristics at its resonance frequency. Particularly it maintains good performance even in the low frequency region that is difficult to control by general porous absorptive materials. However, under severely high sound pressure level, the absorption characteristics are changed by increase of resistance due to nonlinear behavior of neck impedance. Because of this nonlinear behavior, it is difficult to obtain the expected absorption performance under high sound pressure environment. Thus, in order to prevent excessive rise of resistance, the resonator with neck having cross section dimension decrease away from the entry of the resonator cavity could be suggested. This paper introduces the experiment method and results about nonlinear characteristics of Helmholtz resonator with tapered neck and proposes the approximate nonlinear impedance model.

### 1. 서 론

헬름홀쯔 공명기(Helmholtz resonator)는 공명주파수에서 높은 흡음 특성을 가지는 보편적인 음향 기구이다. 특히 일반 다공성 흡음재로는 제어하기 어려운 저주파수 영역에서도 좋은 성능을 발휘하는 특성이 있다. 그러나 매우 높은 음압 레벨에서는 공명기 목의 임피던스가 비선형적으로 거동하여 흡음 특성이 변하게 된다. 이러한 비선형 거동 즉 임피던스(Impedance)의 실수항에 해당되는 레지스턴스(Resistance)의 과도한 상승으로 높은 음압에서는 기대했던 흡음 성능을 얻기 힘들게 된다. 이 레지스턴

스의 과도한 상승을 막기 위한 방법 중의 하나로서 공동의 입구 방향으로 목의 단면적이 점차 줄어드는 형상의 공명기를 고려할 수 있다. 본 논문에서는 일반적인 형상의 목을 가진 공명기의 비선형 특성을 소개하고, 경사진 목을 가지는 공명기의 비선형 특성을 확인하기 위한 실험 및 그 결과를 통하여 근사화한 비선형 임피던스를 도출하였다.

### 2. 일반적인 목을 가진 공명기의 특성

#### 2.1 비선형 임피던스 특성

헬름홀쯔 공명기는 공명기의 주요 형상 파라미터가 음파의 파장보다 충분히 작은 경우 상대적으로 좁은 목과 공동으로 구성되어 있다. 목 내부의 공기 덩어리는 질량, 공동의 공기 덩어리는 스프링으로 작용하고, 목 부분에서 일어나는 방사에 의한 레지스턴스와 점성마찰, 열전도에 의한 에너지 손실이 댐핑에 해당하는 1 자유도 기계시스템으로 상사시킬

† 한국항공우주연구원  
E-mail : ssh@kari.re.kr  
Tel : (042)860-2541, Fax : (042)860-2233  
\* 대우조선해양  
\*\* 한국과학기술원

수 있고, 해당 공명 주파수에서 높은 흡음 특성을 가진다. 이러한 특성은 음파가 진행해 나갈 때 공명기의 목 입구에서의 음압과 체적속도의 비인 임피던스( $Z_r$ :Acoustic impedance of resonator)로 결정이 된다. 이는 식 (1)과 같이 표현될 수 있고, 임피던스의 허수항(Reactance)이 0이 되는 주파수에서 공명 주파수를 나타낸다.

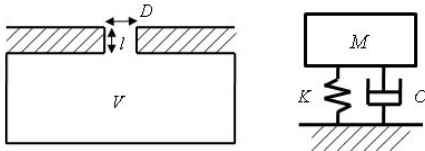


Figure 1 Helmholtz resonator

$$Z_r = \frac{P}{U} = R + j(\omega M - \frac{K}{\omega}) = R + jX \quad (1)$$

$$f_{res} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{lV}} \quad (2)$$

해당 공명주파수에서의 최대 흡음률(Absorption coefficient:  $\alpha$ )을 나타내고, 임피던스의 실수항(Resistance)에 따라 흡음률이 변화하게 된다<sup>(1)</sup>. 특히 레지스턴스의 경우 목 직경에 영향을 많이 받게 된다.

$$Re(Z_r) = \frac{\rho}{S} \left[ \sqrt{8\nu\omega} \left( 1 + \frac{l}{D} \right) + \frac{c(kD)^2}{8} \right] \quad (3)$$

$$Re(Z_r) \propto \frac{1}{D^2} + \frac{l}{D^3} \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{4Re(\zeta)/\sigma}{(1 + Re(\zeta)/\sigma)^2} \quad (5)$$

여기에서  $\sigma = S/S_d$ 는 공극률을 나타내는데,  $S$ 는 공명기 목의 단면적,  $S_d$ 는 공명기가 설치된 덕트의 단면적을 나타낸다. 그리고  $\nu$ 는 동점성계수(Kinematic viscosity),  $k$ 는 파수(Wave number),  $\zeta$ 는 정규화된 비음향 임피던스(Normalized specific acoustic impedance)를 나타낸다. 낮은 음압레벨의 선형 구간에서 공명기의 임피던스는 많이 알려져 있으나 음압의 증가로 인한 비선형 구간에서는 흡음률 특성이 달라지게 된다<sup>(2)</sup>. 가진 음압이 높아지면 목에서의 입사속도가 증가하게 되어 제트 유동과 같은 현상으로 와류가 발생하여 추가적인 흡음 작용이 나

타나게 된다. 이러한 작용으로 인하여 목의 보정길이 달라짐으로써 공명주파수도 이동하게 된다<sup>(3)</sup>. 뿐만 아니라 목 부근에서 약 10m/s 이상의 높은 유동 속도를 가질 때, 주파수 성분의 왜곡으로 인하여 추가적인 하모닉 성분들도 발생하게 된다<sup>(4)</sup>.

Figure 2, 3, 4, 5는 일반적인 목의 형상을 가진 두 가지 종류의 공명기(Type A, B)에 대한 입사 음압에 따른 흡음률 및 레지스턴스의 측정 결과이다.

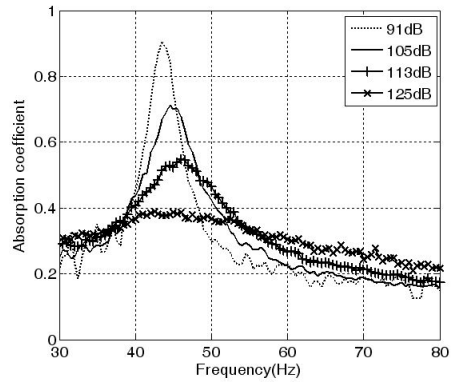


Figure 2 Variation of absorption coefficient for increase of excited sound pressure level(resonator type A,  $D=10.4\text{mm}$ ,  $l=35\text{mm}$ ,  $\sigma=0.13\%$ )

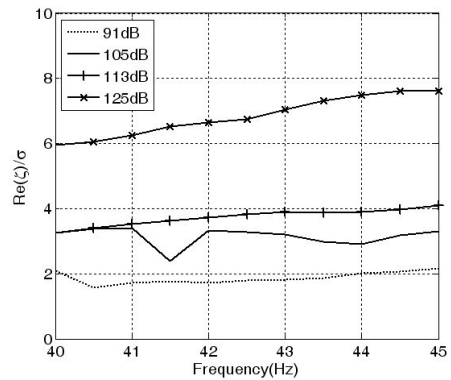


Figure 3 Variation of resistance for increase of excited sound pressure level(resonator type A,  $D=10.4\text{mm}$ ,  $l=35\text{mm}$ ,  $\sigma=0.13\%$ )

결과를 살펴보면 음압 증가에 따라 공명주파수가 약간 증가하는 공통적인 현상도 나타나지만 공극률이 낮은 경우는 입사 음압레벨이 증가할수록 흡음률은 낮아지고, 공극률이 상대적으로 큰 경우는 흡음률이 증가하는 방향으로 나타난다. 이는 음압 레벨

증가에 따른 임피던스의 변화에 의한 현상으로 특히 Type A의 경우 레지스턴스가 큰 쪽으로 증가함에  
 로써 흡음률이 큰 쪽으로 낮아진다.

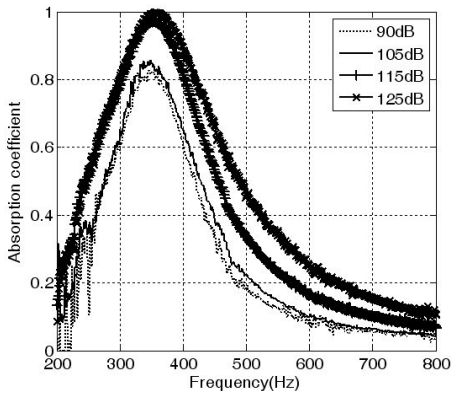


Figure 4 Variation of absorption coefficient for increase of excited sound pressure level(resonator type B,  $D=7\text{mm}$ ,  $l=7\text{mm}$ ,  $\sigma=1.96\%$ )

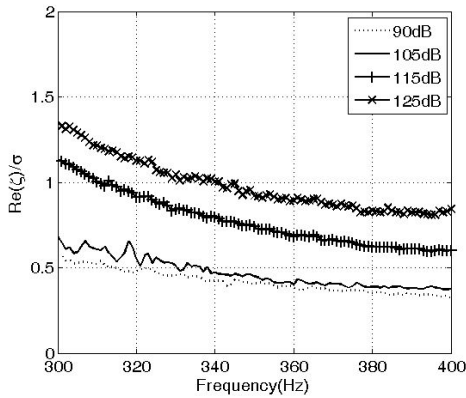


Figure 5 Variation of resistance for increase of excited sound pressure level(resonator type B,  $D=7\text{mm}$ ,  $l=7\text{mm}$ ,  $\sigma=1.96\%$ )

Figure 6은 식 (5)에서의 레지스턴스의 값에 따른 흡음률을 나타내는 그래프로써 레지스턴스의 값 1을 기준으로 급격히 증가하다가 1을 초과하면 흡음률이 서서히 감소하는 특성을 보인다. 결국 공명기가 작동하는 환경이 매우 높은 음압레벨이 인가된다면 선형구간에서의 레지스턴스를 낮게 설계해야 높은 음압 레벨에서 흡음률이 많이 낮아지는 레지스턴스 구간까지 상승하는 것을 방지할 수 있을 것이다. 이는 앞선 실험결과를 바탕으로 공극률이 큰 경우 선형

구간에서의 레지스턴스가 낮고 음압 상승에 따른 레지스턴스 상승률도 낮아진다는 것을 알 수 있다.

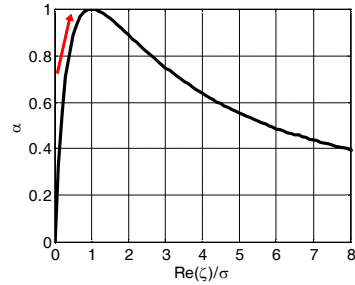


Figure 6 Relation between resistance and absorption coefficient

식 (3)으로부터 공극률에 따른 레지스턴스의 관계는 Figure 7에 나타내었고, 높은 음압레벨에서의 공극률에 따른 공명주파수에서의 흡음률 관계는 Figure 8에 나타내었다.

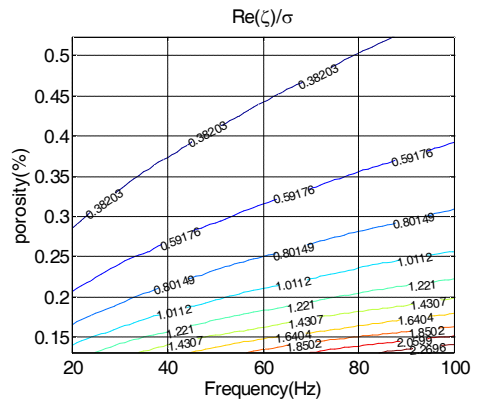


Figure 7 Relation between porosity and resistance

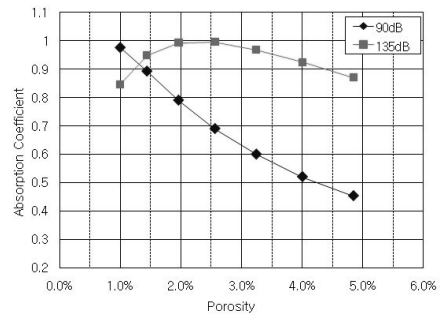


Figure 8 Comparison of absorption coefficient for increase of porosity(90dB, 135dB)

결론적으로 말하자면 공명기를 설계할 때 높은 음압이 발생하는 환경에서 공명기의 비선형 거동을 고려한 설계가 이루어져야 할 것이다. 즉 제한된 공간에서 저주파수 제어를 위한 공명기를 설계하기 위해서는 공극률을 크게 키울 수가 없고, 이는 높은 음압 환경에서의 흡음률 성능의 저하를 가져오게 된다. 이에 대한 보완 방법으로 공동의 입구로 갈수록 단면적이 커지는 형상의 경사진 목을 가진 공명기의 경우 일반적인 공명기보다 레지스턴스가 낮다는 것을 이용해 볼 수 있다. 단순한 목 형상이 아니기 때문에 이론적인 비선형 임피던스를 도출하기 어렵기 때문에 실험을 통하여 그 특성을 살펴보고자 한다.

일반적으로 덕트에서 흡음률 및 임피던스를 구하기 위해 두 개의 음향 탐측자법(Two-microphone method)을 사용하는데 모두 선형 음향 이론을 기반으로 하기 때문에 비선형 구간에서의 측정결과에 대한 검증이 필요할 것이다. 임피던스를 구하기 위해서는 입자속도와 음압을 측정하여야 하는데, 단일 주파수 성분의 높은 압력이 공명기에 인가되었을 때 목에서의 유동의 속도와 공명기 표면에서의 압력을 동시에 Hot wire 없이 간단히 측정할 수 있다면 비선형 임피던스 특성 확인에 매우 수월해질 것이다.

## 2.2 실험 방법에 대한 검증

선형 구간에서의 압력과 속도 관계를 이용하여 공명기 내벽이 강체라는 가정 하에서 공동과 공명기 입구의 체적속도의 연속성을 고려하면 식 (6)과 같이 목 입구에서의 입자 속도를 구할 수 있다.

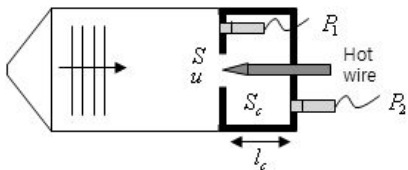


Figure 9 Measurement of particle velocity at the neck

$$u = i \frac{S_c}{S} \frac{1}{\rho c} P_2 \sin k l_c \quad (6)$$

Hot wire의 특성상 유동의 방향성을 측정할 수는 없고 속도의 절대 값만 측정이 되므로 방향성을 회복시켜주기 위한 창문합수를 적용하였다. 공명주파

수에 가까운 단일 주파수 가진(338Hz)에 대한 응답을 공명기 표면에서의 음압레벨( $P_1$ : 115dB, 125dB, 135dB, 137dB)을 달리하면서 측정하였고, Hot wire로 측정한 결과(실선)와 마이크로폰에서의 압력 신호로 예측한 속도(점선)를 서로 비교하였다.

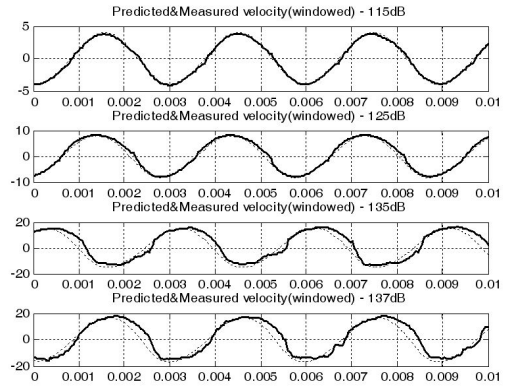


Figure 10 Particle velocity at 338Hz

비교 결과를 살펴보면 5~10m/s 내외의 속도 영역에서는 마이크로폰으로부터 예측한 속도와 실제 속도가 거의 일치한다는 것을 알 수 있다. 그러나 유동의 속도가 10m/s를 초과하면 고주파 성분이 포함되어 파형이 왜곡되는 것을 확인할 수 있다. Figure 11은 338Hz의 주파수에서 137dB로 가졌을 때의 속도 스펙트럼을 나타낸 것이고, \*은 측정된 속도의 스펙트럼이고, o는 마이크로폰 압력으로부터 예측한 속도 스펙트럼을 나타낸다. 결과를 비교해보면 높은 음압 레벨로 인한 주파수 왜곡은 1% 미만으로 일어남을 알 수 있고, 이로써 주파수 영역에서의 임피던스 및 흡음률 등의 개념은 선형 구간에서와 다르지 않게 정의되어 사용할 수 있고, 주파수 영역에서의 해석이 가능하다는 결론을 내릴 수 있다.

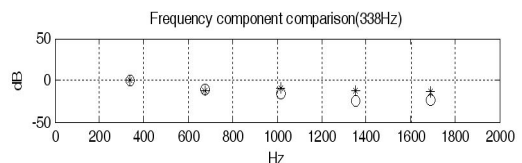


Figure 11 Comparison of frequency component of particle velocity at 338Hz

## 3. 경사진 목을 가진 공명기의 특성

### 3.1 목 입구에서의 임피던스

공명기 입구에서 공동으로 단면적이 서서히 증가하는 형상은 유동 저항을 줄일 수 있는 형상으로 익히 알려져 있다. 따라서 Figure 12와 같은 공명기 형상의 설계를 통하여 비선형 구간에서의 흡음 성능 향상에 대한 가능성을 확인해보고자 한다.

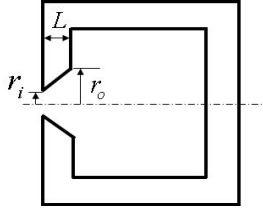


Figure 12 Resonator with tapered neck

Webster의 혼 방정식으로부터 목 입구에서의 임피던스 및 공명주파수를 구하면 다음과 같다<sup>(5)</sup>.

$$z_i = \rho c \frac{r_i^2 \frac{\pi r_o^2}{ikV} + ikr_i r_o L}{r_o^2 + r_i r_o L \frac{\pi r_o^2}{V}} \quad (7)$$

$$f_{res} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi r_i r_o}{LV}} \quad (8)$$

여기에서는 레지스턴스와 관계된 감쇄항은 포함되어 있지 않기 때문에 목과 공동의 경계면에서의 레지스턴스를  $R_o$ 라고 한다면 식 (9)와 같이 표현할 수 있다.

$$R_{i,res} \approx \frac{r_i}{r_o} R_o \quad (9)$$

결론적으로 공동 쪽 반지름  $r_o$ 가 커질수록 공명기 입구의 레지스턴스는 감소한다. 따라서 목의 형상만 변화시킴으로서 선형구간에서의 레지스턴스를 일반적인 실린더 형상의 목을 가진 공명기보다 낮출 수 있게 된다. 이에 따라 비선형 구간에서의 레지스턴스의 과도한 증가를 방지할 수 있을 것이며, 이를 실험을 통하여 확인하였다.

### 3.2 가진 음압 증가에 따른 특성 변화

경사진 목을 가진 공명기의 경우 목의 경사진 각도에 따라 특성이 달라지기 때문에 Table 1과 같은 세 종류의 공명기에 대해 실험을 수행하고 그 결과를 나타내었다<sup>(6)</sup>. 실험을 통하여 음압변화에 따른 공명주파수 및 레지스턴스의 변화를 확인하였고, 이

를 최소 자승법을 이용하여 식 (10), (11), (12)와 같이 입사 음압에 대하여 근사화하였고 Figure 13, 14에 함께 나타내었다. Figure 13은 음압에 따른 공명주파수의 변화를 나타내고 있다.

Table 1 Measurement case

$r_o$	$r_i$	$f_{res}$
5mm	5mm	97Hz
8mm	5mm	111.8Hz
10.5mm	5mm	122.8Hz

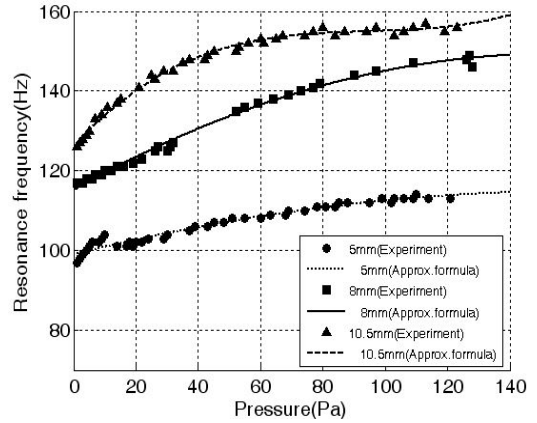


Figure 13 Comparison of resonance frequency for increase of sound pressure( $r_o=5\text{mm}$ ,  $8\text{mm}$ ,  $10.5\text{mm}$ )

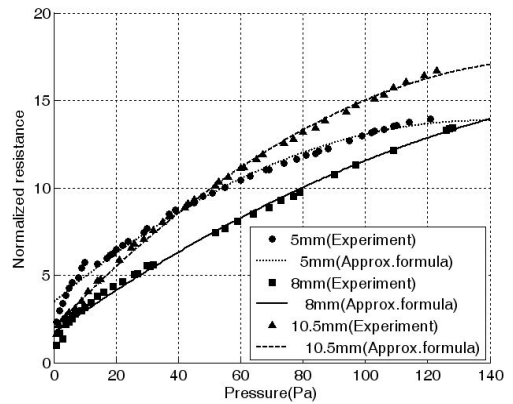


Figure 14 Comparison of normalized resistance for increase of sound pressure( $r_o=5\text{mm}$ ,  $8\text{mm}$ ,  $10.5\text{mm}$ )

Figure 14에서 레지스턴스의 경우 선형 구간에서는 낮은 값을 가지다가  $r_o$ 가 커질수록 음압에 따른 변화율이 커지게 되어  $r_o$ 가 10.5mm의 경우 일반적인 목 형상인 5mm 보다 오히려 레지스턴스가 커지

는 현상을 나타내게 되고 흡음률의 감소로 이어지게 된다. 이는 목의 기울기가 커질수록 음압 증가에 따른 레지스턴스의 증가율이 커지는데 이는 목 끝단이 날카로워져 유동 박리 등의 비가역 현상이 더 활발히 일어난다고 볼 수 있다.

$$f_{res} = C_1 * P^2 + C_2 * P + C_3 \quad (10)$$

(at  $r_o = 5mm, 8mm$ )

$$f_{res} = C_1 * P^3 + C_2 * P^2 + C_3 * P + C_4 \quad (11)$$

(at  $r_o = 10.5mm$ )

$$Re(\zeta)/\sigma = C_5 * P^2 + C_6 * P + C_7 \quad (12)$$

Table 2 Constants of approximate formula

$r_o$	5mm	8mm	10.5mm
$C_1$	-5.9E-4	-1.14E-3	3.1E-5
$C_2$	0.194	0.441	-8.8E-3
$C_3$	97	116	0.856
$C_4$	-	-	124
$C_5$	-0.00025	-0.00019	-0.00034
$C_6$	0.1	0.11	0.15
$C_7$	5	2	3.2

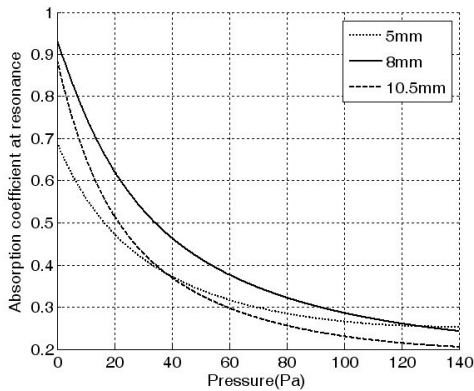


Figure 15 Comparison of absorption coefficient at resonance frequency for increase of sound pressure( $r_o=5mm, 8mm, 10.5mm$ )

근사화된 비선형 임피던스를 이용하면 Figure 15와 같이 입사 음압 레벨에 대한 공명 주파수에서의 흡음률을 구할 수 있다.  $r_o$ 가 8mm인 공명기의 경우 약 130Pa 이하 전 구간에서 흡음률이 우수하게 나타나고, 10.5mm 공명기의 경우 약 40Pa 이상의 구간에서는 오히려 흡음률이 감소하게 된다. 지금까

지의 결과를 살펴보면 경사진 목 입구 형상으로 인하여 선형 구간에서의 레지스턴스를 감소시킬 수 있었으나 음압 레벨 증가에 따른 비선형 구간에서의 레지스턴스 증가율이 커진다는 것을 알 수 있다. 따라서 사용 환경에 맞는 적절한 기울기의 적용이 필요하다라는 결론을 내릴 수 있다.

#### 4. 결 론

일반적인 실린더 목 형상을 가진 공명기에 대한 비선형 임피던스 특성으로 인한 레지스턴스 및 흡음률 변화를 확인함으로써 높은 음압 환경에서는 저주파 제어를 위한 공명기의 성능 저하가 일어난다는 것을 알 수 있다. 이를 보완하기 위한 형상으로 경사진 목을 가진 공명기의 비선형 임피던스 특성을 실험을 통하여 확인하였고, 목의 기울기에 따라 레지스턴스의 증가율이 달라지기 때문에 사용 목적에 맞는 적절한 기울기의 설계가 중요하다는 것을 확인하였다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Leo. L. Beranek and I. L. Ver, 1992, Noise and Vibration Control Engineering, John Wiley & Sons, Inc., pp.232~234.
- (2) Seo, S. H., Park, S. H. and Jang, Y. S., 2009, Nonlinear sound absorption characteristics of resonator by porosity in high amplitude acoustic environment, Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 617~618.
- (3) U. Ingard, S. Labate, 1950, Acoustic circulation effects and the nonlinear impedance of orifices, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 22, pp.211-218.
- (4) U. Ingard, H. Ising, 1967, Acoustic nonlinearity of an orifice, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 42, pp.6-17.
- (5) S. K. Tang, 2005, On Helmholtz resonators with tapered necks, Journal of Sound and Vibration, Vol. 279, pp.1085-1096.
- (6) Chung. H. M, 2007, Nonlinear characteristics of a Helmholtz resonator for low frequency acoustic load reduction in a payload fairing, Master's Thesis, KAIST.