

유한요소해석의 Mode 정보를 이용한 회전 블레이드의 진동 해석

Vibration Analysis of Rotating Blade Employing Modal Information of Finite Element Method

김형영* · 유홍희†

Hyung Yung Kim and Hong Hee Yoo

1. 서 론

회전 블레이드는 풍력 발전기의 블레이드, 발전용 터빈 블레이드, 헬리콥터의 날개 그리고 인공위성 안테나 등의 회전운동을 하는 시스템의 모델로 사용되어 왔다. 이러한 예제들의 작동 성능은 진동 특성과 밀접히 연관되어 있고 진동특성의 변화를 예측하기 위한 연구가 많이 이루어져 왔다. 회전하는 구조물의 진동 해석 방법은 Southwell 과 Gough 가 보의 회전에 따른 고유진동수의 변화를 예측하는 방법을 발표한 이래로 많은 연구가 수행 되어 왔다. 회전운동을 하는 대부분의 구조물들은 불균일한 단면형상과 초기 비틀림각을 가지고 있다. 이러한 임의의 형상을 갖는 회전하는 블레이드의 진동특성은 ANSYS 와 같은 유한요소해석 프로그램으로 해석가능하며, 단순한 형상의 블레이드는 직접 운동방정식을 유도하여 진동특성 해석이 가능하다. FEM 의 특징은 임의의 형상에 관하여 해석이 가능하나 파라미터 변화에 따른 해석 시 새로운 모델링 과정이 필요하다. 운동방정식을 이용한 방법은 단순한 형상에만 적용 가능하고 일반적인 모델에는 적용불가능하나 파라미터 변화에 따른 진동 해석이 가능하다. 본 연구에서는 위 두 가지 방법을 결합하여 초기 비틀림각을 갖는 블레이드의 운동방정식을 유도하고 FEM 의 모드정보를 대입하여 진동해석을 실시하였다. 여기서 유도된 운동방정식은 복합 변형 변수를 이용한 Kane 의 방법으로 유도하였으며 Rayleigh-Ritz 가상모드법을 사용해 수치해석을 실시하였다.

2. 운동방정식 유도

이 절에서는 운동방정식 유도과정을 간략히 소개한다. 연속체의 방정식을 근사화 하기 위해서 가상모드를 이용하여 s , u_2 , u_3 를 다음과 같이 근사화한다.

$$s(x, t) = \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i}(x)q_{1i}(t) \quad (1)$$

$$u_2(x, t) = \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i}(x)q_{2i}(t) \quad (2)$$

$$u_3(x, t) = \sum_{i=1}^{\mu_3} \phi_{3i}(x)q_{3i}(t) \quad (3)$$

블레이드의 임의의 단면에서 비틀림각은 θ 이고 다음과 같이 표현된다.

$$\theta = \frac{\theta_0}{l} x \quad (4)$$

시스템의 운동방정식은 다음 식으로부터 유도될 수 있다.

$$\int_0^l \rho(x) \left(\frac{\partial \bar{v}^p}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \frac{d\bar{v}^p}{dt} dx + \frac{\partial U}{\partial q_i} = 0 \quad (5)$$

회전 외팔보의 경우 인장방향 모드에 의한 진동수는 굽힘모드에 의한 진동수에 비해 훨씬 높으므로 간섭효과를 가지지 않는다는 가정하에 생략하면,

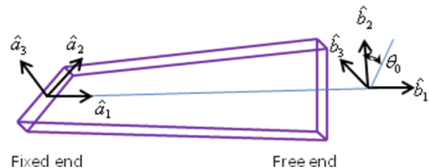


Fig. 1 Configuration of a pre-twisted blade

† 교신저자; 정회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr

Tel : (02) 2220-0446, Fax : (02) 2293-5070

* 한양대학교 대학원 기계공학과

$$\sum_{j=1}^{\mu_2} M_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j} + \sum_{j=1}^{\mu_2} [K_{ij}^{B2} + \Omega^2 (K_{ij}^{GB2} - M_{ij}^{22})] q_{2j} \quad (6)$$

$$+ \sum_{j=1}^{\mu_3} K_{ij}^{B23} q_{3j} = 0$$

$$\sum_{j=1}^{\mu_3} M_{ij}^{33} \ddot{q}_{3j} + \sum_{j=1}^{\mu_3} [K_{ij}^{B3} + \Omega^2 (K_{ij}^{GB3})] q_{3j} \quad (7)$$

$$+ \sum_{j=1}^{\mu_2} K_{ij}^{B32} q_{2j} = 0$$

위와 같이 정리 된다.

여기서 나타나는 행렬요소들과 2 차 면적 모멘트는 다음과 같이 정의된다

$$M_{ij}^{ab} = \int_0^l \rho \phi_{ai} \phi_{bj} dx, \quad I_2(x) = \frac{I_2^* + I_3^*}{2} + \frac{I_2^* - I_3^*}{2} \cos(2\theta)$$

$$K_{ij}^{B2} = \int_0^l EI_3(x) \phi_{2i}'' \phi_{2j}'' dx, \quad I_3(x) = \frac{I_2^* + I_3^*}{2} - \frac{I_2^* - I_3^*}{2} \cos(2\theta) \quad (8)$$

$$K_{ij}^{B3} = \int_0^l EI_2(x) \phi_{3i}'' \phi_{3j}'' dx, \quad I_{23}(x) = \frac{I_2^* - I_3^*}{2} \sin(2\theta)$$

$$K_{ij}^{Bab} = \int_0^l EI_{23}(x) \phi_{ai}'' \phi_{bj}'' dx, \quad I_3^* = \frac{bh^3}{12}, I_2^* = \frac{hb^3}{12}$$

$$K_{ij}^{GBa} = \int_0^l \frac{\rho}{2} (L^2 - x^2) \phi_{ai}' \phi_{aj}' dx$$

3. 수치해석

Table 1 Comparison of the natural frequencies ($\Omega = 10, \theta_0 = 45^\circ, b = 4, h = 2$)

| | Assumed | Assumed-mode(error) |
|-----|---------|---------------------|
| 1st | 0.3392 | 0.3264(-3.77) |
| 2nd | 1.6323 | 1.6344(0.13) |
| 3rd | 3.6675 | 3.6604(-0.19) |
| 4th | 4.0195 | 4.015(-0.11) |

Table1의 Assume는 회전이 없는 외팔보의 굽힘 진동 특성함수들을 가상 모드로 사용하여 해석을 수행한 결과이고, Assumed-mode는 FEM의 Mode 정보를 추출하여 운동방정식에 대입하여 고유진동수를 얻은 결과이다. 결과로부터 1차 고유진동수의 오차가 크게 발생함을 알 수 있다. 이는 FEM을 통해 추출한 Mode 정보에 2차 면적모멘트 값이 일정 부분 포함 되었고, 모드형상을 그려본 결과 수치해석 시 사용된 면내, 면외 방향의 1,2,3,4,5차 모드가 모드 형상의 조합들로 나타나기 때문에 정확한 결

과를 얻을 수 없었다. 따라서 1,2,3,4,5차 모드를 정확히 추출하기 위해서는 더 고차모드까지 추출하는 방법이 필요하다.

4. 결과

운동방정식에 FEM으로 추출된 모드를 사용하면 파라미터 변화에 따른 해석 시 새로운 모델링 과정을 생략할 수 있다. 지금의 방법은 초기 비틀림각을 가지지 않는 굽힘방향 변위의 가상모드들을 사용하는 운동방정식에 FEM으로 추출된 모드를 사용했기 때문에 오차가 발생하게 되었다. 향후에는 이를 해결하기 위해 운동방정식의 2차 단면 모멘트항 성분을 수정하고, 초기 비틀림각을 가지고 단면의 면적이 변화는 임의의 형상을 가지는 블레이드에 적용하는 연구가 더 필요하다.

후기

이 논문은 2012년도 2단계 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

이 논문은 2011년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다. (No. 2011T100200116)