

불충분한 반사점 자료에 적합한 전파형 역산

주용환¹⁾, 설순지¹⁾, 변중무¹⁾

¹⁾한양대학교 자원환경공학과, jooyh@hanyang.ac.kr

Full-waveform inversion for the seismic data which has insufficient ray-coverage

Yonghwan Joo¹⁾, Soon Jee Seol¹⁾, and Joongmoo Byun¹⁾

¹⁾Department of Natural Resources and Geoenvironmental Engineering, Hanyang University

탄성과 탐사자료의 전파형 역산에 관한 연구는 Lailly (1983)와 Tarantola (1984)가 역전파 알고리즘을 제시한 이후로 지금까지 활발하게 진행되고 있다. 많은 연구자들은 탄성과 탐사자료의 전파형 역산 시 계산량의 한계를 극복하기 위하여 파동 방정식의 수반 행렬 특성을 적용하여 그래디언트 기법에 기초한 알고리즘을 주로 사용하였으나, 최근 컴퓨터의 계산능력 향상과 대용량의 메모리가 일반화됨에 따라 Hu *et al.* (2009)과 주용환(2009) 등은 보다 정확하고 적은 반복연산으로도 해에 빠르게 수렴하는 Gauss-Newton 방법이 탄성과 탐사자료의 전파형 역산에 사용될 수 있음을 보여주었다. 그러나 이러한 Gauss-Newton 방법은 근사-헤시안 행렬의 특이치 문제의 해결을 위하여 라그랑지 승수와 같은 감쇠요소를 더해지게 되며 이 감쇠요소가 역산 결과에 큰 영향을 미치게 된다. 특히 일반적으로 Gauss-Newton 방법에서 사용되는 상수로 된 라그랑지 승수는 적절한 값을 사용할 경우 반사점에 대한 정보가 부족한 부분(insufficient ray-coverage)의 안정성을 확보할 수는 있지만 반대로 반사점의 정보가 충분한 지역의 해상도를 낮추는 단점이 있다. 이 연구에서는 이러한 문제를 개선하기 위하여 분산함수를 이용하여 공간에 따라 변화하는 라그랑지 승수를 계산해 주는 Active Constraint Balancing법 (Yi *et al.*, 2003)을 불충분한 반사점 자료의 전파형 역산에 적용해 보았다. 또한 Lee and Kim (2003)이 개발한 송신원 파동장 정규화 기법을 사용함으로써 송신원의 정보가 없어도 적절하게 역산의 수행이 가능한 전파형 역산 알고리즘을 개발하였다. 개발된 알고리즘은 수치예제를 통하여 검증되었으며 이를 토대로 개발된 알고리즘의 적용성을 분석하였다.

Gauss-Newton 파형 역산 기법

일반적인 비선형 역산 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$\delta d = J \delta m \quad (1)$$

여기서, δd 는 자료의 잔차 벡터이고, J 는 자코비안 행렬 또는 민감도 행렬, δm 는 모델 매개변수의 증분 벡터이다. 이 때 k 번째 반복단계에서의 감쇠 최소자승법의 해 또는 Gauss-Newton 해는 다음과 같이 표현될

수 있다(Menke, 1984).

$$\delta \mathbf{m}_k = [\mathbf{J}_k^T W_d^T W_d \mathbf{J}_k + \lambda W_m^T W_m]^{-1} \mathbf{J}_k^T W_d^T W_d \delta \mathbf{d}_k \quad (2)$$

여기서 \mathbf{J}_k 는 k 번째 반복단계에서 모델 매개변수의 증분벡터 $\delta \mathbf{m}_k$ 와 자료의 오차벡터 $\delta \mathbf{d}_k$ 사이의 관계를 나타내는 선형 연산자로 앞서 설명된 자코비안 또는 민감도 행렬을 의미한다. 또한 λ 는 라그랑지 승수이다. Levenberg (1944)는 라그랑지 승수 λ 를 “감쇠요소”로 정의하고 있으며 이는 λ 값이 증가할수록 잔차벡터 $\delta \mathbf{d}$ 의 영향을 제한함으로써, 모델 변수 증분벡터 $\delta \mathbf{m}$ 을 효과적으로 감쇠시켜 역산결과가 안정적으로 수렴하도록 하기 때문이다.

Active Constraint Balancing (ACB)

대부분의 역산문제는 역산의 안정성을 확보하기 위하여 감쇠요소나 평활화 조건 등의 제약조건을 적용하게 된다. 하지만 이러한 제약조건은 안정성을 확보해 주는 반면 역산의 해상도를 낮추는 단점을 가지고 있다. 본 연구에서는 역산의 안정성과 해상도를 동시에 확보하기 위해 Yi et al. (2003)이 제안한 ACB법을 적용하였다. ACB법은 분산함수(spread function)와 모델 분해 행렬(parameter resolution matrix)을 이용하여 공간적으로 변화하는 라그랑지 승수를 계산하고 이를 제약조건으로 사용하는 기법이다. 자료가중을 가한 최소자승 역산에서 사용되는 모델 분해 행렬 \mathbf{R} 은

$$\mathbf{R} = (\mathbf{J}^T W_d^T W_d \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T W_d^T W_d \mathbf{J} \quad (3)$$

로 주어지며, \mathbf{I} 는 단위행렬이다(Menke, 1984). 이렇게 계산된 모델 분해 행렬을 이용하여 분산함수를 계산하고 분산정도에 반비례하게 라그랑지 승수값을 부여하게 된다(Yi et al., 2003). 분산함수는 다음과 같이 계산된다.

$$SP_i = \sum_j^N (1 - \delta_{ij}) R_{ij}^2 \quad (4)$$

여기서 δ_{ij} 는 $i=j$ 일 때만 1이고, 그 이외에서는 0인 델타함수이다. 이렇게 계산된 분산함수를 이용하여 다음과 같이 공간적으로 변화하는 라그랑지 승수를 계산한다.

$$\log(\lambda_i) = \log(\lambda_{\min}) + \frac{\log(\lambda_{\max}) - \log(\lambda_{\min})}{\log(SP_{\max}) - \log(SP_{\min})} \times \log(SP_i) - \log(SP_{\min}) \quad (5)$$

여기서 SP_{\min} 과 SP_{\max} 는 각각 분산함수의 최소 및 최대값이고, λ_{\min} 과 λ_{\max} 는 우리가 설정한 라그랑지 승수의 최소 및 최대값이다.

수치모형실험

개발된 알고리즘의 타당성을 분석하기 위하여 Fig. 1(a)와 같은 7개의 층으로 구성된 배사구조 수치모형을 설정하였으며, 분해능을 고려하여 10 × 10 m 의 간격으로 된 역산 블록을 역산에 사용하였다(Fig. 1(b)). 또한 인위적인 경계(artificial boundary) 문제의 해결을 위하여 PML 경계조건(Chew and Weedon, 1994; Berenger, 1994)을 사용함으로써 인위적인 경계에서 발생하는 반사를 최소화하였다.

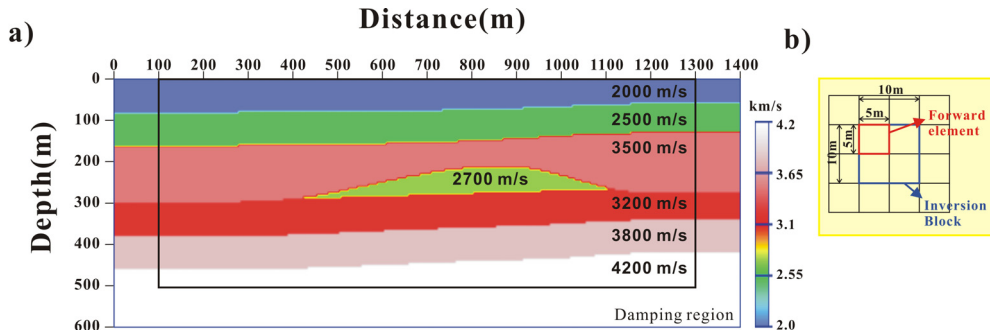


Fig. 1. (a) The geometric configuration of the synthetic anticline model, and (b) inversion block consisting of 4 elements(주용환 등, 2009).

Fig. 2는 초기 속도모델, ACB법을 사용하지 않은 역산 결과와 ACB법을 사용하였을 경우의 역산 결과를 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 ACB법을 사용한 경우 반사면에 대한 정보가 불충분한 모델의 좌측 하단과 우측 하단부 지역의 속도값을 보다 정확하게 찾아간 것을 확인할 수 있다. 또한 ACB법을 적용한 경우와 적용하지 않은 경우의 RMS 오차 값을 살펴보면 ACB법을 사용한 경우 더 빠른 수렴속도를 보일뿐 아니라 더 낮은 RMS 오차로 수렴하는 것을 확인할 수 있었다(Fig. 3). Fig. 4는 30, 720, 1150 m 지점에서의 속도 프로파일을 보여준다. 정량적인 분석을 위하여 두 역산결과의 속도 프로파일을 비교한 결과 충분한 반사점에 대한 정보를 가지고 있는 720 m 지점에서의 속도 정보는 두 역산 결과가 거의 일치하지만 불충분한 반사점 정보를 가지고 있는 30 m와 1150 m 지점 하부에서는 ACB법을 사용한 결과가 보다 정확한 속도값을 찾아가는 것을 알 수 있다.

결론

본 연구에서는 불충분한 반사면 자료의 전파형 역산을 위해 ACB법을 적용한 역산 알고리즘을 개발하였다. 개발된 알고리즘을 배사구조 모델에 적용해 본 결과, 반사면에 대한 정보가 충분한 중앙부분에서는 ACB법의 사용유무에 관계없이 좋은 역산결과를 보였으나 반사면에 대한 정보가 부족한 좌우측 하단부의 경우 ACB를 사용하였을 때 보다 향상된 역산결과를 보임을 확인할 수 있었다. 또한 ACB법을 사용한 경우 RMS 오차가 더 빠르게 수렴하고 보다 낮은 RMS 오차값으로 수렴하는 것을 확인하였다.

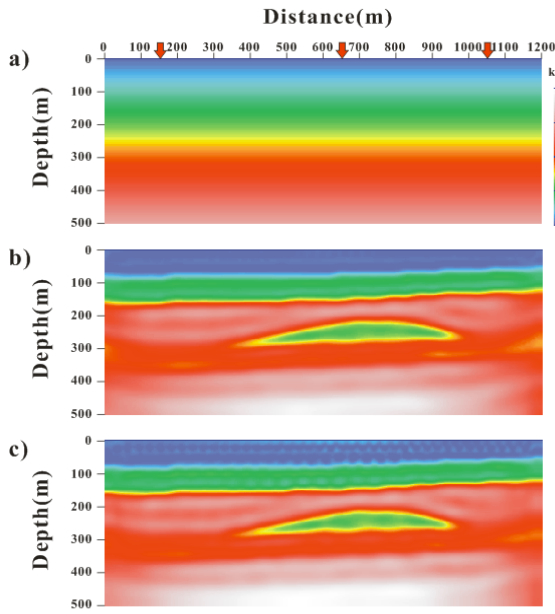


Fig. 2. (a) Gradually increasing initial model, (b) inversion result after the 20th iterations using conventional GN method, and (c) using GN method with ACB scheme.

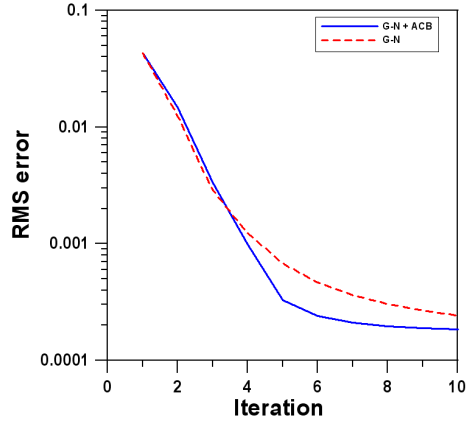


Fig. 3. Comparisons in convergence in RMS misfits of iteration during the full-waveform inversion with linearly increasing-starting velocity model.

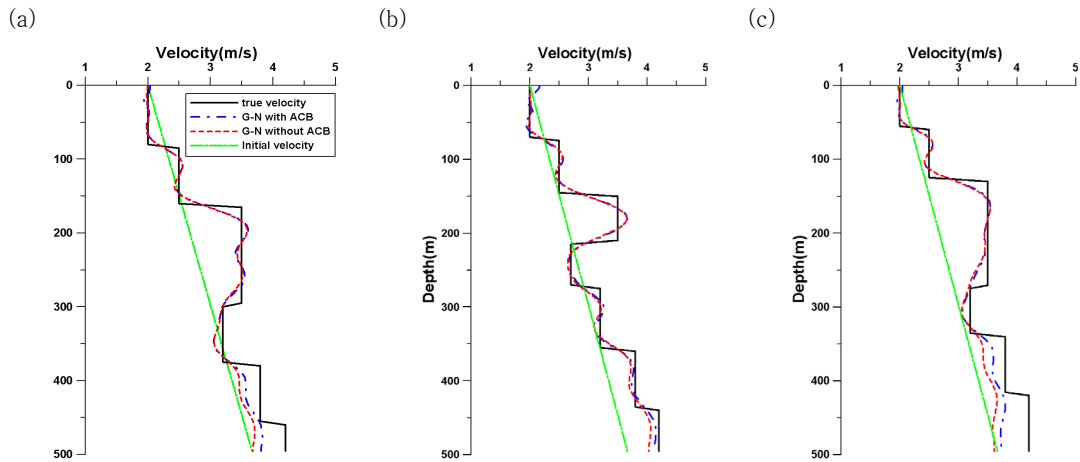


Fig. 4. The vertical velocity profiles of the true model, conventional GN inversion result, and inversion result of the GN method with ACB at (a) $x=150$ m, (b) $x=650$ m, (c) $x=1075$ m

감사의 글

본 연구는 2011년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지 기술평가원(KETEP)의 에너지자원기술개발사업의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다(No. 2009T100200049).

참고문헌

- 주용환, 설순지, 변중무, 2009, 감쇠 최소화승법을 이용한 지표 탄성과 탐사자료의 전파형 역산, *한국지구시스템공학회지*, **46**, 322-331.
- Berenger, J. P., 1994, A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves: *Journal of Computational Physics*, **114**, 185-200.
- Chew, W. C., and W. H. Weedon, 1994, A 3D perfectly matched medium from modified Maxwell's equations with stretched coordinates: *Microwave and Optical Technology Letters*, **43**, 599-604.
- Hu, W., Abubakar, A., and Habashy, T. M., 2009, Simultaneous multifrequency inversion of full-waveform seismic data, *Geophysics*, **74**, R1-R14.
- Lailly, P., 1983, The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations, *Conference on Inverse Scattering: Theory and Application*, eds Bednar, J.B., Redner, R., Robinson, E., and Weglein, A., Soc. Industr. appl. Math., Philadelphia, PA.
- Lee, L. H. and Kim, H. J., 2003, Source-independent full-waveform inversion of seismic data, *Geophysics*, **68**, 2010-2015.
- Levenberg, K., 1944, A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares, *Quart. Appl. Math.*, **2**, 164-168.
- Menke, W., 1984, *Geophysical data analysis: Discrete inverse theory*, Academic Press Inc.
- Tarantola, A., 1984, Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation, *Geophysics*, **49**, 1259-1266.
- Yi, M. J., Kim, J. H., and Chung, S. H., 2003, Enhancing the resolving power of least-squares inversion with active constraint balancing, *Geophysics*, **68**, 931-941.