

특이 잡음에 견고한 목적함수를 이용한 동시 송신원 파형역산 기법 연구

손우현¹⁾, 편석준²⁾, 정우돈¹⁾, 민동주¹⁾

¹⁾ 서울대학교 에너지시스템공학부, son0228@hanmail.net

²⁾ 인하대학교 에너지자원공학과

Simultaneous Source Waveform Inversion Applying a Robust Objective Function against Outliers

Woohyun Son¹⁾, Sukjoon Pyun²⁾, Woodon Jeong¹⁾ and Dong-Joo Min¹⁾

¹⁾ Dept. of Energy Systems Engineering, Seoul National University

²⁾ Dept. of Energy Resources Engineering, Inha University

서론

파형역산은 지하 영상화 기술로써 많은 모델 변수에 대한 각각의 경사 방향 (gradient direction)을 계산하기 때문에 방대한 계산자원을 필요로 한다. Tarantola (1984)는 파형역산 시 계산 시간을 단축시키기 위해 행렬의 대칭성을 이용한 그라디언트 기법에 기반한 알고리즘을 제안하였다. 그러나 기존의 파형역산은 모든 송신원에 대한 각각의 경사 방향을 별도로 계산하기 때문에 여전히 계산 효율성이 떨어진다. 이러한 한계를 극복하기 위해 Capdeville et al. (2005)는 모든 송신원에 대한 경사 방향을 한번에 풀 수 있는 동시 송신원 역산 기법을 제안하였다. 그러나 이 기법은 인위적인 잡음을 발생시켜 역산 결과를 왜곡시키는 문제점을 지니고 있다. 이러한 인위적인 잡음은 중합전 구조보정에서 제안되었던 위상 부호화 (phase encoding)를 이용하여 최소화할 수 있다 (Morton and Ober, 1998; Jing et al., 2000; Romero et al., 2000). 또한 Ben-Hadj-Ali et al. (2009)는 무작위 위상 부호화 (random phase encoding) 기법을 제안하여 효율적으로 인위적인 잡음을 제거하였고, 이를 L2-노름 (norm) 목적함수를 이용한 주파수 영역에서의 동시 송신원 파형역산에 적용하였다. 그러나 특이 잡음 (outlier)이 존재할 경우 L2-노름 목적함수는 왜곡된 역산 결과를 생성하는 것으로 알려져 있다. 이를 해결하기 위한 대안으로 L1-노름 목적함수를 사용할 수 있고, 이는 특이 잡음에 민감하지 않기 때문에 향상된 결과를 생성한다 (Pyun et al., 2009). 본 연구에서는 특이 잡음에 견고한 (robust) L1-노름 목적함수를 적용하면서도 동시 송신원 파형역산 기법을 사용할 수 있는 목적함수를 제안하였다. 제안한 역산 알고리즘의 효율성을 확인하기 위해서 Marmousi 모델을 이용하였고, 기존의 역산 기법에 의해 생성된 역산 결과와 비교하였다.

이론

송신원이 2개인 경우에 일반적인 L1-노움 목적함수는 다음과 같이 표현된다.

$$E = \sqrt{(u_1 - d_1)(\overline{u_1 - d_1})} + \sqrt{(u_2 - d_2)(\overline{u_2 - d_2})} \quad (1)$$

여기서 아래첨자는 송신원 번호, u 와 d 는 각각 주파수 영역의 모델링 파동장과 관측 파동장이다. 또한 식 (1)에 대한 경사방향은 다음과 같다.

$$\frac{\partial E}{\partial m_k} = \text{Re} \left[\frac{1}{|u_1 - d_1|} \left\{ -\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial m_k} u_1 \right\}^T \mathbf{S}^{-1}(\overline{u_1 - d_1}) + \frac{1}{|u_2 - d_2|} \left\{ -\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial m_k} u_2 \right\}^T \mathbf{S}^{-1}(\overline{u_2 - d_2}) \right] \quad (2)$$

여기서 m_k 는 k 번째 모델 변수, \mathbf{S} 는 임피던스(impedance) 행렬, T 는 전치(transpose)를 의미한다. 계산 효율성을 높이기 위해서 동시 송신원 기법을 식 (1)에 적용할 경우 목적함수는 다음과 같이 정의된다.

$$E = \sqrt{(a_1 u_1 + a_2 u_2 - a_1 d_1 - a_2 d_2)(\overline{a_1 u_1 + a_2 u_2 - a_1 d_1 - a_2 d_2})} \quad (3)$$

이에 대한 경사방향은 다음과 같다.

$$\frac{\partial E}{\partial m_k} = \text{Re} \left[\frac{1}{|a_1 u_1 + a_2 u_2 - a_1 d_1 - a_2 d_2|} \left[\begin{array}{l} a_1^2 \left\{ -\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial m_k} u_1 \right\}^T \mathbf{S}^{-1}(\overline{u_1 - d_1}) + a_1 a_2 \left\{ -\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial m_k} u_1 \right\}^T \mathbf{S}^{-1}(\overline{u_2 - d_2}) \\ + a_2 a_1 \left\{ -\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial m_k} u_2 \right\}^T \mathbf{S}^{-1}(\overline{u_1 - d_1}) + a_2^2 \left\{ -\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial m_k} u_2 \right\}^T \mathbf{S}^{-1}(\overline{u_2 - d_2}) \end{array} \right] \right] \quad (4)$$

여기서 a_i 는 무작위 위상 부호화 함수로써, $|a_i| = |e^{i\theta}| = 1$ 와 같이 정의 된다. 식 (4)를 통해 a_i^2 의 값은 1이 되므로 첫 번째 항과 마지막 항은 역산 과정에서 일관된 값을 갖지만, 두 번째 및 세 번째 항은 부호가 무작위로 변화하여 역산 반복 횟수가 증가할수록 서로 상쇄된다.

수치 예제

본 연구에서 제안한 역산 알고리즘의 효율성을 확인하기 위해서 Marmousi 모델(Versteeg, 1994)을 이용하였다. 인공합성 자료는 주파수 영역에서 유한 요소 모델링 기법을 적용하여 생성하였다. 모델의 크기는 9.2 km x 3 km 이고, 격자 간격은 16 m 로 설정하였다(Fig. 2). 송신원 파형은 최대 주파수가 15 Hz인 일차 미분 가우스 함수를 이용하였다. 초기 속도모델은 심도가 깊어짐에 따라 1.5 km/s부터 4.5 km/s까지 선형적으로 증가하는 모델을 사용하였다. Fig. 1a는 잡음이 없는 공통 송신원 모음이고, Fig. 1b는 특이 잡음을 포함하는 공통 송신원 모음이다. Pyun et al.(2009)은 잡음이 없는 자료를 이용한 경우에 L1-노움 및 L2-노움 목적함수의 역산 결과가 서로 유사하며, 특이 잡음이 포함된 자료를 이용한 경우에는 L2-노움이 왜곡된 결과를 생성하지만, L1-노움 목적함수는 특이 잡음에 견고한(robust) 역산 결과를 생성함을 확인하였다. 본 연구에서는 L2-노움 및 L1-노움 목적함수를 이용하여 동시 송신원 파형역산을 수행하고, 그 결과를 비교하였다. Fig. 3a와 Fig. 3c는 특이 잡음을 포함한 자료에 대해 L2-노움 및 L1-노움 목적함수를 이용한 역산 결과이다. Fig 3d를 통해 본 연구에서 제안한 목적함수가 L1-노움의 특징과 동시 송신원 알고리즘의 특징을 모두 갖고 있음을 확인할 수 있었다. 또한 계산 시간을 단축시키기 위해 적용한 동시 송신원 역산 기법이 특이잡음에 대한 영향을 감소시키는 부수적인 효과를 얻을 수 있음을 알 수 있었다(Fig. 3b, Fig. 3d). 파형역산 시 하나의 주파수에 대한 역전파(back propagation) 계산 시간은 기존 방식의 경우 0.85 초, 동시 송신원 기법을 적용할 경우 0.15 초가 소요되었다(

컴퓨터 사양: Intel Xeon E5530). 본 연구에서 수행한 수치 예제에서는 115개의 송신원에 대해 동시 송신원 기법이 기존의 방법에 비해서 약 5.5 배의 계산 효율성을 갖는 것으로 파악되었다.

결론

본 연구에서는 특이 잡음에 견고한 L1-노움 목적함수를 적용한 동시 송신원 파형역산을 수행하였다. 역산 결과를 통해 제안된 목적함수가 L1-노움 목적함수의 특징과 더불어 동시 송신원 기법의 특징을 구현할 수 있음을 확인하였다. 또한 동시 송신원 역산 기법을 통해 기존의 역산 방법에 비해 월등히 향상된 계산효율을 얻을 수 있었다. 본 연구에서 제안한 알고리즘은 향후 3차원 역산 및 탄성파(elastic) 역산에 확장이 가능할 것으로 사료된다.

사사

본 연구는 2010년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지 기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다. (No. 2010T100200133)

참고 문헌

- Ben-Hadj-Ali, H., S. Operto, and J. Virieux, 2009, Three dimensional frequency-domain full waveform inversion with phase encoding, 79th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 2288-2292.
- Capdeville, Y., Y. Gung, and B. Romanowicz, 2005, Towards global earth tomography using the spectral element method: A technique based on source stacking, *Geophysical Journal International*, **162**, 541-554.
- Jing, X., C. J. Finn, T. A. Dickens, and D. E. Willen, 2000, Encoding multiple shot gathers in prestack migration, 70th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 786-790.
- Morton, S. A., and C. C. Ober, 1998, Fastershot-record depth migration using phase encoding, 68th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 1131-1135.
- Pyun, S., W. Son, and C. Shin, 2009, Frequency-domain waveform inversion using an l1-norm objective function, *Exploration Geophysics*, **40**, 227-232.
- Romero, L. A., D. C. Ghiglia, C. C. Ober, and S. A. Morton, 2000, Phase encoding of shot records in prestack migration, *Geophysics*, **65**, 426-436.
- Tarantola, A., 1984, Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation, *Geophysics*, **49**, 1259-1266.
- Versteeg, R., 1994, The Marmousi experience: Velocity model determination on a synthetic complex data set, *The Leading Edge*, **13**, 927-936.

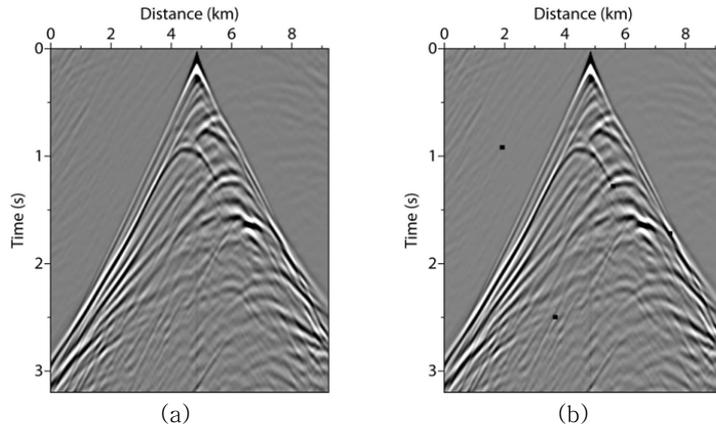


Fig. 1. Seismograms (a) without and (b) with outliers.

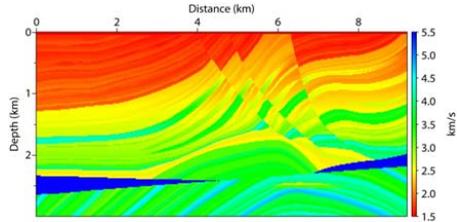


Fig. 2. The Marmousi velocity model.

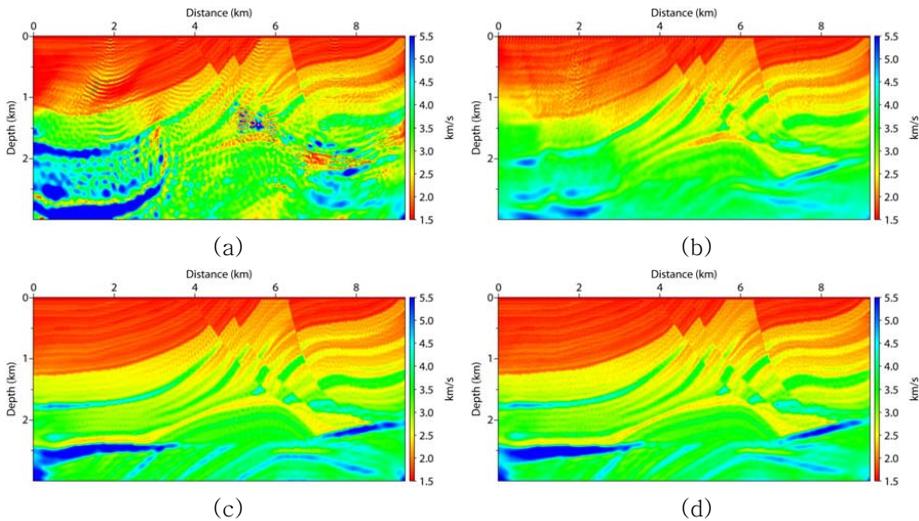


Fig. 3. Inverted velocity models using L2-norm objective function (a) without and (b) with simultaneous-shot technique. Inverted velocity models using L1-norm objective function (c) without and (d) with simultaneous-shot technique. The data set including outliers was used for the inversion.