실험설계 유형별 Venn Diagram을 이용한 EMS 도출

Derivation of Expected Mean Squares (EMS) Using Venn Diagram by the Type of Experimental Design

최 성 운*
Sung-Woon Choi*

Abstract

The study presents an efficient design method of Venn Diagram that can be used when implementing the quality design of experiments based on generalizability theory. The paper examines four mixed and combined models that are designed by fixed factor, random factor, crossed factor and nested factor. The models considered in this research are $A^{*}\times B^{*}\times C$, $(B:A^{*})\times C$, $A\times B\times C$ and $(B:A)\times C$.

Keywords: Venn Diagram, Generalizability Theory, Mixed and Combined Models, Fixed, Random, Crossed, Nested Factors

1. 서 론

품질 및 신뢰성 혁신을 위한 실험설계는 선형모형(Linear Model)의 직교분해된 수식을 사용하여 변동요인(Source of Variation), 편차제곱합(Sum of Squares), 자유도(Degree of Freedom), 평균제곱(Mean Square), EMS(Expected Mean Square)를 구한 후 ANOVA(Analysis of Variance)의 F검정을 실시한다. 요인의 유의성이 판정된 경우 고정인자(Fixed Factor)인 경우 모평균을 추정하고 Random인자인 경우 EVC(Expected Variance Component)에 의한 모분산을 추정한다.

일반화가능도 이론(Generalizability Theory:GT)[1-5]은 Venn Diagram을 이용하여 데이터 구조모형을 그림에 의해 가시적으로 쉽게 파악하여 EMS를 빠르게 구할 수 있는 장점이 있다. GT는 고정인자와 같이 통제된 특정 수준을 대상으로 하는 것이 아니

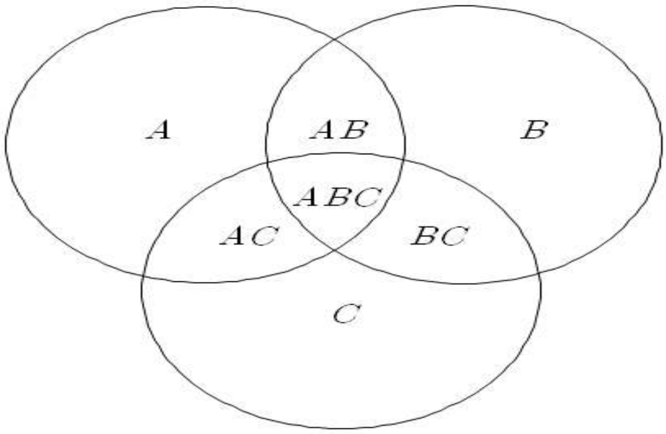
* 경원대학교 산업공학과

고 Random인자와 같이 모집단(Population)의 전체를 일반화하는 방법을 사용한다. GT는 일반화를 위한 G연구(Generalizability Study)와 유연성 있는 적용을 위한 감도분석(Sensitivity Analysis)의 D 연구(Decision Study)로 구성된다.

따라서 본 연구에서는 실험설계의 4가지 주요 인자인 고정인자(Fixed Factor), Random인자, 교차인자(Crossed Factor), 지분인자(Nested Factor)를 대상으로 한 모형을 대상으로 Venn Diagram에 의한 데이터 구조 모형과 EMS 산출방안을 제시한다. 본 연구에서 고려되는 모형은 $A^{*}\times B^{*}\times C$ 고정 랜덤 교차모형, $(B:A^{*})\times C$ 고정 랜덤 교차 지분 모형, $A\times B\times C$ 랜덤 교차모형, $(B:A)\times C$ 랜덤 교차 지분 모형 등이다.

2. 랜덤 교차인자 모형

$A\times B\times C$ 모형에서 $A=(i=1,2,\cdots,a), B(j=1,2,\cdots,b), C(k=1,2,\cdots,c)$이며 Venn Diagram에 의한 데이터 구조식 모형은 <그림1>과 같으며
$x(ijk)=\mu+A(i)+B(j)+C(k)+AB(ij)+AC(ik)+BC(jk)+ABC(ijk)$이다.



<그림1> $A\times B\times C$의 데이터 구조식 모형

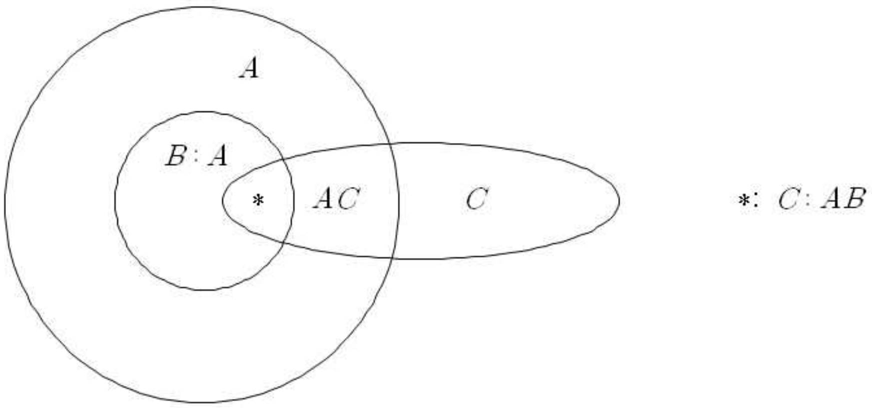
<표1> $A\times B\times C$의 EMS

Source	EMS
A	$bc\sigma^2(A)+c\sigma^2(AB)+b\sigma^2(AC)+\sigma^2(ABC)$
B	$ac\sigma^2(B)+c\sigma^2(AB)+a\sigma^2(BC)+\sigma^2(ABC)$
C	$bc\sigma^2(C)+b\sigma^2(AC)+a\sigma^2(BC)+\sigma^2(ABC)$
AB	$c\sigma^2(AB)+\sigma^2(ABC)$
AC	$b\sigma^2(AC)+\sigma^2(ABC)$
BC	$a\sigma^2(BC)+\sigma^2(ABC)$
ABC	$\sigma^2(ABC)$

$A \times B \times C$의 EMS는 <표1>과 같으며 ANOVA의 검정은 $F(A) = MS(A)/(MS(AB) + MS(AC) - MS(ABC))$, $F(B) = MS(B)/(MS(AB) + MS(BC) - MS(ABC))$, $F(C) = MS(C)/(MS(AC) + MS(BC) - MS(ABC))$로 Approximate F검정을 실시하며 Satterthwaite 자유도는 F(A)의 분모의 자유도 $DF^* = (MS(AB) + MS(AC) - MS(ABC))^2/(MS^2(AB)/DF(AB) + MS^2(AC)/DF(AC) + MS^2(ABC)/DF(ABC))$이다. $F(AB), F(AC), F(BC)$는 각자의 MS를 MS(ABC)로 나눈다.

3. 랜덤 교차 지분인자 모형

$(B:A) \times C$모형에서 $B:A$는 A에서 B가 지분되었고, C와 교차되었다는 의미로 데이터의 구조식 모형은 <그림2>와 같으며 $x(ijk) = \mu + A(i) + B:A(j:i) + C(k) + AC(jk) + C:AB(k:ij)$이다.



<그림2> $(B:A) \times C$의 데이터 구조식 모형

<표2> $(B:A) \times C$의 EMS

Source	EMS
A	$bc\sigma^2(A) + c\sigma^2(B:A) + b\sigma^2(AC) + \sigma^2(C:AB)$
$B:A$	$c\sigma^2(B:A) + \sigma^2(C:AB)$
C	$ab\sigma^2(C) + b\sigma^2(AC) + \sigma^2(C:AB)$
AC	$b\sigma^2(AC) + ab\sigma^2(C:AB)$
$C:AB$	$\sigma^2(C:AB)$

4. 고정 랜덤 교차인자 모형

$A^{*} \times B^{*} \times C$에서 *는 고정인자의 표현으로 EMS는 <표3>과 같다.

<표3> $A^{*} \times B^{*} \times C$의 EMS

Source	EMS
A	$bc\sigma^2(A) + b\sigma^2(AC) + \sigma^2(ABC)$
B	$ac\sigma^2(B) + a\sigma^2(BC) + \sigma^2(ABC)$
AB	$ab\sigma^2(C) + \sigma^2(ABC)$
AC	$c\sigma^2(AB) + \sigma^2(ABC)$
BC	$b\sigma^2(AC) + \sigma^2(ABC)$
ABC	$a\sigma^2(BC) + \sigma^2(ABC)$
	$\sigma^2(ABC)$

<표3>에서 ANOVA F검정은 $F(A) = MS(A)/M(AC), F(B) = MS(B)/MS(BC)$로 나머지는 $MS(ABC)$로 나눈다.

5. 고정 랜덤 교차 지분인자 모형

$(B:A^{*}) \times C$모형에서 A는 고정인자이고 B, C는 Random인자이며 EMS는 <표4>와 같으며 ANOVA F검정은 F(A)는 Approximate F검정으로 분모는 $MS(B:A) + MS(AC) - MS(C:AB)$로 나누고 나머지 요인은 $MS(C:AB)$로 나눈다.

<표4> $(B:A^{*}) \times C$의 EMS

Source	EMS
A	$bc\sigma^2(A) + c\sigma^2(B:A) + b\sigma^2(AC) + \sigma^2(C:AB)$
$B:A$	$c\sigma^2(B:A) + \sigma^2(C:AB)$
C	$ab\sigma^2(C) + \sigma^2(C:AB)$
AC	$b\sigma^2(AC) + b\sigma^2(C:AB)$
$C:AB$	$\sigma^2(C:AB)$

6. 결 론

본 연구에서는 일반화가능도 이론에서 사용되는 Venn Diagram을 이용하여 데이터 구조식 모형을 수식적인 표현마다 그림으로 알기 쉽게 제시하였다. EMS 유도를 위한 모형으로 고정인자, Random인자, 교차인자, 지분인자의 조합에 의한 4가지 Mixed and Combined Models를 제시하였다.

7. 참 고 문 헌

[1] 송인섭, 최선미, “일반화가능도를 통한 자아개념 진단검사의 타당화 연구”, 교육심리연구, 11(2)(1997):99-125.

[2] 이종성, 일반화가능도 이론, 연세대학교 출판부, 1988.

[3] Brennan R. L., Generalizability Theory, Springer, 2010.

[4] Cardinet J., Johnson S., Pini G., Applying Generalizability Theory Using EduG, Routledge Academic, 2009.

[5] Shavelson R.J., Webb N.M., Generalizability Theory : A Primer, Sage Publications, 1991.