

라틴방격법을 이용한 분할구 실험설계,
교차설계 및 반복설계의 고찰

Review of Split Plot Design, Crossover Design
and Replicated Design Using Latin Square Design

최성운*

Sung-Woon Choi*

Abstract

The research reviews three experimental designs which include Split Plot Design (SPD), Crossover Design (CD) and Replicated Design (RD) by using Latin Square Design (LSD). SPD (CRD, LSD) and SPD (LSD, RCBD) that are derived from (S:A) x B x C x D and A x B x C x D. In addition, (S:A) x B x C, (S:A) x C x D and (S:A) x B x C x D can be used to generate various LSD and CD models. Finally, Replicated LSDs are considered to increase the power of detectability.

Keywords : Split Plot Design, Crossover Design, Replicated Design, Latin Square Design

1. 서론

라틴방격법(Latin Square Design : *LSD*)은 신제품 개발의 제품기획시 많은 초기 인자를 선별하는 경우 교호작용(Interaction)을 무시하고 주 효과(Main Effect)만을 검출하고자 할 경우 직교 블록 교락(Orthogonal Block Confounding)의 일부설시법(Fractional Factorial Design)이다. 2개, 3개의 직교하는 *LSD*를 사용할 경우 Graeco *LSD*, Hyper Graeco *LSD*로 불리운다.

분할구 실험설계(Split Plot Design : *SPD*)[1]는 랜덤화하기 어려운 인자를 Whole Plot (*WP*)에, Control하기 좋은 인자를 Sub Plot(*SP*)에 배치하는 방법이다. *SPD*에서 *WP*와 *SP*에 배치하는 설계방법으로는 *CRD*(Completely Randomized Design), *RCBCD*(Randomized Complete Block Design)가 있다. 교차설계(Crossover Design :

* 경원대학교 산업공학과

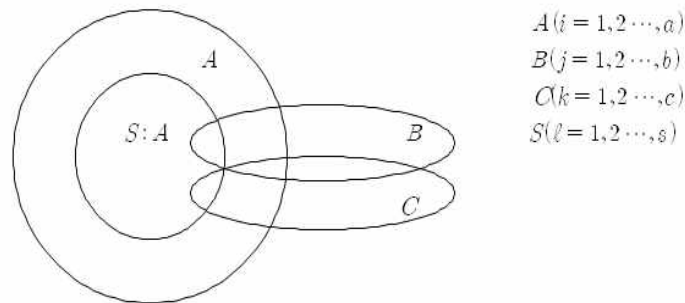
CD)[2,4,6]는 반복측정 실험설계(Repeated Measurement Design : *RMD*)[1,2,3,5,7]에서 가산적 이월효과(Additive Carry-Over)를 검증하기 위한 방법으로 *LSD*를 사용한다. 반복측정된 *LSD*(Replicated *LSD* : *RLSD*)[1]는 자유도를 크게 하여 검출력(Power of Detectability)을 증대하기 위하여 사용된다.

따라서 본 연구에서는 품질 실험설계에서 중요하게 사용되는 *SPD*, *CD*, *RLSD*를 대상으로 한 *LSD*의 설계방법을 오차제어 디자인(Error Control Design)관점에서 비교, 고찰한다. *LSD*를 이용한 *SPD* 모형으로는 $(S:A) \times B \times C$, $A \times B \times C \times D$ 의 오차 제어 디자인으로 *SPD*(*CRD*, *LSD*), *SPD*(*LSD*, *RCBD*)이 생성된다. *LSD*를 이용한 *CD* 모형으로는 $(S:A) \times B \times C$, 변형 $(S:A) \times B \times C$, $(S:B:A) \times C \times D$, $(S:A) \times B \times C \times D$ 의 오차 제어 디자인으로 *k* × *k* *CD*, *DoubleCD*, *Three Factor CD*, *Three Factor Graeco Latin CD*가 생성된다. *LSD*를 이용한 *RLSD* 모형으로는 $R \times A \times B \times C$, $(A:R) \times B \times C$, $(A:R) \times (B:R) \times C$ 의 오차 제어 디자인으로 *LSD*의 행과 열에 교차 지분된 반복실험이 생성된다.

2. 라틴방격법을 이용한 SPD

2.1 SPD(CRD, LSD)

$(S:A) \times B \times C$ 랜덤모형의 데이터 구조식 모형은 <그림1>과 같으며 편의상 1차 요인만 표시한다.



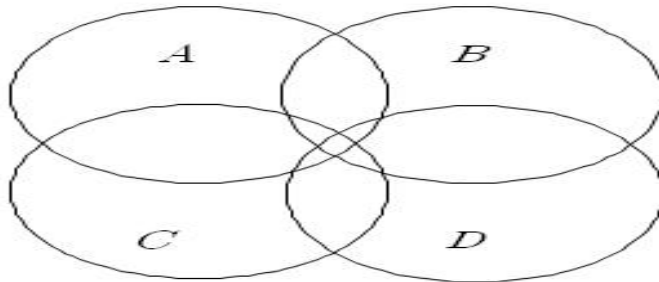
<그림1> $(S:A) \times B \times C$ 의 데이터 구조식 모형

<그림1>에서 $x(ijkl) = \mu + A(i) + S:A(\ell:i) + B(j) + C(k) + AB(ij) + AC(ik) + BC(jk) + ABC(ijk) + BS:A(j\ell:i) + CS:A(k\ell:i) + BCS:(A)(jkl:i)$ 이다.

SPD(*CRD*, *LSD*)는 *Whole Plot*(*WP*)에 *A*, Subject : *A*를, Sub Plot(*SP*)에 *B*, *C*(*LSD*)에 분할하는 방법으로 *WP*의 Error $e_1 = S:A(\ell:i)$ 가 되고 *SP*의 Error $e_2 = BC(jk) + ABC(ijk) + BS:A(j\ell:i) + CS:A(k\ell:i) + BCS:A(jkl:i)$ 가 되어 데이터 구조식 모형은 $x(ijkl) = \mu + A(i) + e_1 + B(j) + C(k) + AB(ij) + AC(ik) + e_2$ 가 된다.

2.2 SPD(CRD, RCBD)

$A \times B \times C \times D$ 랜덤모형의 데이터 구조식 모형은 <그림2>와 같으며 1차요인만 표시한다.



<그림2> $A \times B \times C \times D$ 의 데이터 구조식 모형

<그림2>에서 $x(ijkl) = \mu + A(i) + B(j) + C(k) + AB(ij) + AC(ik) + BC(jk) + D(l) + CD(kl) + AD(il) + BD(jl) + CD(kl) + ACD(ikl) + BCD(jkl) + ABD(ijl) + ABCD(ijkl)$ 이다.

$SPD(LSD, RCBD)$ 는 WP 에 $A, B, C(LSD)$ 를, SP 에 D 로 분할하는 방법으로 $e_1 = AB(ij) + AC(jk) + BC(jk)$ 가 되고 $e_2 = AD(il) + BD(jl) + CD(kl) + ACD(ikl) + BCD(jkl) + ABD(ijl) + ABCD(ijkl)$ 이 되어 데이터 구조식 모형은 $x(ijkl) = \mu + A_i + B(j) + C(k) + e_1 + D(l) + CD(kl) + e_2$ 가 된다.

3. 라틴방격법을 이용한 CD

3.1 1B2W LSD를 이용한 CD

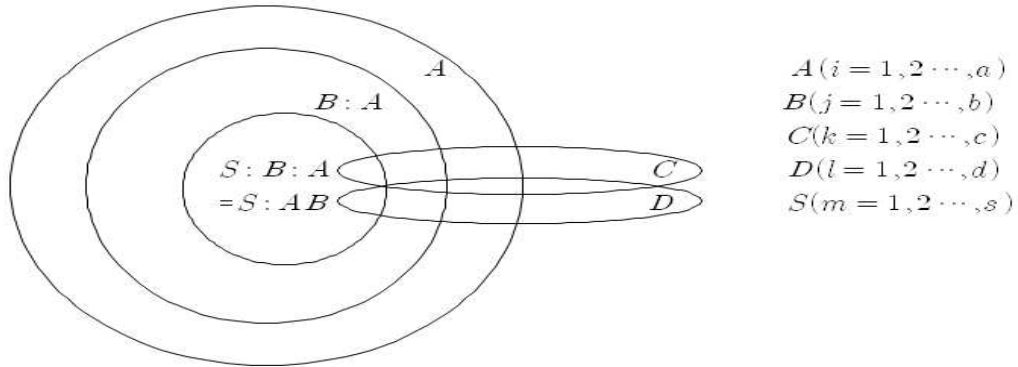
$(S:A) \times B \times C$ 랜덤모형의 데이터 구조식 모형은 <그림1>과 같다. 2.1절에서 Between-Subject(BS)에 $A, S:A$, Within-Subject에 $B, C(LSD)$ 를 Blocking하면 LSD 를 이용한 CD 가 되어 $e_1 = S:A(l:i), e_2 = AB(il) + AC(ik) + ABC(ijk) + BS:A(jl:i) + CS:A(kl:i) + BCS:A(jkl:i)$ 가 되어 데이터 구조식 모형은 $x(ijkl) = \mu + A(i) + e_1 + B(j) + C(k) + BC(jk) + e_2$ 가 된다.

3.2 1B2W Double CD

3.1절에서 BS 의 A 각 수준에 대해 LSD 를 취하는 경우로 2.1절의 $SPD(CRD, LSD)$ 와 같은 데이터 구조식 모형을 갖는다.

3.3 2B2W Three Factor CD

$(S : B : A) \times C \times D$ 랜덤모형의 데이터 구조식 모형은 <그림3>와 같다.



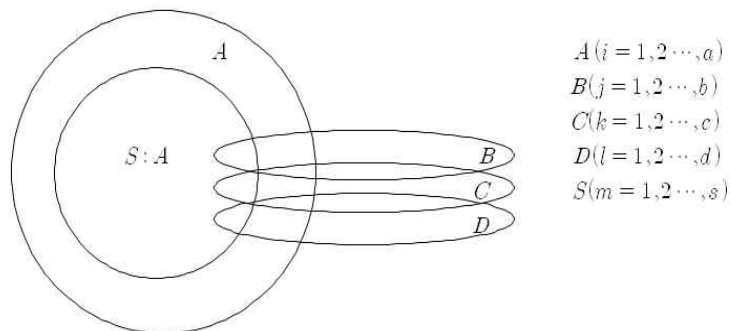
<그림3> $(S : B : A) \times C \times D$ 의 데이터 구조식 모형

<그림3>에서 데이터 구조식 $x(ijklm) = A(i) + B : A(j : i) + S : BA(m : ij) + C(k) + D(l) + CD(kl) + AC(ik) + AD(il) + ACD(ikl) + BC : A(jk : i) + BCD : A(jkl : i) + BD : A(jl : i) + CS : AB(km : ij) + CSD : AB(klm : ij)$ 이다.

BS 에 $A, B : A, S : AB$ 를, WS 에 $C, D(LSD)$ 를 Blocking 하되 A 각 수준에 대해 D 의 LSD 를 배치하는 방법으로 A, C, D Three Factor CD 로 분리된다. 데이터 구조식 모형은 $x(ijklm) = A(i) + B : A(j : i) + e_1 + C(k) + D(l) + CD(kl) + AC(ik) + AD(i, l) + e_2$ 이며 $e_1 = S : B(A)(m : ij)$ 이고 e_2 는 나머지 요인이다.

3.4 2B3W Graeco LSD를 이용한 Three Factor CD

$(S : A) \times B \times C \times D$ 랜덤모형의 데이터 구조식 모형은 <그림4>와 같다.



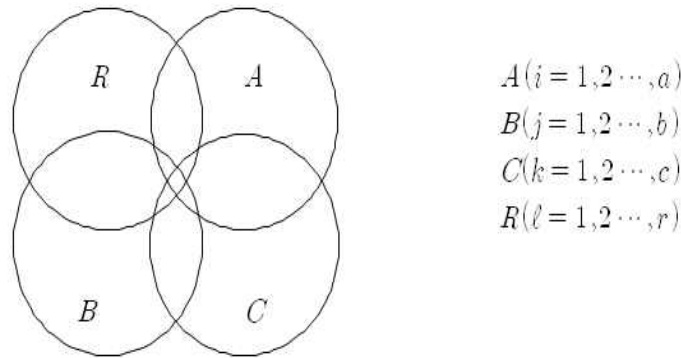
<그림4> $(S : A) \times B \times C \times D$ 의 데이터 구조식 모형

<그림4>에서 데이터 구조식을 BS 에 $A, S:A$ 를, WS 에 $:B CD$ (*Graeco LSD*)로 인자 B 에 대해 CD 의 *Graeco LSD*를 배치하면 $2B3W$ *Graeco LSD*를 이용한 CD 가 된다. 이 데이터 구조식 $x(ijklm) = \mu + A(i) + e_1 + B(j) + C(k) + D(l) + e_2$ 로 $e_1 = S:A(m:i)$ 이고 e_2 는 나머지 조합요인이다.

4. 라틴방격법을 이용한 RD

4.1 $R \times A \times B \times C$

$R \times A \times B \times C$ 는 C 가 *LSD*, 반복(R)이 $A \times B$ 의 행렬에 교차인자로 배치될 경우로 데이터 구조식 모형은 <그림5>와 같다.

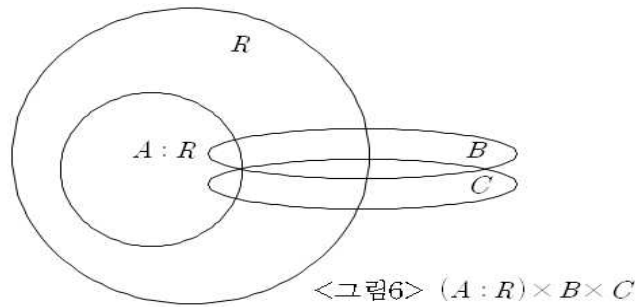


<그림5> $R \times A \times B \times C$ 의 데이터 구조식 모형

<그림5>에서 데이터 구조식은 $x(ijkl) = \mu + R(l) + A(i) + B(j) + C(k) + e$ 로 $e = AR(il) + BR(il) + CR(kl) + AB(ij) + AC(ik) + BC(jk) + ABR(ijl) + BCR(jkl) + ACR(ikl) + ABCR(ijkl)$ 이다.

4.2 $(A:R) \times B \times C$

$(A:R) \times B \times C$ 는 C 가 *LSD*, 반복(R)이 A 의 행에 지분인자로 배치될 경우로 데이터 구조식 모형은 <그림6>과 같다.



<그림6> $(A : R) \times B \times C$

<그림6>에서 데이터 구조식 $x(ijkl) = \mu + R(\ell) + A : R(i : \ell) + B(j) + C(k) + e$ 로 $e = BR(i\ell) + CR(k\ell) + BC(jk) + BCR(jkl) + AB : R(ij : \ell) + AC : R(ik : \ell) + ABC : R(ijk : \ell)$ 이다.

5. 결 론

본 연구에서는 라틴방격법을 이용한 2가지 분할구 실험설계를 $(S : A) \times B \times C$ 와 $A \times B \times C \times D$ 의 랜덤모형으로부터 유도하였다. 또한 반복측정 실험에서 가산적 이월 효과를 검증하기 위해 라틴방격법을 사용하는 교차(Crossover)계획 모형 4가지와 지분 교차(Crossed) 모형으로부터 생성하였으며 검출력을 높이기 위해 라틴방격법에 반복을 행과 열에 교차하고 지분하는 실험계획을 고찰하였다.

6. 참 고 문 헌

- [1] 성내경, 실험설계와 분석, 자유아카데미, 1998.
- [2] 성내경, 반복측정 실험과 분석, 자유아카데미, 1997.
- [3] 정동빈, 박덕영, 치학 반복측정 설계 및 분석의 실제, 대한나래 출판사, 2007.
- [4] Tones B., Design and Analysis of Cross-Over Trials, Springer, 1998.
- [5] Lindsey J.K., Models for Repeated Measurements, Second Edition, Oxford University Press, 1999.
- [6] Senn S.S., Cross-Over Trials in Clinical Research, Second Edition, Wiley, 2002.
- [7] Vonesh EF., Linear and Nonlinear Models for the Analysis of Repeated Measurements, Marcel Dekker, 1997.