

# 반복측정 설계와 계층적 실험설계의 구조모형 Analysis of Structure Model for Repeated Measurement Design and Hierarchical Design

최 성 운\*

Sung-Woon Choi\*

## Abstract

The research analyzes structure models of Repeated Measurement Design (RMD) and Hierarchical Design (HD). The experimental unit of RMD model is living organisms, such as human. In contrast, HD is used when all the factors are random. The HD models are derived from R:B:A, R:C:B:A and R:C:(A x B).

**Keywords:** Repeated Measurement Design, Hierarchical Design, Experimental Units, Human, Random Factors

## 1. 서 론

바이오(Bio), 메디칼(Medical), 헬스(Health) 산업에 대한 실험설계 적용이 증대되고 있으며 반복측정 실험설계(Repeated Measurement Design : RMD)[1-2]는 살아있는 인간(People), 생물체를 대상으로 하는 특징이 있다. RMD는 Subject를 Between-Subjects (BS), Within-Subjects(WS)로 Blocking하여 WS내의 반복된 측정자료로 설계된 실험 계획이다. 반복측정된 데이터가 Carry-Over Effect, Sequence Effect, Order Effect, Period Effect 등이 Counterbalancing이 되는 경우 랜덤화된 독립측정 데이터를 취하는 횡단면적인 연구(Cross-Sectional Study)인 SPD(Split Plot Design)가 된다.

그러나 처리조건이 시간(Time, Period)인 경우 랜덤화는 곤란하며 시간 경과에 따른 관측연구(Longitudinal Study)가 요구되며 이 경우 시간에 따라 반복측정된 데이터간에는 공분산(Covariance)이 존재하게 되며 이 공분산 형태에 따라 일변량 ANOVA 또는 다변량 ANOVA(Multivariate ANOVA:MANOVA)를 적용한다.[3-6]

계층적 실험설계(Hierarchical Design, Nested Design)는 품질 실험설계에서 샘플링 오차, 측정오차를 구하기 위해 사용되거나 행위측정(Behavioral Measurement) 설계에서 서로 다른 인자를 선택하기 위해 활용되는 랜덤 모형이다.

---

\* 경원대학교 산업공학과

따라서 본 연구에서는 RMD의 특징을 알아보기 위해 구형성(Sphericity), Compound Symmetry, Circularity에 의한 공분산 구조의 종류, Box의 공분산 동질성 검정(Box's Test of Equality of Covariance Matrices)에 대해 고찰해 본다. 또한 2단계, 3단계, 지분-교차 Multifactor Experiment는  $R:B:A$ ,  $R:C:B:A$ ,  $R:C:(A \times B)$  랜덤 모형에서 도출한다.

## 2. RMD 공분산 구조의 특징

반복측정 실험설계는 살아 있는 생물, 사람을 Subject로 Blocking하여 데이터를 반복하는 설계로 BS(Between-Subjects)와 WS(Within-Subjects)의 형태로 모형을 유형화한다. 예를 들어 1BS 2WS는 BS에 A, S:A를, WS에 B, C를 배치하는 방법으로 반복측정된 자료의 공분산 행렬은 B와 C, 2개가 되며 차원은 각 인자의 수준수에 의해 결정된다. 1BS 3WS인 경우 공분산 행렬은 3개가 존재하여 2개까지 해결할 수 있는 SAS, SPSS 등을 이용할 수 없게 되어 차원축소 또는 Direct(Kronecker, Tensor) Product 등을 이용하여 근사계산[6]을 한다.

RMD의 Subject 내의 공분산 행렬은 구형성(Sphericity) 조건의 만족여부에 따라 일변량 분산분석(ANOVA) 또는 다변량 분산분석(Multivariate ANOVA:MANOVA) 중 하나를 이용한다. 구형성의 충분조건으로 Compound Symmetry(CS)의 공분산의 구조를 요구하는데 이는 Equality of Covariance Matrices, Equal Correlation, Circularity를 만족해야 한다.

Box의 공분산 동질성 검정의 경우 1BS 1WS에서  $A(i=1,2,\dots,l)$ ,  $B(j=1,2,\dots,m)$ , 의  $S_{A_i}$ 는  $A_i$  수준의 공분산이고  $S_p$ 는  $A_i$  수준의 Pooled Covariance Matrix로 대각분산은 대각 개수로 평균하고 대칭분산은 2로 나눈다.  $\chi^2 = (1 - ((2m^2 + 3m - 1) / ((m+1)(l-1))(l/(r-1) - 1/l(r-1))))(l(r-1)\ln|S_p| - (r-1)\sum_{i=1}^l \ln|S_{A_i}|) < \chi^2(m(m+1)(l-1)/2)$ 일 경우 동질한 경우로 판정된다.

$S_p$ 가  $S_{CS}$ (Compound Symmetry 공분산)와 동질한가의 검정일 경우  $\chi^2 = -(1 - m(m+1)^2(2m-3)/(6l(r-1)(m-1)(m^2+m-4)))(l(r-1)\ln|S_p|/|S_{CS}|) < \chi^2((l^2+l-4)/2)$ 인 경우 동질한 경우로 판정한다.[3]

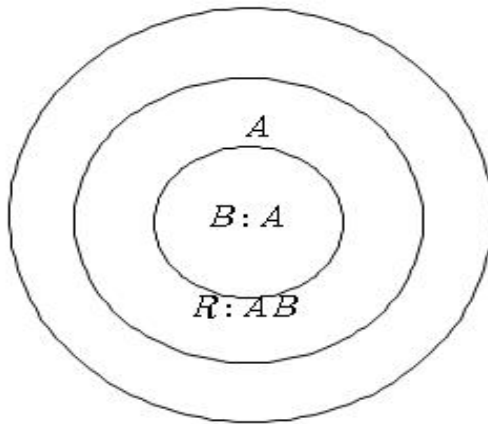
Circularity의 경우  $\sigma_{(i-j)}^2 = \sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2\sigma_{ij}$ 으로 공분산 구조를 체크하며 Box는 Noncircularity  $\epsilon$ (Epsilon)을 제안했으며  $\epsilon$ 의 개선방안으로 Greenhous-Geisser, Huynh-Feldt의  $\epsilon$ 가 있으며 MANOVA의 경우 급내변동과 급내, 급간 변동의 합의 비율에 대한 통계량으로 Wilk, Phillai, Hotelling-Lawley, Roy 방법을 이용한다.[1-4]

SAS PROC MIXED의 Type에서 사용되는 Covariance Structure는 30종류가 있고 대표적인 것으로 Compound Symmetry, Toeplitz, ARMA(1, 1), Unstructured, Direct Product AR(1), Spherical, Exponential, Power, Huynh-Feldt, Heterogeneous AR(1) 등이 있다.

### 3. HD 구조모형 분석

#### 3.1 2 Stage HD

반복(Replication:R)이 있는 2단계 HD(Hierarchical Design)는  $R:B:A$ 로 데이터 구조식 모형은 <그림1>과 같으며  $x(ijk) = \mu + A(i) + B:A(j:i) + R:AB(k:ij)$ 이다.



$A(i=1, 2, \dots, a)$   
 $B(j=1, 2, \dots, b)$   
 $R(k=1, 2, \dots, r)$

<그림1>  $R:B:A$ 의 데이터 구조식 모형

<그림1>에서 ANOVA F 검정을 위한 EMS는 <표1>과 같다.

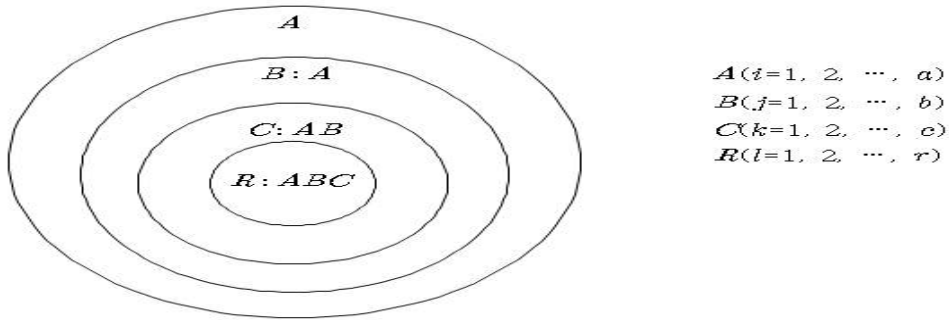
<표1>  $R:B:A$ 의 EMS

	EMS	F
A	$br\sigma^2(A) + r\sigma^2(B:A) + \sigma^2(R:AB)$	$MS(A)/MS(B:A)$
B:A	$r\sigma^2(B:A) + \sigma^2(R:AB)$	$MS(B:A)/MS(R:AB)$
R:AB	$\sigma^2(R:AB)$	

<표1>에서  $SS(B:A) = \sum_i \sum_j \sum_k (\bar{y}_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$ ,  $SS(R:AB) = \sum_i \sum_j \sum_k (y_{ijk} - \bar{y}_{ij})^2$ 이다.

### 3.2 3 Stage HD

반복이 있는 3단계 HD는  $R:C:B:A$ 로 데이터 구조식 모형은 <그림2>와 같으며  $x(ijkl) = \mu + A(i) + B:A(j:i) + C:AB(k:ij) + R:ABC(l:ijk)$ 이다.



<그림2>  $R:C:B:A$ 의 데이터 구조식 모형

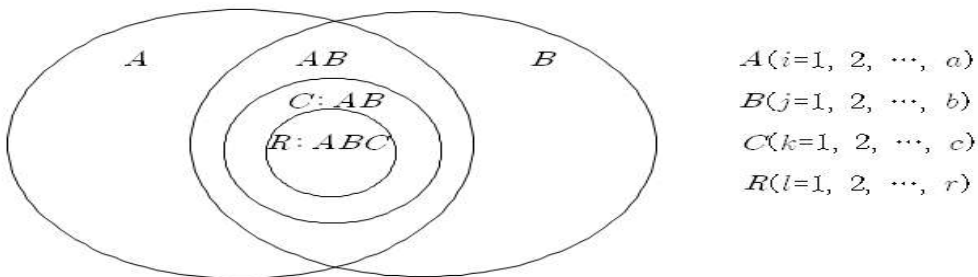
<그림2>에서 ANOVA F검정을 위한 EMS는 <표2>와 같다.

<표2>  $R:C:B:A$ 의 EMS

	EMS	F
A	$bcr\sigma^2(A) + cr\sigma^2(B:A) + r\sigma^2(C:AB) + \sigma^2(R:ABC)$	$MS(A)/MS(B:A)$
B:A	$cr\sigma^2(B:A) + r\sigma^2(C:AB) + \sigma^2(R:ABC)$	$MS(B:A)/MS(C:AB)$
C:AB	$r\sigma^2(C:AB) + \sigma^2(R:ABC)$	$MS(C:AB)/MS(R:ABC)$
R:ABC	$\sigma^2(R:ABC)$	

### 3.3 교차 지분 혼합(Combined) HD

$R:C:(A \times B)$ 의 교차 지분 혼합 HD의 데이터 구조식 모형은 <그림3>과 같으며  $x(ijkl) = \mu + A(i) + B(j) + AB(ij) + C:AB(k:ij) + R:ABC(l:ijk)$ 이다.



<그림3>  $R:C:(A \times B)$ 의 데이터 구조식 모형

<그림3>에서 ANOVA 검정을 위한 EMS는 <표3>과 같다.

<표3> R: C: (A × B)의 EMS

	EMS	F
A	$bcr\sigma^2(A) + cr\sigma^2(AB) + r\sigma^2(C: AB) + \sigma^2(R: ABC)$	$MS(A)/MS(AB)$
B	$acr\sigma^2(B) + cr\sigma^2(AB) + r\sigma^2(C: AB) + \sigma^2(R: ABC)$	$MS(B)/MS(AB)$
AB	$cr\sigma^2(AB) + r\sigma^2(C: AB) + \sigma^2(R: ABC)$	$MS(AB)/MS(C: AB)$
C: AB	$r\sigma^2(C: AB) + \sigma^2(R: ABC)$	$MS(C: AB)/MS(R: ABC)$
R: ABC	$\sigma^2(R: ABC)$	

#### 4. 결 론

본 연구에서는 반복측정 실험설계에서 공분산구조에 따른 동질성 검정, 순환성 검증 방법과 다양한 공분산 형태에 관해 고찰하였다. 또한 랜덤 지분인자로 구성된 계층적 실험설계의 2단계, 3단계 방법과 교차인자가 혼합된 경우의 분산분석 방법을 고찰하였다.

#### 5. 참 고 문 헌

- [1] 김현철, 반복측정 자료의 분석, 교육과학사, 2005.
- [2] 박용규, 송혜향, 반복측정과 교차계획 자료의 분석법, 자유아카데미, 1998.
- [3] 성대경, 반복측정 실험과 분석, 자유아카데미, 1997.
- [4] 성대경, 실험통계와 분석, 자유아카데미, 1998.
- [5] 엄한주, “반복측정 자료의 구형성 조건과 분석 결과의 이해”, 한국체육측정평가학회지,9(2)(2007) : 45-61
- [6] 이재훈, 박태성, “복합구조 반복측정 자료에 대한 모형 연구”, 응용통계연구, 22(6)(2009) : 1265-1275
- [7] Searle S.R., Casella G., McCulloch G.E., Variance Components, Wiley, 1992.
- [8] Montgomery D.C., Design and Analysis of Experiments, Seventh Edition, Wiley, 2009