2011년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2011. 7. 20 - 22

운행선구에 따른 열차이동 중력 모델링에 관한 연구

이강미*, 신경호*, 신덕호*, 이재호*
한국철도기술연구원*

A study on the gravity modeling for the train movement to line profile

Kangmi Lee*, Kyungho Shin*, Ducko Shin*, Jaeho Lee*
Korea Railroad Res earch Institute*

Abstract - 본 논문에서는 열차이동시 운행선구에 따른 운동에너지를 모델링하기 위한 중력 모델링에 대한 연구를 수행하였다. 중력 모델링은 해당 노선에 투입될 열차의 물리적 특성 및 성능(제동)특성과 선로정보, 신호정보(최고운행속도) 등의 정보를 고려하여 열차의 이동을 물리적으로 모델링해야한다. 차량의 운동을 해석하기 위하여 차량은 하나의 질점으로 모델링하고, 그 질점은 한 방향으로만 직선 운동하는 자유도 모델이다. 차량의 견인력, 제동력, 운행저항력, 선로구배에 의한 중력 공헌력은 그 질점에 작용하는 힘으로 모델링 되어있다.

차량의 이동에 따른 모델링을 통해 산출된 열차 에너지는 고정폐색으로 운용되는 열차제어시스템의 폐색길이를 결정하는데 사용될 수 있다.

1. 서 론

본 논문에서는 열차이동시 운행선구에 따른 운동에너지를 모델링하기 위한 중력 모델링에 대한 연구를 수행하였다. 중력 모델링은 해당 노선에 투입될 열차의 물리적 특성 및 성능(제동)특성과 선로정보, 신호정보(최고운행속도) 등의 정보를 고려하여 열차의 이동을 물리적으로 모델링해야한다. 차량의 운동을 해석하기 위하여 차량은 하나의 질점으로 모델링하고, 그 질점은 한 방향으로만 직선 운동하는 자유도 모델이다. 차량의 견인력, 제동력, 운행저항력, 선로구배에 의한 중력 공헌력은 그 질점에 작용하는 힘으로 모델링 되어있다.

2. 본 론

2.1 열차의 운동모델링

차량의 운동을 해석하기 위하여 차량은 하나의 질점으로 모델링 되었고 그 질점은 한 방향으로만 직선 운동하는 자유도 모델이다. 차량의 견인력, 제동력, 운행저항력, 선로구배에 의한 중력 공헌력은 그 질점에 작용하는 힘으로 모델링 되어있다.
차량의 운동방정식은 식 (1)과 같다.

$$\frac{d^2e}{dt^2} = \frac{EFFORT(e, V_t)}{M_d} \tag{1}$$

여기서, e는 차량의 변위(displacement), V_t는 차량의 속도(velocity), M_d는 동적질량이며 $M_d = M_s + M_r$이다. 또한 $EFFORT(e, V_t)$는 차량에 작용하는 힘의 합으로 다음과 같다.

$$EFFORT(e, V_t) = EFTRACT(V_t) + EFFREIN(V_t) + EFRAV(V_t) + EFPES(e) \tag{2}$$

식 (1)을 Runge-Kutta Fehlberg방법을 이용하여 풀면 차량의 변위와 속도를 구할 수 있다. Runge-Kutta Fehlberg방법은 4계 Runge-Kutta방법을 발전시킨 방법으로써 다음과 같다.

$$\hat{y}_{n+1} = y_n + h\left(\frac{25}{216}k_1 + \frac{1,408}{2,565}k_3 + \frac{2,197}{4,104}k_4 - \frac{1}{5}k_5\right)$$
$$y_{n+1} = y_n + h\left(\frac{16}{135}k_1 + \frac{6,656}{12,825}k_3 + \frac{28,561}{56,430}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6\right) \tag{3}$$

Runge-Kutta Fehlberg방법은 에러를 계산하고 그것을 이용하여 적분스텝을 능동적으로 늘리거나 줄여서 적분 효율성과 정확성을 증가 시킨다. 에러는 식 (4)과 같이 계산되고, 적분스텝을 결정하는 알고리즘은 식 (5)와 같다.

$$\epsilon = \left| y_{n+1} - \hat{y}_{n+1} \right| \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{\min} \le \epsilon \le \epsilon_{\max} &\rightarrow h_{n+2} = h_{n+1} \\ \epsilon \le \epsilon_{\min} &\rightarrow h_{n+2} = 2h_{n+1} \le h_{\max} \\ \epsilon_{\max} \le \epsilon &\rightarrow h_{n+2} = \frac{h_{n+1}}{2} \ge h_{\min} \end{aligned} \tag{5}$$

여기서, $\epsilon_{\min}$은 Minimum tolerance for local truncation error, $\epsilon_{\max}$는 Maximum tolerance for local truncation error, $h_{\min}$은 Minimum tolerance for the step size 그리고 $h_{\max}$는 Maximum tolerance for the step size이다. MATLAB함수 중 ode45가 이상의 알고리즘으로 구성되어있으며 식 (1)을 풀이하는데 MATLAB의 ode45함수를 사용하였다.

2.1.1 최장상용제동력

열차 제동시스템에 의해 공급되는 제동력 중 본 시뮬레이션에 사용된 제동력은 폐색분할용 제동력인 최장상용제동력이며 그 값은 표 1과 같다. 최장상용제동력은 다음과 같은 보간 방법에 의하여 구해진다.

<표 1> KTX 최장상용제동력

속도(km/h)	제동력(N)			전체 힘 (N)	보간법
	전기	슈	디스크		
0.00	0	99600	224325	323925	선형
8.00	0	99600	224325	323925	선형
11.98	99600	0	224325	323925	선형
18.80	270000	0	224325	494325	선형
160.50	270000	0	224325	494325	쌍곡선
215.00	201558	0	224325	425883	쌍곡선
215.00	201558	0	168244	369802	쌍곡선
330.00	131318	0	168244	299562	쌍곡선

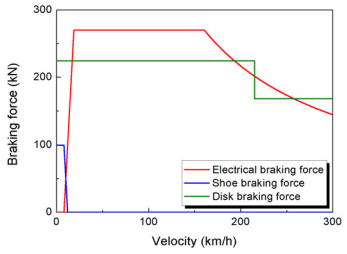
a. 선형보간법

$$EFFREIN(V_t) = AA + BB \times V_t \tag{6}$$

b. 쌍곡선보간법

$$EFFREIN(V_t) = AA \times V_t^{-BB} \tag{7}$$

위 두 보간법의 계수 AA와 BB는 표 2의 데이터를 이용하여 구한다. 식 (6), (7)과 표 1을 이용하여 그림 1과 같은 최장상용제동력을 구하였다.



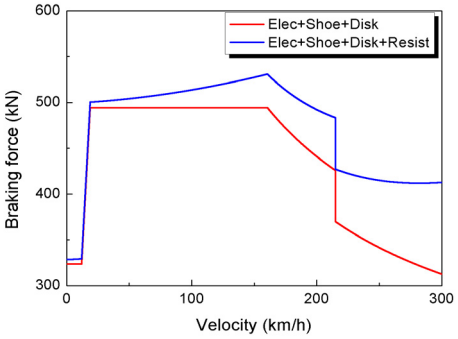
<그림 1> KTX 차량의 최장상용제동력

2.1.2 운행저항력

운행저항력은 차량의 구름저항과 공기저항에 의한 힘으로써 식 (8)을 이용하여 구할 수 있다.

$$EFRAV(V_t) = A + BV_t + k_{tunnel}C|V_t + k_{vent}V_w|(V_t + k_{vent}V_w) \quad (8)$$

여기서 A와 B는 차량의 구름저항에 관련된 계수, C는 공기저항에 관련된 계수, k_{vent}는 후방풍속고려 팩터, V_t는 차량 속도, V_w는 풍속 그리고 k_{tunnel}은 터널에서 적용되는 공기저항 정정계수로써 open air에서 $k_{tunnel}=1$이고 KTX 차량의 경우에 터널의 길이에 따라 표 4와 같은 값을 가진다. KTX차량의 경우에 각 상수들은 표 3의 값을 사용한다. 식 (8)을 이용하여 운행저항을 구하여 최장상용제동력에 더하면 그림 2와 같다.



〈그림 2〉 KTX 차량의 최장상용제동력+운행저항력

2.1.3 운행저항력

차량은 하나의 질점으로 모델링되지만 실제 KTX18E 차량의 길이는 약 390m이므로 차량 길이로 인한 선로구배에 의한 중력의 영향을 질점에 적용시켜 운동방정식을 풀어야 한다. 선로 구배에 의한 중력의 영향은 식 (9)-(11)과 표 2를 이용하여 구할 수 있다.

$$EFPES_{(i+1)} = EFPES_{(i)} + \triangle EFPES_{(i)}, \ i = 0, 1, 2 \cdots \quad (9)$$

$$\triangle EFPES_{(i)} = \triangle EFPES_{(i,F)} - \triangle EFPES_{(i,R)} \quad (10)$$

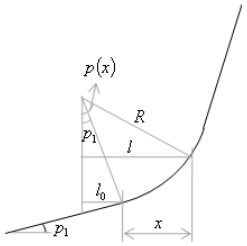
$$\triangle EFPES_{(i,Q)} = \begin{cases} mgp_1 s & , \text{직선선로} \\ \int_x^{x+s} mgp(x)dx = mg\left(p_1 + \frac{x}{R}\right)s + mg\frac{1}{2R}s^2 & , \text{곡선선로} \end{cases} \quad (11)$$

여기서 $Q = F, R$, p_1은 직선 또는 곡선 선로구간이 시작되는 부분의 구배이고 R은 곡선 선로 반지름, s는 매 적분스텝마다 이동한 거리, m은 단위길이 당 차량 질량, x는 곡선 선로 진입 시 곡선 선로 시작점과 차량 선두부 (차량 선두부의 중력 공헌력 변화량 계산 시) 또는 차량 후두부 (차량 후두부 중력 공헌력 변화량 계산 시) 사이의 거리이다. 중력 공헌력은 시뮬레이션 시에 차량 초기위치에서의 중력 공헌력 $EFPES_{(0)}$에서 수치적분 매 스텝마다 이동한 거리 s에 의해 차량 선두부의 이동에 따른 중력 공헌력 변화량 $\triangle EFPES_{(i,F)}$과 차량 후두부의 이동에 따른 중력 공헌력의 변화량 $\triangle EFPES_{(i,R)}$의 차이 $\triangle EFPES_{(i)}$를 연속적으로 더해가면서 구할 수 있다. 곡선선로에서 사용된 기울기 $p(x)$는 그림 3과 같이 기하학적 관계로 구할 수 있다. 여기서 중력 공헌력을 구할 때 사용된 선로의 데이터는 표 2와 같다.

〈표 2〉 선로데이터

n	real_kp A(m)	real_kp (m)	Xslope(m)	Slope(rad)	Radius(m)
1	273904.66	273904.66	273904.66	0	0
2	283260.00	283260.00	283260.00	0.018	0
3	283652.00	283652.00	283652.00	0.018	0
4	283852.00	283852.00	283852.00	0.018	0
5	283919.65	284220.35	284070.00	-0.013	9700
6	285768.00	285880.00	285824.00	-0.003	11200
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

표 2에 나타난 선로데이터를 이용하여 중력 공헌력을 구하면 그림 4, 5, 6과 같다.



〈그림 3〉 운행선구 곡선선로

$$l = l_0 + x \quad (12)$$

$$Rsin[p(x)] = Rsin(p_1) + x \quad (13)$$

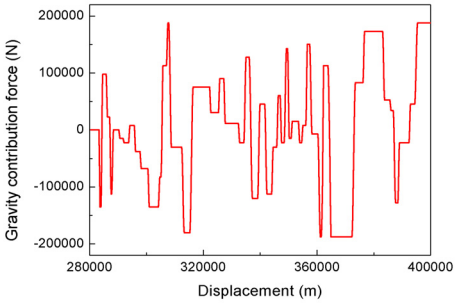
$$p(x) = p_1 + \frac{x}{R} \quad (14)$$

3. 시뮬레이션 결과

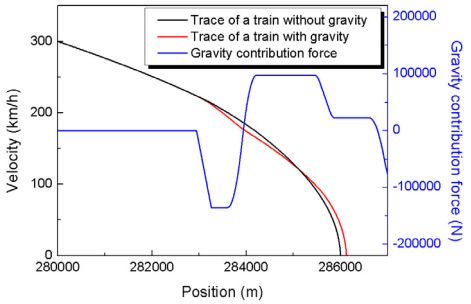
KTX 차량이 초기위치 280000m에서 최장상용제동을 하고 운행저항, 선로구배에 의한 중력 공헌력을 고려하여 운동방정식을 계산하였다.

해석에서 사용된 주행환경은 open air이며 풍속 V_w는 0km/h로써 바람의 영향을 고려하지 않았고 초기속도 300km/h에서 정지시키는 조건을 이용하였다. 위 해석 조건들을 고려하여 그림 5와 같이 KTX 차량의 궤적을 구하였다.

이때, 선로의 구배를 고려하지 않는 경우 KTX 차량의 제동거리는 약 5999m이며 선로구배를 고려하는 경우 선로 위치 280000m에서 정지동작이 시작될 때 제동거리는 6124m이다. 정지동작이 선로상의 어떤 위치에서 시작되느냐에 따라 선로의 프로파일이 달라지기 때문에 제동거리는 달라진다.



〈그림 4〉 선로구배에 의한 KTX차량의 중력



〈그림 5〉 정지시 KTX차량 궤적

[참 고 문 헌]

[1] Ansaldo STS, "Blocksection functional description", 2007.08
[2] Ansaldo STS "ATC Blocksectioning Study process", 2009.08