

무인 잠수정의 T-S 퍼지 모델 기반 강인 속도 제어기 설계

연영준*, 김도완**, 이호재***

한밭대학교 전기공학과*, 한밭대학교 전기공학과**, 인하대학교 전자공학과***

T-S Fuzzy-Model-Based Robust Speed Controller Design of Autonomous Underwater Vehicles

Young Jun Youn*, Do Wan Kim**, Ho Jae Lee***

Hanbat National University*, Hanbat National University**, Inha University***

Abstract - 본 논문은 파라미터의 불확실성을 포함한 비선형 무인 잠수정(autonomous underwater vehicles: AUVs)의 속도 제어를 위한 강인 퍼지 제어기를 제안한다. 효율적이고 안정적인 접근을 위해 불확실성을 포함한 비선형 무인 잠수정의 속도 시스템은 타카기-수게노(Takagi-Sugeno: T-S) 퍼지 모델로 표현된다. 리아푸노프(Lyapunov) 안정도 이론을 이용하여, 무인 잠수정의 제어 성능을 보장하는 선형 행렬 부등식(linear matrix inequality: LMI) 형태의 제어기 설계 조건을 유도한다. 제안된 강인 속도 제어기 성능의 유효성을 검증하기 위해 모의실험을 수행한다.

1. 서 론

최근 해양 연구, 해저 건설, 해저 데이터 수집, 해양 지도 작성, 해저 장비의 유지 및 보수 등 해저에서의 다양한 작업에 이용되고 있는 무인 잠수정은 해양 연구 분야에서 중요한 과제로 대두되고 있다. 이와 같은 무인 잠수정의 사용이 증가함에 따라, 보다 자율성을 갖는 잠수정의 속도 제어 시스템을 요구한다. 그러나 최근 무인 잠수정의 시스템은 그 규모가 커지고 복잡해졌으며, 운동학적, 동역학적인 비선형으로 인해 동작 특성이 강한 비선형 특성과 여러 불확실성을 내포하게 되어 정확히 모델링하고, 제어하기는 어렵다[1], 또한 무인 잠수정의 노후화, 주변조건의 변화 등 파라미터의 변화가 예측 불가능한 경우에도 바람직한 제어 성능을 기대하기가 어렵다. 한편 기존에 존재하는 제어 기법에서는 해결하기 힘든 복잡한 비선형 또는 불확실한 시스템을 타카기-수게노(Takagi-Sugeno: T-S) 퍼지 모델을 사용하면, 매우 효과적으로 모델링이 가능하다[2-3].

본 논문에서는 무인 잠수정의 강인한 속도 제어를 위해 T-S 퍼지 모델을 이용한 속도 제어기를 제안한다. 파라미터의 불확실성을 포함하는 비선형 모델에 대한 T-S 퍼지 모델은 sector nonlinearity 기법[4]을 통해 표현되고, 충분한 목표치 추종성능을 달성할 수 있도록 추종제어 기반으로 오차모델이 설계된다. 리아푸노프(Lyapunov) 안정도 이론을 이용하여 접근적으로 안정한 선형 행렬 부등식(Linear matrix inequality: LMI) 형태의 제어기 설계 조건을 유도 한다. 마지막으로 제안된 퍼지 모델의 유효성을 검증하기 위해 모의실험을 수행한다.

2. 시 스템

2.1 무인잠수정

무인 잠수정의 속도 운동 모델은 다음과 같은 운동학

$$\begin{aligned} \dot{u}(t) &= -\alpha u(t)|u(t)| + (\alpha\beta)n(t)|n(t)|, \\ \alpha &= \frac{\rho L^2 C_d}{[2m + \rho L^3 X_u]}, \quad \beta = \frac{u_0^2}{n_0^2}, \\ C_d &= 0.0034, \end{aligned} \tag{1}$$

으로 표현할 수 있다 [1], 여기서 ρ 는 바닷물의 밀도, L 은 잠수정의 길이, C_d 는 축의 드래그 계수, m 은 잠수정의 질량, X_u 는 부가질량, u_0 는 초기속도, n_0 는 초기제어입력, α 와 β 는 잠수정의 파라미터, $n(t)|n(t)|$ 는 잠수정의 제어입력이다.

2.2 T-S 퍼지 모델

다음의 T-S퍼지 규칙을 고려하자

$$\begin{aligned} \text{Rule } i: & \text{ IF } z_1(t) \text{ is } M_{1i} \text{ and } \dots \text{ and } z_p(t) \text{ is } M_{pi} \\ \text{ THEN } & \dot{x}(t) = (A_i + \Delta A_i)x(t) + (B + \Delta B)u(t) \\ & i = 1, 2, \dots, r \end{aligned}$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 은 상태변수, $u(t) \in R^m$ 은 제어입력, $A_i \in R^{n \times n}$ 과 $B_i \in R^{n \times m}$ 는 시스템과 입력 행렬, M_{ij} 는 퍼지집합, ΔA_i 과 ΔB_i 는 시변

불확실성, r 은 전체 규칙 수를 나타낸다. z_j 는 측정 가능한 시스템 변수이며 퍼지 모델의 입력 변수이다. 퍼지 규칙의 전역 동특성은

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \theta_i(z(t))((A_i + \Delta A_i)x(t) + (B + \Delta B)u(t)) \tag{2}$$

가 된다. 여기서

$$\begin{aligned} \theta_i(z(t)) &= \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \\ w_i(z(t)) &= \prod_{j=1}^p M_{ij}(z_j(t)). \end{aligned}$$

식 (2)에서 함수 θ_i 는 다음 두 조건 $\theta_i(z(t)) \in R_{[0,1]}$ 와 $\sum_{i=1}^r \theta_i(z(t)) = 1$ 을 만족한다.

추론1: 여기서 고려된 불확실한 파라미터 ΔA_i 과 ΔB_i 는 다음과 같이

$$[\Delta A_i \quad \Delta B_i] = DF(t)[E_{1i} \quad E_{2i}]$$

나타낼 수 있다. 여기서 D , E_{1i} 및 E_{2i} 는 알려진 계수 행렬, $F(t)$ 는 $F(t)^T F(t) \leq I$ 를 만족하는 알려지지 않은 함수 행렬이다.

3. 주 요 결 과

시스템 식 (1)의 비선형 요소인 $|u(t)|$ 를 sector nonlinearity 기법을 통해 $r=2$ 라 하면,

$$|u(t)| = \theta_1(z(t))a_1 + \theta_2(z(t))a_2$$

이 되고, 여기서 $\sum_{i=1}^2 \theta_i(z(t)) = 1$ 과 $\theta_i(z(t)) \in R_{[0,1]}$ 를 만족하면,

$$\begin{aligned} \theta_1(z(t)) &= \frac{|u(t)| - a_2}{a_1 - a_2} \\ \theta_2(z(t)) &= 1 - \theta_1(z(t)), \\ a_2 &< |u(t)|, |u(t)| < a_1. \end{aligned}$$

가 되고, $|u(t)|$ 의 크기는 $u_{\min} < |u(t)| < u_{\max}$ 이므로 $a_1 = u_{\max}$, $a_2 = u_{\min}$ 이 성립함을 알 수 있다.

식 (1)에 $u(t) := x(t)$, $n(t)|n(t)| := u(t)$ 이면 불확실성을 포함한 퍼지 모델은 다음과 같이

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \theta_i(z(t))(A_i + \Delta A_i)x(t) + (B + \Delta B)u(t)$$

나타낼 수 있다.

여기서

$$\begin{aligned} A_i &= -\alpha a_i, \\ B &= \alpha\beta, \end{aligned}$$

로 표현된다. 다음의 오차 모델을 고려하자:

$$\dot{e}(t) = x(t) - x_d(t) \tag{3}$$

여기서 $x_d(t)$ 는 추종 목표 속도이다. 식 (3)의 양변을 미분하면,

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \theta_i(x(t))(A_i + \Delta A_i)x(t) + (B + \Delta B)u(t) \tag{4}$$

로 표현되고, 제어입력을

$$u(t) = \sum_{i=1}^2 \theta_i(x(t))K_i e(t) \tag{5}$$

라 놓으면, 식 (1)은 식 (4), (5)을 이용하여 다음의 폐루프 시스템

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^2 \theta_i(x(t)) ((A_i + \Delta A_i) + (B + \Delta B)K_i)e(t) + (A_i + \Delta A_i)x_d(t) \quad (6)$$

으로 변환 할 수 있다. 식 (6)에 대한 리아프노프(Lyapunov) 함수를 다음과 같이 정의하자.

$$V|_{(6)} = e^T(t)Pe(t) \quad (7)$$

여기서 $P = P^T > 0$ 식 (6)과 (7)의 합동변환, $Q = P^{-1}$, $M_i = K_i P^{-1}$ 을 이용하여,

$$\dot{V}|_{(6)} = \sum_{i=1}^2 \theta_i(x(t)) \begin{bmatrix} e(t) \\ x_d(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P(A_i + \Delta A_i) + P(B + \Delta B)K_i & * \\ (A_i + \Delta A_i)^T P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ x_d(t) \end{bmatrix} + \gamma^2 x_d^T(t)x_d(t)$$

$$\dot{V}|_{(6)} < 0 \text{ 일 때,}$$

$$\begin{bmatrix} He\{P(A_i + \Delta A_i) + P(B + \Delta B)K_i\} & * \\ (A_i + \Delta A_i)^T P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} He\{PA_i + PBK_i\} & * \\ A_i^T P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P\Delta A_i + P\Delta BK_i & P\Delta A_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta A_i^T P + K_i^T \Delta B^T P & 0 \\ \Delta A_i^T P & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

가 되고, 추론1을 식 (8)에 적용하면,

$$\begin{bmatrix} He\{PA_i + PBK_i\} & * \\ A_i^T P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} PDFE_{1i} + PDFE_2 K_i & PDFE_{1i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{1i}^T F^T D^T P + K_i^T E_2^T F^T D^T P & 0 \\ E_{1i}^T F^T D^T P & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} He\{PA_i + PBK_i\} & * \\ A_i^T P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} PD \\ 0 \end{bmatrix} [F(t)] [E_{1i} + E_2 K_i \quad E_{1i}] + [E_{1i} + E_2 K_i \quad E_{1i}]^T [F(t)]^T \begin{bmatrix} PD \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} He\{PA_i + PBK_i\} & * \\ A_i^T P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (E_{1i} + E_2 K_i)^T PD \\ E_{1i}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon^{-1} I & 0 \\ 0 & \epsilon I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_{1i} + E_2 K_i & E_{1i} \\ D^T P & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

식 (9)에 Schur complement를 이용하면,

$$\begin{bmatrix} He\{PA_i + PBK_i\} & * & * & * \\ A_i^T P & -\gamma^2 I & * & * \\ E_{1i} + E_2 K_i & E_{1i} & -\epsilon I & * \\ D^T P & 0 & 0 & -\epsilon^{-1} I \end{bmatrix} < 0$$

이 되고, 양변에 $\begin{bmatrix} P^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$ 를 취하면,

$$\begin{bmatrix} He\{A_i Q + BM_i\} & * & * & * \\ A_i^T Q & -\gamma^2 I & * & * \\ E_{1i} Q + E_2 M_i & E_{1i} & -\epsilon I & * \\ D^T Q & 0 & 0 & -\epsilon^{-1} I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

가 된다. 식 (10)을 만족하면 $\dot{V}|_{(6)} < \gamma^2 x_d^T(t)x_d(t)$ 가 성립된다.

$$e^T(t)Pe(t) < e^T(0)Pe(0) + \gamma^2 \int_{t_0}^{t_f} x_d^T(t)x_d(t) \quad (11)$$

식 (11)를 만족하는 0이 아닌 최소값 γ 와 $Q = Q^T > 0$, M_i 가 존재한다면 페루프 시스템 (6)은 바운드 된다.

4. 모 의 실험

제안된 기법의 유효성을 검증하기 위해 무인 잠수정 시스템 식 (1)에 대해 다음과 같은 환경에서 강인한 속도 제어 모의실험을 수행한다. 추종 목표 속도를 다음과 같이

$$x_d = \begin{cases} 0, & 0 < t \leq 50 \\ 5, & 50 < t \leq 100 \\ 10, & 100 < t \leq 150 \\ 20, & 150 < t \leq 200 \end{cases}$$

설정하고, 모의실험에 사용한 파라미터는 표 1에 제시한다.

<표 1> 무인 잠수정 파라미터[1]

항 목	파라미터	값
바닷물의 밀도	ρ	1000kg/m ³
잠수정 길이	L	5.3m
축의드래그계수	C_d	0.0034
부가질량	X_u	-0.3784
잠수정 질량	m	5454.54kg
초기속도	u_0	1.832m/s
초기제어입력	n_0	52.359rad/s

실제와 유사한 환경을 고려하기 위해 불확실성을 30%로 설정하였다. 또한 불확실한 값은 모델의 기본 값을 사용하였다

$$D = 0.3,$$

$$E_{1i} = A_i,$$

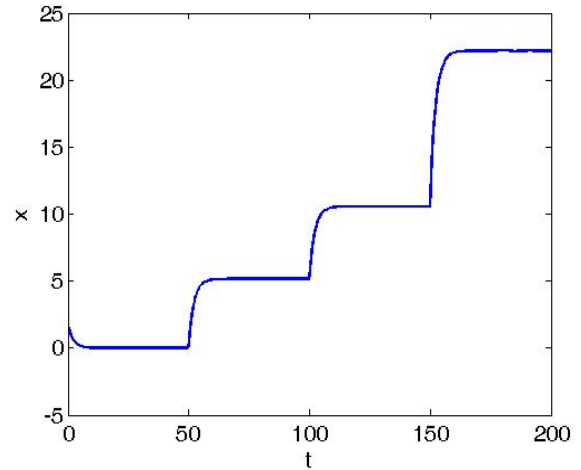
$$E_2 = B$$

$a_1 = 100$, $a_2 = 1$, $\gamma = 0.3$ 설정하면, 제어이득은 다음과 같다.

$$K_1 = 9706.2,$$

$$K_2 = 5802.2.$$

모의실험 결과는 그림 1과 같다.



<그림 1> 시간에 따른 속도 변화

5. 결 론

본 논문에서는 무인 잠수정 파라미터의 불확실성을 보완한 T-S 퍼지 모델 기반 강인 속도 제어기 설계 기법을 제안했다. 모의실험을 통해 제안된 기법의 타당성을 검증했다.

감사의 글

“이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(No. 한국연구재단에서 부여한 과제번호 : 2011-0011137)”

[참 고 문 헌]

- [1] Anthony J. Healey and David Lienard, “Multivariable Sliding Mode Control for Autonomous Diving and Steering of Unmanned Underwater Vehicles”, *IEEE Journal of oceanic engineering*, vol. 18, no. 3, July 1993.
- [2] Ho jae Lee, Jin Bae Park, and Guanrong Chen, “Robust Fuzzy Control of Nonlinear Systems with Parametric Uncertainties”, *IEEE Transactions on fuzzy systems*, vol. 9, no. 2, April 2001
- [3] D. W. Kim and H. J. Lee, “Theoretical justification of approximate norm minimization method for intelligent digital redesign”, *Automatica*, vol. 44, no. 3, pp. 851-856, 2008.
- [4] Kazuo Tanaka, “Fuzzy Regulators and Fuzzy Observers: Relaxed Stability Conditions and LMI-Based Designs,” *IEEE Transactions on fuzzy systems*, vol. 6, no. 2, May 1998.