

쿼드로터 무인항공기의 모델링 및 제어기 설계

이근욱*, 윤영훈*, 장 옥**, 박진배*, 최윤호***
연세대학교*, Sensible UI**, 경기대학교***

Modeling and Controller Design of Quadrotor UAV

Keun Uk Lee*, Young Hun Yun*, Wook Chang**, Jin Bae Park*, Yoon Ho Choi***
Yonsei University*, Sensible UI**, Kyonggi University***

Abstract - 본 논문은 쿼드로터 무인항공기의 모델링 및 제어기 설계에 대해서 논의한다. 라그랑지안 방정식을 이용하여 쿼드로터 무인항공기 시스템을 모델링하며, 실험을 통해 모델 파라미터를 결정한다. 쿼드로터 모델과 구해진 파라미터 값을 PID 제어 기법과 동적표면제어기법을 이용하여 쿼드로터 무인항공기의 제어기를 설계한다. 마지막으로, 모의실험을 통해 PID 제어기와 본 논문에서 제안한 동적표면 제어기의 성능을 비교하고, 제안한 제어기의 우수성을 입증한다.

1. 서 론

1990년대 이후에 리튬폴리머 전지와 BLDC(Brush Less DC)모터의 대중화로 인해 소형항공기에 대한 연구가 급증하게 되었다. 또한 과학기술의 발달로 자동화 기술이 발달하면서 무인항공기에 대하여 현재 많은 연구들이 활발히 수행되고 있다. 쿼드로터는 소형 무인항공기 중 하나로 다른 소형 무인항공기에 비해 제작이 용이하다는 장점을 가지고 있다. 쿼드로터가 가지는 대표적인 특징은 수직이착륙이 가능하다는 것이다. 이러한 장점으로 인해 쿼드로터는 이착륙에 있어서 공간적 제약이 적다. 하지만, 수직 이착륙을 위해서는 안정적인 고도제어가 필수적이다.

쿼드로터의 고도제어를 위하여 여러 가지 제어 기법이 제안되었다. 먼저, 선형 PID 제어 기법이 제안되었다 [1],[2]. 하지만 비선형성 시스템에는 PID와 같은 선형제어기법이 좋은 성능을 가지지 못한다. 비선형 시스템을 제어하기 위해 피드백 선형화 제어기와 같은 비선형 제어기가 제안되었다. 더 나아가 쿼드로터와 같은 언더액츄에이티드 시스템에 적합한 백스테핑 제어 기법이 제안되었다 [4]. 하지만 시스템의 차수가 증가할수록 미분해야 할 가상제어기의 차수가 증가하고 이는 실제 제어기의 복잡성을 증가시킨다는 단점이 존재한다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 동적표면 제어 이론을 적용한 제어 기법이 제안되었다 [3].

본 논문에서 쿼드로터의 안정적인 고도 제어를 위하여 동적표면제어 기법을 제안한다. 백스테핑 제어 기법과 유사한 동적 표면 제어 기법은 백스테핑 제어 기법의 각 과정에서 설계된 가상 제어기를 1차 필터를 통과 시켜 가상제어기의 미분 필요성을 제거한다. 본 논문에서는 PID 제어기와 동적표면제어기를 설계하고, 모의실험을 통해 PID 제어기와 본 논문에서 제안한 동적표면 제어기 성능을 비교하고 검증한다.

2. 모델링 및 파라미터 결정

2.1 쿼드로터의 모델링

쿼드로터의 모델링에 앞서 중력의 중심을 기준으로 하는 몸체 고정 좌표계를 B 라 정의한다. 6자유도를 가지는 쿼드로터 시스템을 지구 관성 좌표계, E 로 표현할 수 있다.

쿼드로터 시스템은 아래 식 (1)로 표현된다.

$$q = (P, A) \in \mathbb{R}^6, \quad (1)$$

여기서 $P = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ 는 E 좌표계에서 표현된 쿼드로터의 무게 중심의 좌표를 의미한다. $A = (\theta, \psi, \phi) \in \mathbb{R}^3$ 는 B 좌표계에서 표현된 쿼드로터의 3개의 오일러 각 즉, 롤, 피치, 요 값을 의미한다. 라그랑지안은 아래와 같다.

$$L(q, \dot{q}) = T_{trans} + T_{rot} - U \\ = \frac{1}{2} m \dot{P}^T \dot{P} + \frac{1}{2} \dot{A}^T J \dot{A} - mgz.$$

쿼드로터의 동역학 방정식은 위의 라그랑지안을 이용하여 오일러-라그랑지안 방정식을 통하여 얻는다.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = F, \quad (2)$$

여기서 $F = (F_p, \tau)$ 이고, $F_p = (F_x, F_y, F_z)^T$ 는 쿼드로터에 작용하는 외부 양력을 의미한다. τ 는 외부 토크를 의미한다.

쿼드로터의 움직임을 지구 관성 좌표계 E 로 살펴보기 위해서는 아래

와 같이 쿼드로터 몸체 고정 좌표계 B 로 표현되는 외부 양력을 지구 관성 좌표계 E 로 변환해야 한다.

$$F_p = R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^4 F_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\phi C_\psi S_\theta + S_\phi S_\psi \\ C_\phi S_\theta S_\psi - C_\psi S_\phi \\ C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i. \quad (3)$$

식 (3)에서 R 은 몸체 고정 좌표계 B 를 지구 관성 좌표계 E 로 변환하는 변환 행렬이다.

각각의 오일러 각에 대한 외부 토크 τ 는 아래와 같다.

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_\theta \\ \tau_\psi \\ \tau_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l(F_1 - F_3) \\ \sum_{i=1}^4 k_d w_i^2 \\ l(F_4 - F_2) \end{bmatrix},$$

여기서 l 은 쿼드로터 무게중심으로부터 모터 회전축 중심까지의 거리이다. k_d 는 회전운동 계수이다.

식 (2)에 해당하는 오일러-라그랑지안 방정식을 풀면 양력과 토크에 해당하는 연관 관계없이 분리된 2개의 식을 얻는다.

$$m\ddot{P} + G + F_{td} = F_p, \\ \ddot{A} + \dot{A} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A} (A^T \dot{A}) = \tau, \quad (4)$$

여기서 $G = [00mg]^T$ 이고, $F_{td} = k_d \dot{P}$ 이다. k_d 는 지구 관성 좌표계의 3 좌표축과 연관된 병진운동 계수이다. 식 (4)에서, 코리올리 구심 벡터를 아래와 같이 정의된다.

$$V(A, \dot{A}) = \dot{A} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A} (A^T \dot{A}).$$

쿼드로터에 작용하는 코리올리 구심 벡터는 매우 작은 성분이다. 또한, 쿼드로터에 사용하는 프로펠러 사이즈는 매우 작기 때문에 F_{td} 또한 매우 작은 값을 가진다. 결과적으로 이 두 종류의 힘은 쿼드로터 동역학식에 매우 작은 효과밖에 주지 못한다.

따라서 식 (4)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$m\ddot{P} + G = F_p, \\ \ddot{A} = \tau.$$

쿼드로터의 전체 동역학 식은 아래와 같이 표현 할 수 있다.

$$\ddot{q} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i \\ (C_\phi C_\psi S_\theta + S_\phi S_\psi) \frac{\sum_{i=1}^4 F_i}{m} \\ (C_\phi S_\theta S_\psi - C_\psi S_\phi) \frac{\sum_{i=1}^4 F_i}{m} \\ C_\theta C_\phi \frac{\sum_{i=1}^4 F_i}{m} - g \\ \tau_\theta / J_y \\ \tau_\psi / J_z \\ \tau_\phi / J_x \end{bmatrix}.$$

2.2 모델의 파라미터 결정

본 장에서는 실험을 통한 측정과 수학적 고찰을 통하여 식 (4)로 표현된 쿼드로터 동역학식의 파라미터들을 결정한다.

2.2.1 모터 쓰러스트 계수

먼저, 모터 쓰러스트 계수를 구한다. 본 연구에서는 Arduinopilot Mega 보드를 이용하여 각 모터로 PWM신호를 넣어 준다. PWM신호에

따른 모터의 각속도 w_i 를 측정하여, 원하는 모터 쓰리스트 계수를 얻는다. 모터 쓰리스트 계수는 아래의 식 (5)을 이용하여 구한다.

$$F_i = k_{i1} \times PWM_i + k_{i2}, \quad PWM_i \in (144, 255) \quad (5)$$

여기서, F_i 은 i 번째 모터의 양력이다.

모터의 추력 F_i 또한 실험을 통해 얻는다.

$$F_i = (M_{i1} - M_{i2}) \times g \div 1000,$$

여기서 M_{i1} 은 현재 상태의 i 번째 모터의 질량이고, M_{i2} 은 PWM신호를 인가하였을 때의 i 번째 모터의 질량이다.

2.2.2 관성 모멘트

쿼드로터의 관성 모멘트 행렬 J 는 다음과 같다.

$$J = \begin{bmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix}.$$

쿼드로터의 몸체는 xz 평면과 yz 평면이 좌우 대칭이기 때문에

$J_{xy} = J_{yx} = 0, J_{xz} = J_{zx} = 0, J_{yz} = J_{zy} = 0$ 이다.

배터리와 모터의 관성 모멘트를 구하기 위해서 배터리는 직육면체로, 모터는 원기둥으로 가정을 한다.

배터리의 모멘트 방정식은 다음과 같다.

$$J_{xx} = \bar{J}_{xx} + m_b(\bar{y}^2 + \bar{z}^2), \quad J_{yy} = \bar{J}_{yy} + m_b(\bar{z}^2 + \bar{x}^2), \\ J_{zz} = \bar{J}_{zz} + m_b(\bar{x}^2 + \bar{y}^2).$$

$$\bar{J}_{xx} = \bar{J}_{bxx} + \bar{J}_{mxx}, \quad \bar{J}_{yy} = \bar{J}_{byy} + \bar{J}_{myy}, \quad \bar{J}_{zz} = \bar{J}_{bzz} + \bar{J}_{mzz}.$$

여기서 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ 는 쿼드로터의 무게중심으로부터 배터리까지의 x, y, z 거리이다. 또한 m_b 는 배터리의 질량이며, \bar{J}_{bxx} 는 배터리의 모멘트이고, \bar{J}_{mxx} 는 모터의 관성 모멘트이다.

위에서 얻은 파라미터들을 이용하여 쿼드로터의 모델링을 완성한다.

3. 제어기 설계

3.1 PID 제어기법

이 장에서는 PID 기법을 이용하여 제어기를 설계한다. PID 제어 기법을 이용하여 아래와 같이 제어기를 설계할 수 있다.

$$U_1 = k_p(z_d - z) + k_I \int_0^t (z_d - z) dt + k_D(\dot{z}_d - \dot{z}) + g, \quad (6)$$

여기서 k_p, k_I, k_D 는 PID 제어기의 비례, 적분, 미분 이득이다.

3.2 동적표면제어기법

이 장에서는 동적표면제어 기법을 이용하여 제어기를 설계한다. 제어기 설계에 앞서,

$$\begin{aligned} z &= z_1, \\ \dot{z}_1 &= z_2. \end{aligned}$$

로 정의한다.

먼저, 첫 번째 표면 S_1 을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} S_1 &= \dot{z}_1 - z_d, \\ \dot{S}_1 &= \dot{z}_1 - \dot{z}_d = z_2 - \dot{z}_d. \end{aligned}$$

가상제어입력 \bar{z}_2 를 얻기 위하여, 1차 필터는 다음과 같이 설계한다.

$$\tau_2 \dot{\bar{z}}_2 + \bar{z}_2 = \dot{z}_d, \quad \bar{z}_2(0) = \dot{z}_d(0)$$

여기서 τ_2 는 양수이다.

첫 번째 표면 S_1 을 0으로 수렴하게 하는 가상제어 입력 \bar{z}_2 를 아래와 같이 정의한다.

$$\bar{z}_2 = -k_1 S_1 + \dot{z}_d,$$

여기서 k_1 또한 양수이다.

다음 두 번째 에러 표면 S_2 를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} S_2 &= z_2 - \bar{z}_2, \\ \dot{S}_2 &= \dot{z}_2 - \dot{\bar{z}}_2 = U_1 - g - \dot{\bar{z}}_2. \end{aligned}$$

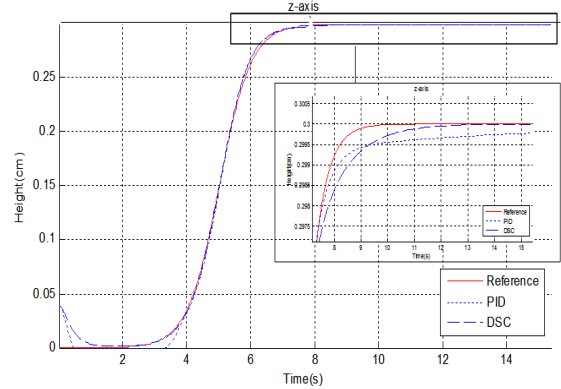
위의 식에서 실제 제어 입력 U_1 을 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$U_1 = g + \dot{\bar{z}}_2 - k_2 S_2, \quad (7)$$

여기서 k_2 는 양수이다.

1차 필터로부터 $\dot{\bar{z}}_2$ 의 값을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot{\bar{z}}_2 = \frac{\bar{z}_2 - z_2}{\tau_2}. \quad (8)$$



〈그림 1〉 PID 제어기와 DSC 제어기 성능 비교

4. 모의실험

3절에서 언급한 식(6)과 (7)의 U_1 을 실제 제어 입력으로 사용한다.

여기서 식(6)의 비례, 적분, 미분 게인 k_p, k_I, k_D 를 각각 24, 3, 5로 설정한다. 또한 식(7)의 k_2 와 식(8)의 τ_2 는 각각 2, 0.1의 값을 갖는다. 그때 컴퓨터 모의실험의 결과는 그림1과 같다.

그림1에서 보는바와 같이, 동적표면 제어기를 이용하였을 때 PID 제어기를 이용하였을 때 보다 정정 시간이 훨씬 짧다. 상승 평균 오차는 PID제어기의 경우 4.7847×10^{-8} 인 것에 비해 동적표면제어기의 경우 7.34875×10^{-12} 로 훨씬 작은 값을 가진다. 따라서 동적표면제어기법이 PID 기법에 비해 더 성능이 좋다.

5. 결론

본 논문은 쿼드로터 무인항공기의 모델링 및 제어기 설계에 대해서 논의하였다. 먼저 라그랑지안 방정식을 이용하여 쿼드로터 무인항공기 시스템을 모델링하며, 실험을 통해 모델 파라미터를 결정하였다. 이렇게 얻은 모델과 파라미터와 동적표면제어기법을 이용하여 쿼드로터 무인항공기의 제어 입력을 구하였다. 마지막으로, 모의실험을 통해 PID제어기와 본 논문에서 제안한 제어기의 성능을 비교하고 동적표면제어기의 우수성을 검증하였다.

감사의 글 : 본 연구는 2011년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지기술연구원 (KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다. (No. 20103020070070)

[참고 문헌]

- [1] A. Salih, M. Moghavvemi, H. Mohamed, K. Gaeid, "Modeling and PID controller design for a quadrotor UAV", IEEE Automation Quality and Testing Robotics, 2010
- [2] Bora Erginer and Erdinc Altug, "Modeling and PD Control of a Quadrotor VTOL Vehicle", IEEE Intelligent Vehicles Symposium, 2007
- [3] D. Swaroop, J. C. Gerdes, P. P. Yip, J. K. Hedrick, "Dynamic Surface Control of Nonlinear Systems", American Control Conference, 1997
- [4] Tarek Madani and Abdelaziz Benallegue, "Backstepping Control for a Quadrotor Helicopter", IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006