

Fuzzy LMI 기법을 이용한 천정형 크레인의 매개변수 추정 및 흔들림 억제 제어

홍진현, 엄명환, 김철중, 좌동경, 홍석교
아주대학교

Parameter Estimation and Anti-Swing Control of Overhead Crane using Fuzzy LMI Method

Jin-Hyun Hong, MyungWhan Eom, Cheol-Joong Kim, Dongkyoung Chwa, Suk-Kyo Hong
Ajou University

Abstract - 본 논문은 천정형 크레인의 파라미터 추정과 Fuzzy LMI 제어기법을 이용한 흔들림 억제 제어를 제안한다. 실제 크레인을 제어함에 있어서 크레인의 동적모델링 이외에도 미지의 물리적 매개변수 값을 규정하는 것은 중요한 요소이다. 이러한 점을 고려하여 크레인의 물리적 매개변수를 최소자승추정 방법을 통해 추정하여 크레인 제어의 성능향상을 제공한다. 또한 Fuzzy LMI 제어기법을 적용하여 천정형 크레인의 이동 중 발생하는 흔들림을 제어한다.

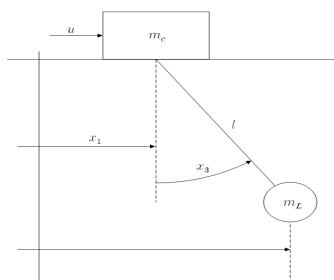
1. 서 론

산업현장에서 물체를 옮기고자 할 때 통상적으로 크레인을 사용하게 된다. 그 중에 천정형 크레인은 산업현장에서 널리 사용되고 있다. 크레인은 트롤리에 부착된 모터를 구동시켜서 체인이나 로프에 매달린 운반 물체를 목적위치까지 이송시킨다. 현재까지 주로 이루어진 천정형 크레인의 흔들림 억제 제어 방법은 선형제어방식[1], Fuzzy 제어[2], 슬라이딩 모드 제어[3] 등 다양한 방법으로 이루어져 왔다. 선행연구들은 이론적으로 제어하고자 하는 크레인의 매개변수들을 먼저 규정하고 크레인의 흔들림 억제 제어를 한다. 하지만 실제 크레인과 모델링 된 크레인의 매개변수의 차이는 제어 성능 저하 등의 원인이 된다. 따라서 추정을 통해 실제 크레인 모델의 매개변수와 근접한 매개변수를 찾을 수 있고 이를 이용해 효율적으로 제어기를 설계할 수 있다. 최근 비선형 시스템인 크레인을 제어하는데 있어서 [5]는 Fuzzy descriptor 모델을 제안하였다. Descriptor 모델을 사용한 제어기법은 기존의 Fuzzy 제어기와 비교하여 적은 룰을 사용하고자 보다 정확히 제어할 수 있다.

본 논문에서는 크레인의 흔들림 억제 제어를 위해 우선, 순환 최소 자승법[4]을 이용하여 실제 크레인의 매개변수를 추정하고 이를 Fuzzy descriptor 모델에 적용한다. 제어입력과 시스템 상태의 크기가 제한되어 있을 때를 가정하고 Fuzzy LMI 기법을 이용하여 제어입력을 얻는다. 모의실험을 통해 제안한 방법의 효율성을 검증한다.

2.1 천정형 크레인의 수학적 모델링

1차원 궤도를 왕복 주행하는 천정형 크레인 모델은 <그림 1>처럼 표현할 수 있다.



<그림 1> 천정형 크레인의 평면 모델

여기서 $x = [x_1, x_3]^T$ 은 트롤리의 위치와 운반물체의 흔들림 각도이고, $\tau = [u, 0]^T$ 는 크레인의 제어입력이다. l, g 는 크레인의 로프의 길이와 중력가속도이고, m_c, m_L 은 트롤리와 운반물체의 무게이다. 크레인 운행 중 권상 로프의 탄성은 무시하고 운반물체를 점 질량으로 간주하면 크레인의 운동방정식은

$$D(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + G(x) = \tau \quad (1)$$

이다. 여기서, $D(x)$ 는 관성과 관련된 행렬, $C(x, \dot{x})$ 는 코리올리 힘과 구심력에 관련된 행렬, $G(x)$ 는 중력가속도와 관련된 행렬로서 세부적으로 나타내면 아래와 같다.

$$D(x) = \begin{bmatrix} m_L + m_c & m_L l \cos x_3 \\ m_L l \cos x_3 & m_L l^2 \end{bmatrix}, \quad C(x, \dot{x}) = \begin{bmatrix} 0 & -m_L l \dot{x}_3 \sin x_3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ G(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ m_L g l \sin x_3 \end{bmatrix}$$

2.2 에너지 기반 순환 최소 자승법[4]

제안하고자 하는 매개변수 추정 알고리즘은 에너지 이론을 바탕으로 하여 크레인의 운동에너지와 위치에너지의 합이 크레인에 전달되는 힘과 같다는 사실을 이용한다. 크레인의 운동에너지는

$$K = \frac{1}{2} \dot{x}^T D(x) \dot{x} \\ = \frac{1}{2} ((m_L + m_c) \dot{x}_1^2 + 2(m_L l) \cos x_3 \dot{x}_1 \dot{x}_3 + m_L l^2 \dot{x}_3^2) \quad (2)$$

이고, 크레인의 위치에너지는

$$V = -m_L g l \cos x_3 \quad (3)$$

과 같으며, 추정하고자 하는 크레인의 매개변수는 $\theta_1 = m_L + m_c, \theta_2 = m_L l, \theta_3 = m_L l^2, \theta_4 = m_L g l$ 로 설정한다. 운동에너지와 위치에너지는 추정하고자 하는 매개변수들의 선형조합으로 구성되고 매개변수와 알고 있는 함수의 곱 형태로

$$K = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial K}{\partial \theta_i} \theta_i = \sum_{i=1}^4 DK_i \theta_i, \quad V = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial V}{\partial \theta_i} \theta_i = \sum_{i=1}^4 DV_i \theta_i \quad (4)$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기서 $DK_i = \frac{\partial K}{\partial \theta_i}, DV_i = \frac{\partial V}{\partial \theta_i}$ 이다. DK 와 DL 을 이용하여 전체 에너지의 변화량을 표현하면 $DL(t_k) = DK(t_k) + DV(t_k)$ 이고, 크레인의 전체에너지의 변화가 트롤리와 운반 물체에 전달되는 힘과 같으므로,

$$\int_{t_1}^{t_2} T^T q dt = DL^T \theta \quad (5)$$

와 같이 표현할 수 있다. 식 (5)의 동특성 모델에서 순환 최소 자승법을 통하여 크레인의 매개변수 값을 추정할 수 있다. 추정된 매개변수 값을 식 (1)에 대입하고 Fuzzy descriptor 모델로 표현하여 크레인 흔들림 억제 제어를 위한 제어입력을 얻는다.

2.3 Fuzzy LMI 제어기[5]

본 절에서는 앞서 추정한 매개변수를 이용하여 크레인 시스템을 Fuzzy descriptor 모델로 표현하고 제어입력과 시스템 상태의 크기가 제한되어 있을 때 Fuzzy LMI 기법을 이용하여 제어입력을 구한다.

식 (1)과 같은 비선형 시스템인 크레인을 앞 절에서 추정한 매개변수를 사용하여 Fuzzy descriptor 모델로 표현하면 다음과 같다.

$$E^* \dot{X}^*(t) = \sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^2 h_i(z(t)) v_k((\theta(t))) A_{ik}^* X^*(t) + B^* u(t) \quad (6)$$

크레인의 제어입력과 흔들림 각도 및 각속도가 $\|u(t)\| < \lambda_u, \|\theta(t)\| \leq \lambda_\theta, \|\dot{\theta}(t)\| \leq \lambda_{\dot{\theta}}$ 와 같이 가정하고 크레인 제어 성능을 위한 비용함수를

$$J(x(t), u(t)) = \int_0^\infty x^T(t) Q x(t) + u(t) R u(t) dt \quad (7)$$

와 같이 설정한다. 여기서 행렬 Q와 R은 대칭행렬로서 각각 양반정행렬($Q \geq 0$) 및 양반정행렬($R > 0$)이다. 식 (7)의 비용함수를 최소화하는 제어입력은

$$u(t) = - \sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^2 h_i(z(t)) v_k(\theta(t)) F_{ik}^* X^*(t) \quad (8)$$

와 같이 얻을 수 있다. 식 (8)에서 제한 이득 F_{ik}^* 는 $M_{ik}\Gamma_1^{-1}$ 이며, M_{ik} , Γ_1 의 최적화 된 값을 위한 $\Gamma_1, \Gamma_2, M_{ik}, \gamma$ 의 최소값들은 다음의 LMI를 이용하여 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & x^T(0) \\ x(0) & \Gamma_1 \end{bmatrix} \geq 0,$$

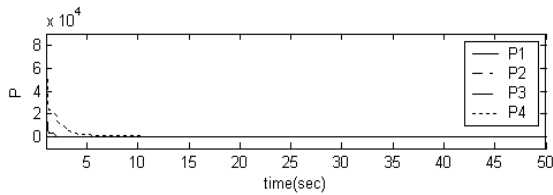
$$\begin{bmatrix} -\Gamma_2^{-1} - \Gamma_2 & \Gamma A_i^T - M_{ik}^T B^T + \Gamma_2^T E_k^T + \Gamma_1 & \Gamma_1 & M_{ik}^T \\ A_i \Gamma_1 - B M_{ik} + E_k \Gamma_2 + \Gamma_1 & -\Gamma_1 E_k^T - E_k \Gamma_1 & 0 & 0 \\ \Gamma_1 & 0 & -\gamma Q^{-1} & 0 \\ M_{ik} & 0 & 0 & -\gamma R^{-1} \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 & M_{ik}^T \\ M_{ik} & \lambda_u^2 I \end{bmatrix} \geq 0, \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_1 d_\theta^T \\ d_\theta & \lambda_\theta^2 I \end{bmatrix} \geq 0, \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_1 d_\theta^T \\ d_\theta & \lambda_\theta^2 I \end{bmatrix} \geq 0, i=1, \dots, 4, k=1, 2.$$

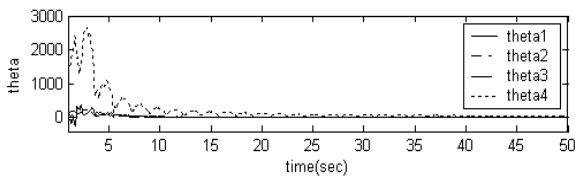
여기서 $d_\theta = [0010], d_\theta = [0001]$ 이다.

2.4 모의실험

모의실험을 위한 크레인의 매개변수 m_c, m_L, l, g 를 $m_c = 5kg, m_L = 3.5kg, l = 1m, g = 9.81m/s^2$ 로 설정하고 순환 최소 자승법을 이용하여 매개변수를 추정할 때, 각각의 P 이득 및 매개변수의 추정변이는 <그림 2>와 같다.



(a) P 이득의 변화



(b) 매개변수

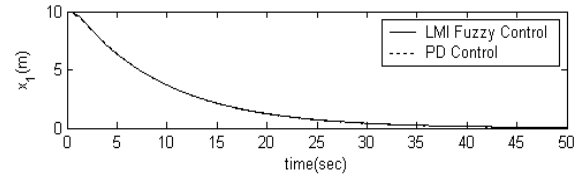
<그림 2> 순환 최소 자승법을 이용한 매개변수 추정

<그림 2>를 살펴보면 순환 최소 자승법에 의해 매개변수를 추정하는 과정에서 추정오차 공분산 P를 확인할 수 있다. 추정오차 공분산 P가 감소하면서 추정하려는 매개변수의 값도 빠르게 실제 매개변수 값에 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 모의실험 통해 추정된 매개변수 값은 표 1에 나타내었다.

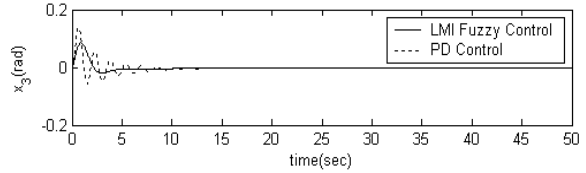
<표 1> 크레인의 매개변수와 추정값

구분	매개변수	추정된 매개변수	오차값
θ_1	8.5000	8.9442	0.4442
θ_2	3.5000	3.3989	0.1011
θ_3	3.5000	3.3140	0.186
θ_4	34.3350	34.3252	0.0098

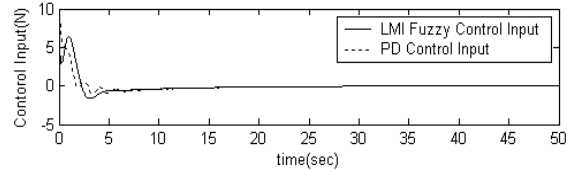
추정된 매개변수를 근거로 Fuzzy LMI를 이용한 크레인의 흔들림 억제 제어의 모의실험 결과는 <그림 3>과 같다. 모의실험 결과 Fuzzy LMI 제어기와 PD 제어기를 사용하였을 경우 트롤리가 안정적으로 목표위치로 이동하는 것을 확인할 수 있다. 하지만 크레인에 Fuzzy LMI 제어기를 적용한 경우 운반물체의 흔들림 각도가 5초 이내의 시간에서 0으로 수렴하지만 PD제어기의 경우 5초 이후에 운반물체의 흔들림 각도가 0으로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 흔들림 억제 제어를 위한 제어입력 크기를 비교해 보면 Fuzzy LMI를 제어기의 경우 초기 제어입력 크기는 7.5[N]인 반면 PD 제어기의 초기 제어입력의 크기는 10[N]이다. 따라서 크레인의 운반물체를 운반하는데 있어 Fuzzy LMI 제어기를 사용할 경우가 PD제어기를 사용할 때 보다 적은 에너지를 사용함을 확인할 수 있다.



(a) 트롤리의 위치 변화



(b) 운반물체의 흔들림 각 변화



(c) 크레인의 제어입력 변화

<그림 3> 천정형 크레인의 시스템 응답

3. 결 론

본 논문에서는 에너지 기반 순환 최소 자승법을 사용하여 1차원 케도를 왕복하는 천정형 크레인의 매개변수를 추정하고 제어입력과 상태변수가 제한된 상태에서 Fuzzy LMI 제어를 적용하여 크레인의 흔들림 억제 제어를 하였다. 모의실험 결과 Fuzzy LMI 제어기를 사용하였을 때 기존결과와 비교하여 빠른 수렴 속도와 적은 입력 에너지 등 보다 나은 제어 성능을 얻었다.

감사의 글

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(2009-0069742)

[참 고 문 헌]

- [1] K. Prommaneevat, P. Roengruen, V. Kongratana, "Anti-sway control for overhead crane," *Proceedings of the ICCAS '07. International Conference on Control, Automation and Systems, 2007*, pp. 1954-1957, 2007.
- [2] Chang, C.-Y., "Adaptive fuzzy controller of the overhead cranes with nonlinear disturbance," *Industrial Informatics, IEEE Transactions on*, vol. 3, no. 2, pp. 164-172, 2007.
- [3] K.-K. Shyu, C.-L. Jen, L.-J. Shang, "Sliding-mode control for an underactuated overhead crane system," *Proceedings of the IECON 2006 - 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, pp. 412-417, 2006.
- [4] M.W. Spong, D.J. Block, "The Pendubot: a mechatronic system for control research and education," *Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control, 1995*, vol. 1, pp. 555-556, 1995.
- [5] Chen, Y.-J., Wang, W.-J., Chang C.-L., "Guaranteed cost control for an overhead crane with practical constraints: Fuzzy descriptor system approach," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 22, pp. 639-645, 2009.