

## d - q 변환을 이용한 교류기 모델링에 관한 연구

박진호\*, 홍선기\*\*, 김범훈\*\*  
호서대\*

### The research on the AC machine modeling using the d-q transform

Jin-Ho Park\*, Sun-Ki Hong\*\*  
Hoseo University\*

**Abstract** - 주로 사용하는 3상 교류 전동기는 3상의 전압, 전류가 인가되며, 이 3상인 a, b, c상 변수들을 변환하여 d, q, 0축으로 이루어진 직교 좌표계상의 변수로 변환하는 것을 좌표 변환 이라고 하며 통상적으로 교류기의 모델링 또는 해석 시 이 방식을 통하여 실행한다. 기본적으로 좌표 변환 즉 d - q 변환은 사용하나 그 이후에 d축과 q축의 전류와 자속쇄교수 구해가는 방식과 d축과 q축을 해석하는 관점의 변화에 따라 모델링에 사용되는 수식이 변환하며 이러한 수식들을 활용하여 모델링을 함으로써 서로의 장단점을 비교하며, 그 비교를 통하여 교류기에 이론적으로 더 근접하고 단순화된 모델링에 대해 연구했다. 그래서 본문에서는 3가지 모델링을 비교한다. 각각의 모델링마다의 장점과 단점이 있으며 그러한 장단점을 비교하여 교류기에 더 근접한 모델링을 결정했다.

변환을 하여 d축 전압과 q축 전압을 구하는 것으로 모델링이 시작하여 앞으로의 모든 모델링은 d - q 변환을 통하여 d축과 q축의 전압을 구하는 것으로 시작한다.

**<표 1> λ 자속 쇄교수에 따른 모델링 수식**

$$\begin{aligned} v_{qs} &= p\lambda_{qs} + \omega\lambda_{ds} + r_s i_{qs} \\ v_{ds} &= p\lambda_{ds} - \omega\lambda_{qs} + r_s i_{ds} \\ v_{0s} &= p\lambda_{0s} + r_s i_{0s} \\ v'_{qr} &= p\lambda'_{qr} + (\omega - \omega_r)\lambda'_{dr} + r'_r i'_{qr} \\ v'_{dr} &= p\lambda'_{dr} - (\omega - \omega_r)\lambda'_{qr} + r'_r i'_{dr} \\ v'_{0r} &= p\lambda'_{0r} + r'_r i'_{0r} \end{aligned}$$

### 1. 서 론

3상 교류기에서 유도기에 대해서 모델링을 했다. 모델링은 유도기를 직접 제작하거나 실험하지 않고 시뮬레이션 상에서 유도기의 전류와 토크 속도 등의 과도기 적인 부분부터 안정화된 파형까지 볼 수 있어서 유도기의 제작이나 검증 혹은 이상여부를 비교하는 기준을 제공해준다. 그렇기 때문에 정확한 기준 값을 제공하는 것은 중요하다고 할 수 있다. 3상 교류기의 모델링을 할 때는 기본적으로 d - q 변환 즉 좌표 변환을 통해서 a, b, c상을 d, q, 0축으로 변환하여 3상에 대한 수식을 전류축과 자속축으로 변환하여 마치 직류기처럼 해석할 수 있다. d - q 변환을 기본으로 하여 유도기를 해석하는 관점과 과정에 따라서 여러 가지 모델링을 하고 그중에서 유도기에 가장 근접하고 정확한 모델링을 연구하여 적합한 기준 값을 제공하는 모델링을 연구했다.

$$\begin{pmatrix} \lambda_{qs} \\ \lambda_{ds} \\ \lambda_{0s} \\ \lambda'_{qr} \\ \lambda'_{dr} \\ \lambda'_{0r} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_m & 0 & 0 & L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_m & 0 & 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ L_m & 0 & 0 & L'_{lr} + L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & 0 & L'_{lr} + L & L'_{ls} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{0r} \end{bmatrix}$$

$$T_{cm} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds})$$

### 2. 본 론

#### 2.1 MATLAB Simulink

유도기의 모델링은 MATLAB Simulink를 활용했다. MATLAB Simulink는 수식적 계산이 용의하며 그래픽 언어로써 구성과 흐름이 순서도와 비슷하여 알고리즘 구축 및 디버깅이 편리하며, 유도기의 인가전압 혹은 저항, 임피던스와 같은 입력 변수의 경우 m파일을 통하여 쉽게 수정할 수 있어서 MATLAB Simulink를 통하여 모델링을 구축 시 m파일을 통하여 입력 변수만 수정하면 출력 값들을 쉽게 확인 가능하다.

**<표 2> ψ 치환한 모델링 수식**

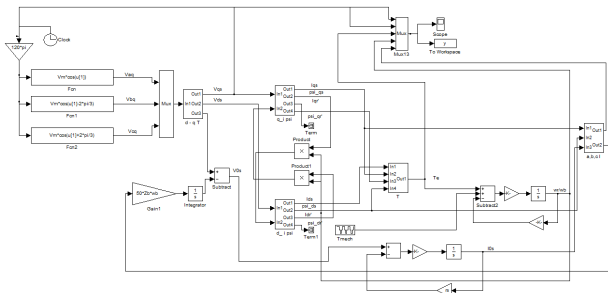
$$\begin{aligned} \psi &= \omega_b \lambda \\ v_{qs} &= \frac{p}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + r_s i_{qs} \\ v_{ds} &= \frac{p}{\omega_b} \psi_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + r_s i_{ds} \\ v_{0s} &= \frac{p}{\omega_b} \psi_{0s} + r_s i_{0s} \\ v'_{qr} &= \frac{p}{\omega_b} \psi'_{qr} + \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right) \psi'_{ds} + r'_r i'_{qr} \\ v'_{dr} &= \frac{p}{\omega_b} \psi'_{dr} - \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right) \psi'_{qs} + r'_r i'_{dr} \\ v'_{0r} &= \frac{p}{\omega_b} \psi'_{0r} + r'_r i'_{0r} \end{aligned}$$

#### 2.2 임의 좌표에서의 유도기 모델링

임의 좌표에서의 유도기 모델링을 MATLAB Simulink로 구축한 모습은 <그림 1> 과 같다.

$$\begin{pmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qs} \\ \psi'_{ds} \\ \psi'_{0s} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_{ls} + x_m & 0 & 0 & x_m & 0 & 0 \\ 0 & x_{ls} + x_m & 0 & 0 & x_m & 0 \\ 0 & 0 & x_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ x_m & 0 & 0 & x'_{lr} + x_m & 0 & 0 \\ 0 & x'_m & 0 & 0 & x'_{lr} + x_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x'_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{0r} \end{bmatrix}$$

$$T_{cm} = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_b} (\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds})$$

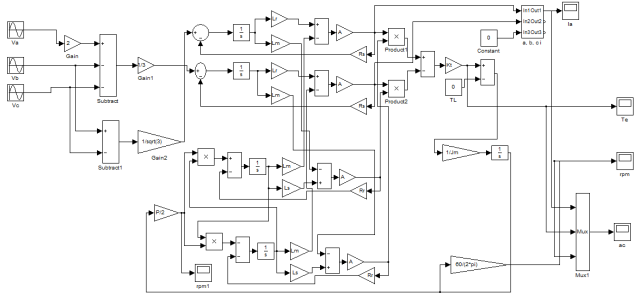


**<그림 1> 임의좌표 유도기 모델링 (ψ 사용)**

<그림 1>은 3상의 입력 전압 a, b, c상을 받아서 d - q 변환 즉 좌표

<그림 1>의 모델링에 사용된 수식은<표 2>이다. <표 2>는 <표 1>에서  $\omega\lambda$ 를  $\psi$ 로 치환한 식으로  $\lambda$ (자속쇄교수)를 미분 또는 적분 하는 과정에 있어서  $\lambda$ 에 포함된 d, q, 0축의 전류를 미,적분 해야 하는 대 그 과정을 수식적으로 단순화하기 위해서  $\omega\lambda$ 를  $\psi$ 로 치환함으로써 미,적분 과정이 단순화된 식이다. 하지만 <표 2>는 미,적분 과정이 단순화 되는 대신에 유도기와는 관련이 없는  $\psi$ 라는 변수가 생성되게 되

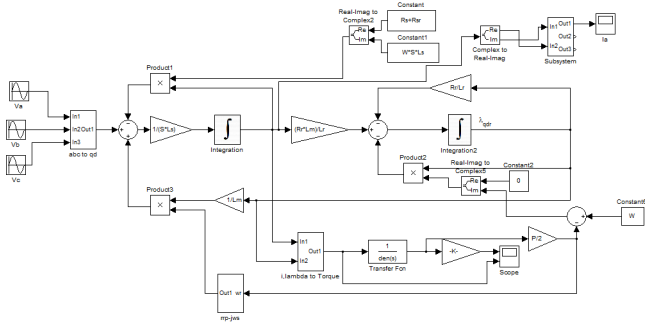
며,  $\psi$ 에 대해서 정리하기 위해서 전압, 전류, 토크 역시  $\psi$ 로 다시 식을 변환해야 하는 단점이 있다. 그리고  $\psi$ 는 유도기에서 생성되는 전기적 혹은 기계적으로 관련 없는 변수임으로  $\psi$ 로 식을 정리하는 것보다는 유도기에서 생성되는 전기적 변수인  $\lambda$ 를 그대로 식에 정리하여 모델링하는 것이 유도기에 더욱 근접한 모델링이다. <그림 2>는 <표 1>을 정리하여 모델링 한 모습이며, <그림 2>가 유도기에 더욱 근접한 모델링이라고 할 수 있다.



<그림 2> 임의좌표 유도기 모델링 ( $\lambda$  사용)

**2.3 복소 좌표에서의 유도기 모델링**

임의 좌표에 대한 유도기 모델링은 임의의 지점을 설정하고 그 지점을 중심으로 d - q축으로 설정 하여 해석하는 방식 이다. 하지만 복소 좌표에 대한 유도기 모델링은 실수와 허수로 나누어진 복소 좌표에서 x축을 d축으로 -y축을 q축으로 설정하고 유도기를 모델링 하는 방식으로 이와 같이 모델링을 할시 전기적으로 변화하지 않는 지점을 기준으로 하는 방식임으로 유도기에 더욱 근접한 방식이며, MATLAB Simulink의 복소수에 대한 연산 함수들을 활용할시 더욱 간결하게 모델링을 구현 할 수 있다. <그림 3>은 복소 좌표에 대한 모델링을 구현한 모습이 다.



<그림 3> 복소 좌표에 따른 모델링

**<표 3> 복소 좌표에 대한 식**

$$v_{qd} = r_s i_{qd} + \frac{d}{dt} \lambda_{qd} + j\omega \lambda_{qd}$$

$$v_0 = r_r i_{qdr} + \frac{d}{dt} \lambda_{qdr} + j(\omega - \omega_r) \lambda_{qdr}$$

$$\lambda_{qd} = L_s i_{qd} + L_m i_{qdr}$$

$$\lambda_{qdr} = L_r i_{qdr} + L_m i_{qd}$$

$$i_{qdr} = \frac{1}{L_r} \lambda_{qdr} - \frac{L_m}{L_r} i_{qd}$$

$$\frac{d}{dt} \lambda_{qdr} = -\frac{r_r}{L_r} \lambda_{qdr} - j(\omega - \omega_r) \lambda_{qdr} + r_r \frac{L_m}{L_r} i_{qd}$$

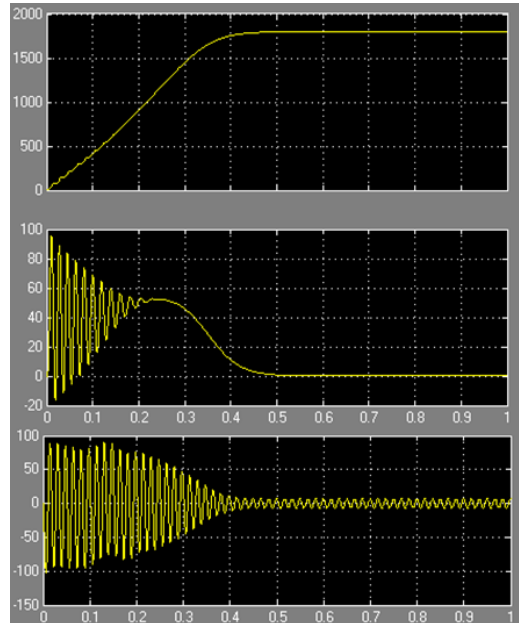
$$\lambda_{qd} = \sigma L_s i_{qd} + \frac{L_m}{L_r} \lambda_{qdr}$$

$$\sigma = (1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r})$$

$$\sigma L_s \frac{d}{dt} i_{qd} = -(r_s + r'_r + j\omega \sigma L_s) i_{qd} + (r'_r - j\omega_r L_s (1 - \sigma)) \frac{1}{L_m} \lambda_{qdr} + v_{qd}$$

$$\frac{d}{dt} \lambda_{qdr} = -\frac{r_r}{L_r} \lambda_{qdr} - j(\omega - \omega_r) \lambda_{qdr} + r_r \frac{L_m}{L_r} i_{qd}$$

<그림 3>과 같이 복소 좌표에 대하여 유도기를 모델링을 할시 MATLAB Simulink의 복소수에 대한 연산 함수들을 활용할 수 있으므로 모델의 모습이 간결해지며, 유도기 모델링에 사용한 알고리즘이 한 눈에 들어옴으로써 알고리즘 이해 및 디버깅에 효율적이다. 또한 d축을 실수로 q축을 허수로 하여 복소 좌표에 표현할 수 있으므로 수식이 간결화 되며, 간결화 된 수식은 다시 모델링을 간결하게 만들어준다.



<그림 4> 출력 파형

<그림 4>는 출력파형으로 위에서부터 RPM, 토크, 전류 파형이다. <그림 4>출력 파형은 임의 좌표 방식 보다 복소 좌표방식이 더 세밀하고 정확한 파형이 출력 되는 것을 확인했다.

**3. 결 론**

d - q 변환 즉 좌표 변환 을 기본으로 하는 3가지의 모델링을 비교해 보았다. 임의 좌표에 따른 2가지의 모델링과 복소 좌표에 따른 모델링을 비교했다. 임의 좌표에 따른 모델링은  $\psi$ 를 활용한 모델링과  $\lambda$ 정리한 모델링으로 구분되며,  $\psi$ 를 활용한 모델링은  $\lambda$ 를 치환한 방식으로 미분변수가 1개로 줄어들어 수식을 단순화하여 모델링을 간결하게 설계 하였지만  $\psi$ 라는 변수는 유도기 존재하는 변수가 아닌 수학적 편의를 위해서 만들어진 변수로써 유도기를 모델링하고 해석함에 있어서  $\psi$ 로 정리하는 것 보다는  $\lambda$ 를 그대로 활용하여 정리한 모델링이 유도기에 근접한 모델링이다.  $\lambda$ 를 활용한 모델링은 수식은  $\psi$ 보다는 복잡하고 모델링의 모습역시  $\psi$ 보다는 간결하지 못하지만 유도기에 존재하는  $\lambda$  즉 자속쇄교수를 기준으로 모델링을 정리한 것으로  $\psi$ 을 통한 모델링보다는 유도기에 더욱 정확한 모델링이다. 하지만 복소 좌표를 활용한 모델링은 임의 좌표의 유도기 모델링보다 간결하다. d-q축을 복소평면에 두고 모델링을 함으로써 알고리즘 이해 및 디버깅 그리고 MATLAB Simulink에서 모델링을 설계 시 복소수 연산함수들을 통하여 모델링의 모습이 더욱 간결해 진다. 그리고 임의 좌표에 대한 모델링들에 비하여 출력 파형또한 정확하고 세밀하게 나오는 것을 확인 할 수 있다.

**[참 고 문 헌]**

[1] 김상훈, "DC,AC,BLDC 모터제어", 북두출판사, 2010.8.20  
 [2] Chee-Mun Ong, "Dynamic Simulation of Electric Machinery", PrenticeHall, 1997.9.1  
 [3] Kum-Kang Huh, "DISCRETE-TIME MODELING, CONTROL AND SIGNAL PROCESSING FOR AC DRIVES AND MOTION SERVO SYSTEM DIAGNOSTICS", 2008