

## T-S Fuzzy를 이용한 유도전동기의 Identification

**이동광**, 백승호, 곽군평, 박승규  
창원대학교 전기공학과

### Identification of Induction Motor Using TS Fuzzy

Dong-Kwang Lee, Seung-Ho Park, Gun-Pyong Kwak, Seung-Kyu Park  
Changwon National University

**Abstract** – Induction motor is nonlinear multivariable system. It is not easy to control precisely. Usually Induction motor need linearized model in order to make it easy to control. In this paper, linearized model of nonlinear model in induction motor can change by using TS Fuzzy Identification

#### 1. 서 론

오늘날 유도 전동기는 산업화된 국가에서 전기에너지의 소비가 가장 많은 것으로 알려져 있으며 유도 전동기는 정격속도 및 토크에서 높은 효율을 가진다. 이러한 유도 전동기는 모델링에서 비선형성을 가지는 변수들이 있기 때문에 제어하기가 상대적으로 어렵다.[2] 이전의 T-S Fuzzy 모델은 매개변수 및 Membership function을 산술적인 계산으로 구성되었다.[1],[3] 본 논문의 주요목적은 유도 전동기를 쉽게 조작 할 수 있는 새로운 효율적인 방법을 제안하는 것이다. T-S Fuzzy Identification을 이용하여 예상된 모델의 매개변수 값의 계산 및 추정과 Membership function, 선형 동적 방정식의 정확한 시스템을 제공한다. 또한 fuzzy c-regression models(FCRM) 클러스터링 알고리즘이 이용되었다.[4],[5]

본 논문에서는 유도전동기의 비선형 모델링 식을 Chirp signal 및 Sine signal을 통한 입출력 데이터를 가지고 Identification을 적용하면 적절한 모델의 매개변수 값의 계산 및 추정이 가능하며, 본문에서는 유도 전동기의 동특성 방정식 및 T-S 퍼지모델 Identification에 관한 내용이 기술되며, 결론에서는 비선형성이 포함된 모델을 T-S Fuzzy Identification을 적용하여 높은 정확도를 가지는 선형 모델로 제공한다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 유도전동기의 동특성 방정식.

유도기의 동특성은 고정자와 회전자 상호간의 결합효과 때문에 비선형 시스템으로 볼 수 있다. 유도전동기의 수학적 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dt} &= \frac{PL_m}{JL_r}(\psi_{ra}i_{sb} - \psi_{rb}i_{sa}) - \frac{T_L}{J} \\ \frac{d\psi_{ra}}{dt} &= -\frac{R_r}{L_r}\psi_{ra} - Pw\psi_{rb} + \frac{R_r}{L_r}L_m i_{sa} \\ \frac{d\psi_{rb}}{dt} &= Pw\psi_{ra} - \frac{R_r}{L_r}\psi_{rb} + \frac{R_r}{L_r}L_m i_{sb} \\ \frac{di_{sa}}{dt} &= \frac{L_m R_r}{\sigma L_s L_r^2} \psi_{ra} + \frac{PL_m}{\sigma L_s L_r} w\psi_{rb} - \frac{L_m^2 R_r + L_r^2 R_s}{\sigma L_s L_r^2} i_{sa} + \frac{1}{\sigma L_s} u_{sa} \end{aligned} \quad (1)$$

$i, \psi, u_s$ 는 각각 전류와 자속 그리고 고정자 전압이다. a와 b는 고정 2상,  $\sigma = 1 - (L_m^2 / L_s L_r)$ ,  $T_L$ 은 부하토크,  $R_r$ 은 회전자 저항을 나타낸다.

##### 2.2 유도전동기 선형화 모델링

$|\psi| = \sqrt{\psi_a^2 + \psi_b^2}$ ,  $\cos \rho = (\frac{\psi_a}{|\psi|})$ ,  $\sin \rho = (\frac{\psi_b}{|\psi|})$ 로 정의하고 전류와 자속을 새롭게 정의한 후 비선형상태 피드백을 사용하여 제어시스템을 간단한 구조로 바꿀 수 있다.

$$\begin{aligned} w &= w, \psi_d = \sqrt{\psi_a^2 + \psi_b^2}, \rho = \arctan \frac{\psi_b}{\psi_a}, \\ i_d &= \frac{\psi_a i_a + \psi_b i_b}{|\psi|}, i_q = \frac{\psi_a i_b + \psi_b i_a}{|\psi|} \end{aligned} \quad (2)$$

비선형 상태 피드백은 고정자 전류 a-b축에 대하여 식으로 표현하면 (3)과 같다.

$$\begin{pmatrix} u_a \\ u_b \end{pmatrix} = \sigma L_s |\psi| \begin{pmatrix} \psi_a & \psi_b \\ -\psi_b & \psi_a \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -Pwi_q - \frac{R_r}{L_r} L_m \frac{i_q^2}{\psi_d} - \frac{R_r}{L_r} \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \psi_d + v_d \\ P \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} w\psi_d + Pwi_d + \frac{R_r}{L_r} L_m \frac{i_d \psi_d}{\psi_d} + v_q \end{pmatrix} \quad (3)$$

(2)번식과 (3)번식을 이용하면 다음과 같은 시스템으로 정리될 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dt} &= \mu \phi_d i_q - \frac{T_L}{J} \\ \frac{di_q}{dt} &= -\gamma i_q + v_q \\ \frac{d\phi_d}{dt} &= -\alpha \phi_d + \alpha L_m i_d \\ \frac{di_d}{dt} &= -\gamma i_d + v_d \end{aligned} \quad (4)$$

$\phi_d, i_d$ 는 비선형 요소를 가지는 시스템 이므로 이러한 비선형 요소를 선형화하기 위해 PI제어기를 사용하여 제어를 용의하게 할 수 있으나 여전히 비선형 요소인  $w, i_q$  존재한다.

##### 2.3 T-S 퍼지 모델.

비선형 시스템에 대한 퍼지 모델의 i 번째 규칙은 아래의 식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} &\text{If } w_1(k) \text{ is } F_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } w_g(k) \text{ is } F_{ig} \\ &\text{Then } x(k+1) = A_i x(k) + B_i u(k) \end{aligned} \quad (5)$$

For  $i = 1, 2, \dots, L$

여기서  $w_1(k), w_2(k), \dots, w_g(k)$ 는 전반부 변수,  $F_{ig}$ 는 퍼지 집합이며,  $A_i \in R^{n \times n}, B_i \in R^{n \times m}$ 이다. L은 If-Then 규칙의 개수이다.

전체 퍼지 시스템은 식(6)과 같이 주론된다.

$$x(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^L \mu_i(w(k)) \{A_i x(k) + B_i u(k)\}}{\sum_{i=1}^L \mu_i(w(k))} \quad (6)$$

$$= \sum_{i=1}^L h_i(w(k)) \{A_i x(k) + B_i u(k)\}$$

여기서  $w(k) = [w_1(k), w_2(k), \dots, w_g(k)]$ 이며,  $\mu_i(w(t)) = \prod_{j=1}^g F_{ij}(w_j(t))$ 이다. 모든 시간에 대해서  $i = 1, 2, \dots, L, \mu_i(w(t)) \geq 0$ 이면

$\sum_{i=1}^L \mu_i(w(t)) > 0$ 이고,  $h_i(w(t)) \geq 0, i = 1, 2, \dots, L$ 일 때,

$$\sum_{i=1}^L h_i(w(t)) = 1 \quad (7)$$

이다.

##### 2.4 T-S Fuzzy Identification.

기존의 T-S Fuzzy 모델의 경우 Membership function 및 rule의 수를 계산해 주었지만 Identification을 사용하면 Chirp Signal을 이용하여 Membership function을 복잡한 계산 없이 T-S Fuzzy model을 구성할 수 있다.

입, 출력 데이터 쌍이 N이라고 가정하면  $(X_k, y_k) (k=1, \dots, N)$ 이며  $X_k = [x_{k1}, \dots, x_{kM}]$ 에서 M은 변수의 수를 가리킨다. Identification의 출력인 I-th T-S fuzzy rule은 다음과 같다.

$$\hat{y} = a_{i1}x_{k1} + a_{i2}x_{k2} + \dots + a_{iM}x_{kM} + b \quad (8)$$

$$= [X_k \ 1] \cdot \theta_i^T, \ i = 1, 2, \dots, c$$

$\theta_i = [a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iM} + b]$ 이고  $c$ 는 룰의 숫자이다.

데이터 간의 에러와 I-th T-S fuzzy 룰의 출력은 다음과 같다.

$$d_{ik}(\theta_i) = |y_k - [X_k \ 1] \cdot \theta_i^T| \quad (9)$$

일련의 계산과정(클러스터링 센터 및 Membership function)[4]을 이용하여 클러스터링 센터를  $v_{ij}$ 을 쉽게 구할 수 있다.

$$v_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_{ik} x_{kj}}{\sum_{k=1}^N \mu_{ik}}, \ i = 1, 2, \dots, c, \ j = 1, 2, \dots, M \quad (10)$$

전체 퍼지룰의 Membership function은 다음과 같다.

$$\beta_{ik} = \frac{w_{ik}}{\sum_{q=1}^c w_{qk}} \quad (11)$$

전체 퍼지룰의 Membership function을 가지고 다음 식을 통하여  $\varphi$  값을 알 수 있다.

$$\hat{y}_k = \varphi\theta = \sum_{i=1}^c \beta_{ik} \hat{y}_{ik} = \sum_{i=1}^c \beta_{ik} (p_{i0} + p_{i1}x_{k1} + \dots + p_{iM}x_{kM}) \quad (12)$$

$$\varphi = [\beta_{1k} \ \dots \ \beta_{ck} \ \beta_{1k}x_{k1} \ \dots \ \beta_{ck}x_{k1} \ \dots \ \beta_{1k}x_{kM} \ \dots \ \beta_{ck}x_{kM}]$$

그 후 Least square method에 근거하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\theta = (\varphi^T \varphi)^{-1} \varphi^T Y \quad (13)$$

Training 출력은  $Y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_N]^T$ 이다.

## 2.5 유도전동기 시스템 시뮬레이션

유도전동기 파라미터는 표1과 같이 사용하였다.

표 1 Parameter of IM

R <sub>s</sub>	0.18 [Ω]
R <sub>r</sub>	0.15 [Ω]
P	1
L <sub>s</sub>	0.0699 [H]
L <sub>r</sub>	0.0699 [H]
M	0.068 [H]
J	0.0586 [Kgm <sup>2</sup> ]

비선형 모델을 Identification한 후의 클러스터링 센터  $v_{ij}$ 는 다음과 같다.

표 2 Clustering Center  $v_{ij}$

i \ j	1	2	3	4
1	8.413	0.004	0.024	0.309
2	9.556	0	0.012	-0.205
3	14.821	0	0.017	0.065
4	19.048	0	0.017	0.003

Chirp signal 및 Sine signal을 이용하여 생성된 Fuzzy model에 대한 각각의 상태값( $\Theta$ )은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x &= A_i x + B_i u \\ \dot{x}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & -123.093 & 2.886 \\ 1.004 & -11.788 & 0.261 \\ 1.007 & 0.89 & -0.002 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.412 \\ 0.166 \\ -0.011 \end{bmatrix} u \\ \dot{x}_2 &= \begin{bmatrix} 0.1747 & 0.002 \\ 0.1888 & -0.001 \\ 0.1838 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.009 \\ -0.010 \\ -0.010 \end{bmatrix} u \\ \dot{x}_3 &= \begin{bmatrix} 0.1766 & 0.007 \\ 0.001 & 38.607 & 0.103 \\ 0 & 0.042 & 0.989 \\ 0 & -0.269 & 1.002 \\ 0 & -0.303 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.444 \\ -0.001 \\ 0.001 \\ 0.001 \end{bmatrix} u \end{aligned} \quad (14)$$

$x_1, x_2, x_3$ 은 Id, Iq, Wn이며 Identification을 적용한 결과 각 상태의 parameter값의 추정 값을 알 수 있다.

Sin-Id, Sin-Iq, Sin-Wn은 비선형 모델에 Sine signal을 입력한 후의 결과 값을 나타내며, Est-Id, Est-Iq, Est-Wn은 T-S Fuzzy Identification을 적용하여 비선형 모델을 선형 모델로 교체 후 Sine signal을 입력한 Training 출력된 결과 값이다.

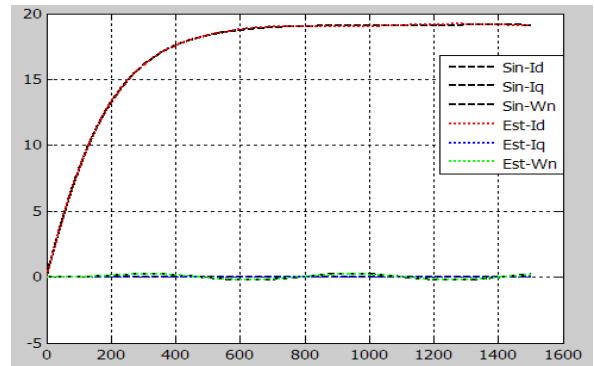


그림 1) Training 출력과 Non\_linear비교

상태인 Id, Iq, Wn는 비선형 모델과 T-S Fuzzy Identification을 적용한 선형 모델은 거의 동일함을 알 수 있다.

[그림 1]을 바탕으로 비선형 모델과 선형모델간의 오차 값을 구한 결과 다음과 같다.

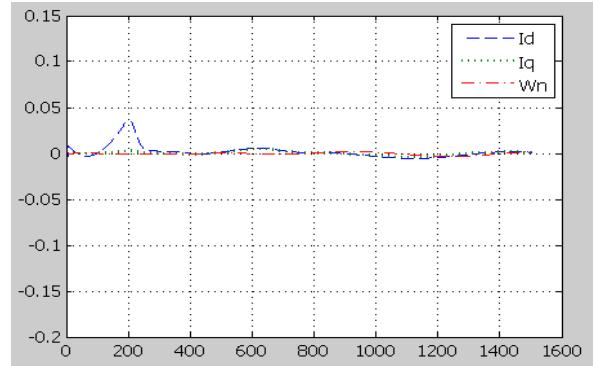


그림 2) Id, Iq, Wn 오차

## 3. 결 론

본 논문에서는 유도전동기의 비선형 모델ing 식을 제어가 용이한 선형모델ing 식으로 변환하기 위해 T-S Fuzzy Identification을 사용하였다. 이전의 T-S Fuzzy시스템은 비선형 모델ing식의 Membership function 과 퍼지모델을 일련의 계산과정을 거쳐야지만 적용할 수 있었으며, 또한 룰의 개수가 많아질 때에는 상대적으로 제어하기 어려운 단점들이 있었다. 하지만 제안된 Identification을 적용하면 일련의 계산과정과 룰의 개수에 상관없이 비선형 모델을 쉽게 선형 모델로 만들 수 있는 특징을 가진다.

## 감사의 글

본 연구는 2011년도 창원대학교 연구비와 지방기술혁신사업(RT004-10-03)지원으로 수행되었음.

## 참 고 문 헌

- T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control", IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 15, pp. 116-132, Jan./Heb. 1985.
- Riccardo Marino, "Adaptive Input- Output Linearizing Control of Induction Motors", IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, VOL.38, NO.2, 208-221, 1993
- 김태규, 왕법광, 박승규, 윤태성, 안호균, 곽군평, "T-S 퍼지모델을 이용한 이산 시간 비선형계통의 상태 채환 선형화", 한국지능시스템학회, 19호, 865-871, 2009
- Fa Guang Wang; Seung Kyu Park; Taesung Yoon; Ho Kyun Ahn; , "T-S fuzzy modeling of interior permanent magnet synchronous motor," Intelligent Systems Design and Applications (ISDA), 2010 10th International Conference on , vol. no., pp.182-186, Nov. 29 2010-Dec. 1 2010
- Kung,C.C. and Su,J.Y., "Affine Takagi - Sugeno fuzzy modeling algorithm by fuzzy c-regression models clustering with a novel cluster validity criterion," IET Control Theory Appl., vol.1, pp. 1255 - 1265, 2007.