

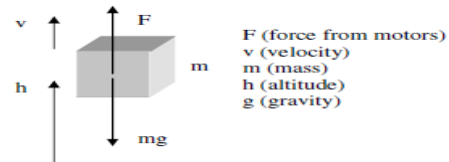
변형된 PID 제어를 이용한 쿼드로터의 자세 제어

왕준상*, 이상용*, 양승현*, 이석원*, 주성준**
 호서대학교 제어계측공학과*, (주)이젠**

Attitude Control of the Quad-rotor using the Modified PID Controller

Jun-Sang Wang*, Sang-Yong Lee*, Seung-Hyun Yang*, Suk-Won Lee*, Sung-Jun Joo**
 Hoseo University*, eegen Co., Ltd.**

Abstract - 본 논문에서는 변형된 PI-PD 제어를 통한 쿼드로터(Quad-rotor)의 자세 제어를 고려했다. 기존의 PID 제어기와 변형된 형태인 PI-PD 제어기 사이의 상관관계로부터 제어기 계수를 결정하였고, 시간응답 해석을 통하여 쿼드로터의 고도 및 각 제어의 응답이 개선되었음을 보였다. PID 제어기 설계는 비용함수의 최소화와 매트랩을 이용한 과도응답 해석을 통하여 최적의 값을 얻을 수 있었다.



〈그림 1〉 쿼드로터의 고도제어를 위한 물리적 특성

$$s^2 h = \frac{F - mg}{m} \quad (4)$$

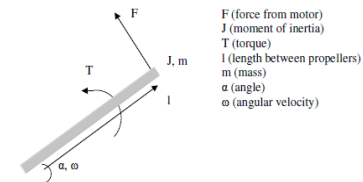
식 (4)로부터 쿼드로터의 고도 모델 전달함수를 다시 쓰면 아래와 같다.

$$h(s) = \frac{1}{ms^2} \cdot F - mg \quad (5)$$

여기서, F는 모터로부터의 힘, v는 속도, m은 로터의 질량, h는 고도, g는 중력가속도 이며, 로터의 질량은 700g이다[1].

2.1.2 쿼드로터 각 모델

그림 2에 쿼드로터의 피치/뱅크(pitch/bank) 각 에 대한 물리적 특성을 나타내었다.



〈그림 2〉 쿼드로터의 피치/뱅크 각 제어를 위한 물리적 특성
아래와 같은 토크 방정식으로 부터,

$$T = J \cdot \frac{d\omega}{dt} = F \cdot l \quad (6)$$

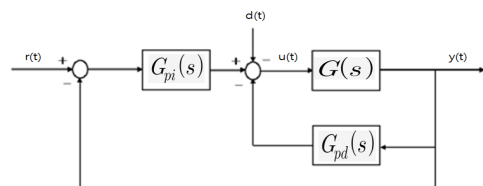
$\omega = \frac{d\alpha}{dt}$ 로 놓고 라플라스 변환 하면 로터 팔의 피치/뱅크 각은 식 (7)과 같이 표현 된다.

$$\alpha(s) = \frac{l}{J \cdot s^2} \cdot F(s) \quad (7)$$

여기서, F는 모터로부터의 힘, J는 moment of inertia로 $\frac{1}{12}m \cdot l^2$ [9], T는 토크, l은 팔의 길이, m은 질량, α 는 팔과 지면의 각도, 그리고 ω 는 각속도 이다[1].

2.2 PI-PD 제어기 설계

기존의 PID 제어기에서 변형된 형태인 PI-PD 제어기의 구조를 그림 3에 나타내었다.



〈그림 3〉 PI-PD 제어기의 구조

그림 3에서 $G_{pi}(s)$ 는 PI 제어기의 전달함수이며, $G_{pd}(s)$ 는 PD 제어기의 전달함수 이다.

1. 서 론

쿼드로터는 무인비행체로서 최근에 급속도로 그 이용가치가 증가하였다. 군사 분야에서는 적 진지 정찰이나 지형 탐색, 민간상용분야에서는 교통상황 모니터링, 대기오염감시, 또한 산불이나 화재 등의 재해 시 구조작업을 위한 모니터링 등 다양한 곳에서 응용되어 지고 있다. 또한, 쿼드로터는 호버링(Hovering)이 가능하며, 수직이착륙이 가능한 장점을 가지고 있다. Vedran Sikiric[1]은 기존의 PID 제어기를 사용하여 설계 제작한 쿼드로터의 고도 및 각 제어를 하였다. 하지만, 이상적인 PID 제어기를 사용하여 스텝 입력에 대한 미분 항의 킥(kick) 현상을 고려하지 않았으며, 결과적으로 응답 개선의 한계점이 나타났다. 또한, Astrom과 Hagglund[2]는 긴 시간 지연을 갖는 시스템과 2차이상의 복잡한 시스템, 등에서 PID 제어기의 구조적인 한계점을 지적하였다. 그래서 P.Atherton과 S.Majhi[3]는 폐루프 시스템에서 기존의 PID 제어기의 변형된 형태인 PI-PD 제어기를 고려했다. 이는 전방경로에서 미분 항에 의해 나타나는 킥 현상을 피하기 위해 내부 궤환에 PD 제어기를 단 형태로서, 변화하는 시스템 출력에 대한 PI 제어와 그에 대응하는 PD 궤환을 통해 제어 성능이 개선되었음을 보였다. 또한, Kaya[4]는 Astrom과 Hagglund[2]가 간명한 PID 제어기 튜닝을 위해 제안한 $T_i^* = \alpha T_d^*$ 의 개념을 이용하여 $K_1 = \beta K_2$ 를 적용해 기존의 설계된 PID 제어기의 3개의 계수 값으로부터, PI-PD제어기의 4개의 계수 값을 얻는 방법을 제시하였다[2][4]. 본 논문에서는 모터의 전달함수와 쿼드로터의 시스템 전달함수로부터 기존의 PID 제어기에서 변형된 형태인 PI-PD 제어기를 통해 쿼드로터의 고도제어 및 각 제어 응답이 개선됨을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 보였다.

2. 본 론

2.1 모터 모델

Vedran Sikiric[1]은 쿼드로터의 자세제어를 위한 MCU로 모토로라사의 68332를 기반으로 하는 아이보트 카드(eyebot card)를 사용했다.[1] 또한, GWS EPS350CS DC모터를 사용하였으며, Vedran Sikiric[1]은 Gerd Eriksson[6]이 제안한 매트랩 알고리즘을 사용해 아이보트 카드로부터 나오는 여러 개의 다른 서보 출력에 대한 모터 각각의 추력(thrust)의 데이터를 얻었으며, 4개의 모터 데이터의 평균을 구해 최소자승법을 적용하여 추력의 선형근사화를 하였다. 이에 따른 근사화된 추력 값은 0.002843이 나왔다. 따라서, 힘 $F = g \cdot \text{thrust}(\text{gram}) = 0.027843$ 이며 모터 전달함수는,

$$G_1(s) = \frac{0.027843}{0.1s + 1} \quad (1)$$

이다. 상승시간은 0.3s로 추정 하였으며, 시상수 $\tau = 0.1$ 이다[1].

2.1.1 쿼드로터 고도 모델

그림 1에 쿼드로터의 고도제어를 위한 물리적 특성을 나타내었다. 뉴턴 제2법칙인 식 (2)로부터, 식 (3)으로 표현하고,

$$F - mg = m \cdot a \quad (2)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F - mg}{m} \quad (3)$$

(3)식을 라플라스 변환 하면 다음과 같다.

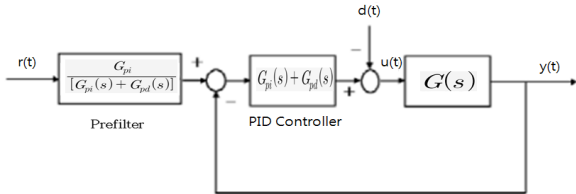
표현식은 다음과 같다.

$$G_{pid}(s) = K_p^* \left(1 + \frac{1}{T_i^* s} + T_d^* s \right) \quad (8)$$

$$G_{pi}(s) = K_1 \left(1 + \frac{1}{T_{i1} s} \right) \quad (9)$$

$$G_{pd}(s) = K_2 (1 + T_{d1} s) \quad (10)$$

식 (8)은 PID 제어기의 일반적인 형태이며, 식 (9)와 식 (10)은 각각 PI 제어기와 PD 제어기이다. Kaya와 Atherton[4]은 PID 제어기로부터 PI-PD 제어기의 상관관계를 그림4와 같이 나타내었다.



〈그림 4〉 PID 제어기와 PI-PD 제어기의 구조적 상관관계

그림 4의 구조에서 PID 제어기는 PI 제어기와 PD 제어기의 합이므로 식(11)과 같고,

$$G_{pid}(s) = G_{pi}(s) + G_{pd}(s) \quad (11)$$

식 (9)와 식 (10)으로부터 식 (12)가 된다.

$$G_{pid}(s) = (K_1 + K_2) \left(1 + \frac{K_1}{(K_1 + K_2)} \cdot \frac{1}{T_{i1} s} + \frac{K_2}{(K_1 + K_2)} \cdot T_{d1} s \right) \quad (12)$$

여기서 Kaya와 Atherton[4]은 Astrom과 Hagglund[2]가 제안한 $T_i^* = \alpha T_d^*$ 의 개념을 적용해 $K_1 = \beta K_2$ 를 사용함으로써 PID 제어기의 3개의 계수 값으로부터 PI-PD 제어기의 4개의 계수를 얻는 방법을 제시하였고 그 설계 변수는 식 (13), (14), (15), (16)과 같다[2][4].

$$K_1 = \frac{\beta K_p^*}{1 + \beta} \quad (13)$$

$$K_2 = \frac{K_p^*}{1 + \beta} \quad (14)$$

$$T_{i1} = \frac{\beta T_i^*}{1 + \beta} \quad (15)$$

$$T_{d1} = (1 + \beta) T_d^* \quad (16)$$

여기서 Kaya[4]는 기존의 튜닝 값을 PID 제어 계수로 그대로 사용하고, 페루프 시스템에서 많은 시뮬레이션을 통하여 좋은 성능을 나타낸 β 값을 0.2로 선정하여 PI-PD 제어기의 우수성을 입증하였다[4]. 본 논문에서는 Vedran Sikiric[1]이 쿼드로터의 고도 및 각 제어를 위해 사용한 기존의 PID 제어기 대신에 Kaya[4]의 방법을 이용한 PI-PD 제어기를 설계하여 시간영역에서 오버슈트가 10% 이내인 조건을 만족하면서, 제어 특성이 더욱 개선되었음을 보였다. 여기서는 매트랩을 이용한 과도 응답 해석을 통해 $\beta = 5$ 로 선정하였다[4].

2.3 시뮬레이션

2.3.1 쿼드로터 고도 응답

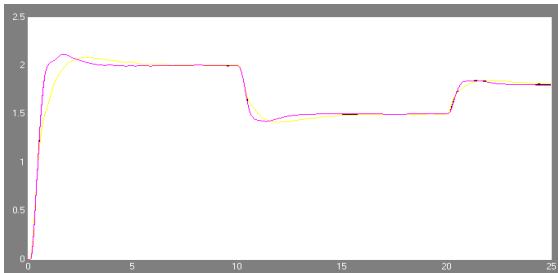
쿼드로터의 고도 제어 전달함수는 식 (17)과 같다.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{6.75}{0.07s^3 + 0.7s^2} \quad (17)$$

식(18)과 같은 ISE의 최소화에 의해 최적으로 튜닝 된 식 (8)의 PID 제어기 설계변수는 각각 $K_p^* = 120$, $T_i^* = 0.9996$, $T_d^* = 0.417$ 이다.

$$ISE = \int_0^\infty e^2(t) dt \quad (18)$$

PID 제어기의 설계변수로부터 얻어진 PI-PD 제어기의 설계변수는 각각 $K_1 = 100$, $K_2 = 20$, $T_{i1} = 0.833$, $T_{d1} = 2.502$ 이다. 기존의 Vedran Sikiric[1]이 나타낸 PID 제어기를 이용한 응답과 본 논문에서 제안한 PI-PD제어기를 이용하여 나타낸 응답을 그림 5에 비교하여 나타내었다.



〈그림 5〉 쿼드로터의 고도에 따른 시간응답

2.3.2 쿼드로터 각 응답

쿼드로터의 각 제어 전달함수는 식 (19)와 같다.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0.0139}{s^2(0.001458s + 0.1458)} \quad (19)$$

여기서 고려한 PID 제어기 전달함수는 다음과 같다.

$$G_{pid}(s) = \frac{k(s+a)(s+b)}{s} \quad (20)$$

여기서, $a = b$ 로 가정하면 식(21)이 된다.

$$G_{pid}(s) = \frac{k(s+a)^2}{s} \quad (21)$$

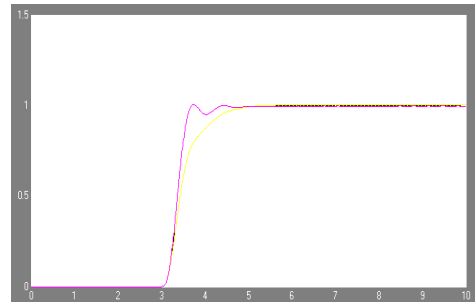
전체 페루프 전달함수는 식(22)와 식(23)과 같다.

식 (23)으로부터 최적 튜닝 된 k 와 a 는 각각 $k=16.1$, $a=0.1$ 이며 오버슈트는 10%이내로 한다. 여기서, $H(s) = 1$ 이다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_{pid}(s)G(s)}{1 + G_{pid}(s)G(s)H(s)} \quad (22)$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{0.0139ks^2 + 0.0278kas + 0.0139ka^2}{0.001458s^4 + 0.1458s^3 + 0.0139ks^2 + 0.0278kas + 0.0139ka^2} \quad (23)$$

식(8)과 식(21)을 비교하면 PID 제어기의 3개의 계수는 각각 $K_p^* = 16.1$, $T_i^* = 20$, $T_d^* = 0.5625$ 이다. 위의 3개의 계수로부터 얻어진 PI-PD 제어기의 계수들은 각각 $K_1 = 13.42$, $T_{i1} = 16.67$, $K_2 = 2.68$, $T_{d1} = 3.38$ 이다. 기존 PID 제어기의 응답과 본 논문의 PI-PD 제어기의 응답을 그림 6에 비교하여 나타내었다.



〈그림 6〉 쿼드로터의 각 운동에 따른 피치/뱅크의 시간 응답

3. 결 론

Vedran Sikiric[1]은 자체 설계 및 제작한 쿼드로터를 기존의 PID 제어기를 통하여 고도 및 각 제어를 하였지만, 충분한 제어성능을 나타내지 못하였다. 본 논문에서는 이와 같은 PID 제어기의 구조적 한계점을 보완하기 위해 쿼드로터의 고도제어 및 각 제어를 위해 변형된 형태인 PI-PD 제어기를 고려하였고, PID 제어기와 PI-PD 제어기 사이의 상관관계를 이용하여 제어기를 설계하였다. 또한, 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제어 성능이 개선됨을 보였다. 하지만 β 값을 선정함에 있어 많은 연산을 필요로 하였으며, β 값의 선정방법을 공식화 하지 못했다.

[참 고 문 헌]

- [1] Vedran Sikiric, "Control of Quadcopter", Master of Science Thesis, pp160, 2008
- [2] K. J. Åström and T. Häggglund, "PID Controllers: Theory, Design, and Tuning," Instrument Society of America, 1995.
- [3] D. P. Atherton and S. Majhi, "Limitations of PID controllers," Proc. of the American Control Conf., Vol. 6, pp. 3843-3847, June 1999.
- [4] I. Kaya, N. Tan and D. P. Atherton, "A simple procedure for improving performance of PID controllers," Control Applications, CCA 2003., Proc. of 2003 IEEE Conf., Vol. 2, pp. 882-885, 2003.
- [5] Cheng-Ching Yu. "Autotuning of PID Controllers: A Relay Feedback Approach," Springer, 2006.
- [6] Gerd Eriksson, "Numeriska Algoritmer med MATLAB," Institutionen för numerisk analys och datologi, KTH, 2002.
- [7] Bahram Shahian and Michalel Hassul, "CONTROL SYSTEM DESIGN USING MATLAB," Prentice Hall, 1993.
- [8] George Ellis, "Control System Design Guide," ELSEVIER, 2004.
- [9] Ferdinand P.Beer, E. Russell Johnston and William E. Clausen, "Vector Mechanics for Engineers 7/E: Dynamics," McGraw-Hill, 2003.