

다중 UAV에 의해 획득된 거리 차 측정치를 이용한 순환 선형 강인 이동 표적추적 필터

이혜경, 나원상  
 한동대학교 기계제어공학과

Recursive Linear Robust Moving Target Tracking Filter  
 Using Range Difference Information Measured by Multiple UAVs

Hye-Kyung Lee, Won-Sang Ra  
 Handong Global University

**Abstract** - In this paper, the range difference based the moving target tracking problem using multiple UAVs is solved within the new framework of linear robust state estimation. To do this, the relative kinematics is modeled as an uncertain linear system containing stochastic parametric uncertainties in its measurement matrix. Applying the non-conservative robust Kalman filter for the uncertain system, a quasi-optimal linear target tracking filter is designed. For its recursive linear filter structure, the proposed method can ensure the fast convergence and reliable target tracking performance. Moreover, it is suitable for real-time applications using multiple UAVs.

1. 서 론

최근 UAV의 활용범위가 점차 확대되면서, 한정된 자원의 효율적 활용 및 생존성 증대를 위해 다중 UAV 대형 제어에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 그러나 다중 UAV 응용에 있어 표적정보의 정확도가 임무수행의 성과를 좌우할 수 있는 요소임에도 불구하고, 다중 UAV를 이용한 표적추적에 관한 연구는 상대적으로 미진한 상태이다 [1].

다중 UAV와 표적 사이의 거리 차 정보가 주어지는 경우, 다중 UAV를 이용한 이동표적 추적 문제는 전형적인 비선형 상태추정 문제로 귀결되므로 이동표적 추적필터 설계를 위해 MLE(maximum likelihood estimator), EKF(extended Kalman filter), UKF(unscented Kalman filter) 등과 같은 다양한 비선형 상태추정 기술이 적용될 수 있다 [1,2]. 하지만 이러한 비선형 상태추정 기법들은 초기치에 대한 민감도, 장거리에서의 느린 수렴속도, 낮은 SNR 환경에서의 추적성능 저하 등 다양한 문제를 안고 있다.

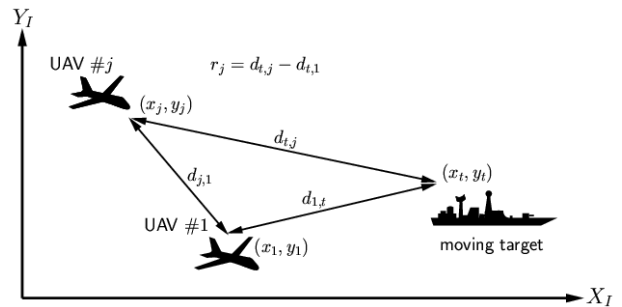
전술한 문제점들이 거리 차를 기반으로 한 표적추적 문제 자체의 비선형성에 기인한다는 사실에 착안하여, 센서 측정잡음의 영향을 인위적으로 무시한 채 유도된 선형 추정방정식에 공칭(nominal) 최소자승 추정기법을 적용한 의사선형 최소자승 추정기(PLLSE: pseudo-linear least squares estimator)가 제안된 바 있다. 이 방법은 필터 구조가 단순하고 상태 추정치의 일관성을 담보할 수 있다는 점에서 이동표적 추적을 위한 현실적 대안이 될 수 있지만, 측정잡음의 영향을 무시할 수 없는 경우 심각한 표적추적 성능 저하를 초래할 수 있다. 이후, PLLSE의 한계를 극복하기 위한 방편으로 제약 의사 선형 최소자승 추정기(CPLLSE: constrained PLLSE)가 제안되었다 [3]. CPLLSE 기법은 추정성능 향상을 도모하기 위해, 상태변수 간의 제약조건과 PLLSE 목적함수를 결합하여 제약 최적화 문제를 구성하는 방식을 취하였다. 그러나 CPLLSE 기법은 표적 운동 방정식을 고려할 수 없어 이동 표적추적 문제를 효과적으로 다룰 수 없다. 또한, 추정치 산출을 위해 수치 해석적 방법에 의존하므로 표적추적 필터의 실시간 구현이 용이하지 않다.

본 논문에서는 기존의 비선형 표적추적 필터링 기법 및 PPLSE 기법의 한계를 극복하기 위해 다중 UAV 기반 이동 표적추적 문제를 선형 강인 필터링 이론 관점에서 재해석한다. 이를 위해 표적과 기준 UAV 간의 상대운동을 통계적 파라미터 불확실성이 추정행렬에 포함된 불확정 선형시스템으로 모델링함으로써, 다중 UAV 기반 표적추적 문제가 NCRKF(non-conservative robust Kalman filtering) 문제로 귀결됨을 보인다 [4]. NCRKF 기반 선형 강인 표적추적 필터는 통계적 파라미터 불확실성이 존재하는 상황에서도 의사최적 표적추적 성능을 제공할 수 있을 뿐만 아니라 장거리에서 빠른 수렴속도를 보이는 장점이 있다. 다중 UAV와 이동 표적 조우 시나리오에 대한 시뮬레이션을 통해 제안된 선형 강인 표적추적 필터의 유용성을 확인한다.

2. 다중 UAV 기반 순환 선형 강인 이동 표적추적 필터 설계

2.1 거리 차 정보를 이용한 불확정 선형 측정치 모델

N개의 UAV에 기준 UAV(1번 UAV)에 대한 거리 차를 측정하는 수동 센서와 UAV 위치, 속도, 가속도 정보를 제공하는 항법 시스템이 장착되어 있다고 가정하자.



<그림 1> 다중 UAV와 이동 표적 간의 조우 기하

그림 1로부터 거리 차 정보  $r_j$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$r_j = d_{t,j} - d_{t,1} \tag{1}$$

j번째 UAV에서 표적까지의 거리  $d_{t,j}$ 는 식 (2)와 같이 표현된다.

$$d_{t,j} = \sqrt{(x_t - x_j)^2 + (y_t - y_j)^2} \tag{2}$$

여기서  $(x_t, y_t)$ ,  $(x_j, y_j)$ 는 각각 표적과 j번째 UAV의 위치를 의미한다. 식 (2)와 유사한 방법으로, j번째에서 i번째 UAV까지의 거리  $d_{t,i}$ 를 정의할 수 있다.

이제, 식 (1)을 제곱한 후 식 (2)를 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$r_j^2 - d_{j,1}^2 = -2[(x_j - x_1)(y_j - y_1) r_j] [(x_t - x_1)(y_t - y_1) d_{t,1}]^T \tag{3}$$

일반적으로, 거리 차 측정치  $\tilde{r}_j$ 에는 잡음  $\delta r_j$ 가 포함되어 있다.

$$\tilde{r}_j = r_j + \delta r_j \tag{4}$$

여기서 측정잡음  $\delta r_j$ 는 분산이  $\sigma_j^2$ 인 영평균 백색잡음으로 가정한다.

거리 차 측정치 (4)를 식 (3)에 대입하여 정리하면,

$$\tilde{r}_j^2 - d_{j,1}^2 - d_j^2 = -2 \begin{bmatrix} x_j - x_1 \\ y_j - y_1 \\ \tilde{r}_j - \delta r_j \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_t - x_1 \\ y_t - y_1 \\ d_{t,1} \end{bmatrix} + v_j, \quad v_j \equiv 2\tilde{r}_j\delta r_j - \delta r_j^2 - \sigma_j^2. \tag{5}$$

$j=2 \sim N$ 번째 UAV에서 획득된 측정치에 대해 식 (5)가 만족되므로, 이로부터 불확정 선형 측정모델 (6)을 유도할 수 있다.

$$\mathbf{y}_k = H_k \mathbf{x}_k = [\tilde{H}_k - \Delta H_k] \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \tag{6}$$

여기서

$$\mathbf{x} \equiv \begin{bmatrix} (x_t - x_1) & (y_t - y_1) & d_{t,1} & (\dot{x}_t - \dot{x}_1) & (\dot{y}_t - \dot{y}_1) & \ddot{d}_{t,1} & \ddot{x}_t & \ddot{y}_t & \ddot{d}_{t,1} \end{bmatrix}^T, \\ \mathbf{y} \equiv \begin{bmatrix} \tilde{r}_j - d_{j,1}^2 - d_j^2 \\ \vdots \\ \tilde{r}_j - d_{j,0}^2 - d_{j,0}^2 - \sigma_j^2 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} \equiv \begin{bmatrix} \vdots \\ v_j \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad \Delta H \equiv -2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & \delta r_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ H \equiv -2 \begin{bmatrix} (x_j - x_1) & (y_j - y_1) & r_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}, \\ \tilde{H} \equiv -2 \begin{bmatrix} (x_j - x_1) & (y_j - y_1) & \tilde{r}_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

불확정 선형 측정방정식 (6)에서  $\tilde{H}_k$ 는 거리 차 측정치를 이용하여 구성된 측정행렬의 관측치이며, 실제 상황에서는 알 수 없는 측정행렬의 참값  $H_k$  및 통계적 파라미터 불확실성  $\Delta H_k$ 와  $\tilde{H}_k = H_k + \Delta H_k$ 의 관계를 갖는다.  $\mathbf{v}_k$ 는 백색 측정잡음 벡터이다.  $\mathbf{v}_k$ 와  $\Delta H_k$ 는 다음과 같은 통계적 특성을 갖는다.

$$E\{\mathbf{v}_k\} = 0^{(N-1) \times 1}, \quad E\{\Delta H_k\} = 0^{(N-1) \times 9}, \tag{7} \\ R_k \equiv var\{\mathbf{v}_k\} = diag\{\dots, 2\sigma_j^2(2r_j^2 + \sigma_j^2), \dots\}$$

$$W_k \equiv E\{\Delta H_k^T R_k^{-1} \Delta H_k\} = \begin{bmatrix} 0^{2 \times 2} & 0^{2 \times 1} & 0^{2 \times 6} \\ 0^{1 \times 2} & \sum_{j=2}^N \frac{2}{2r_j^2 + \sigma_j^2} & 0^{1 \times 6} \\ 0^{6 \times 2} & 0^{6 \times 1} & 0^{6 \times 6} \end{bmatrix},$$

$$V_k \equiv E\{\Delta H_k^T R_k^{-1} \mathbf{v}_k\} = \begin{bmatrix} (0^2 \times 1)^T & -\sum_{j=2}^N \frac{2}{2r_j^2 + \sigma_j^2} & (0^6 \times 1)^T \end{bmatrix}^T.$$

## 2.2 상대 운동 모델

표적이 등가속도 운동하는 것으로 가정하면, 표적과 기준 UAV의 상대 운동방정식을 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\mathbf{x}_{k+1} = F_k \mathbf{x}_k + G_k^c \mathbf{u}_k^c + G_k \mathbf{u}_k \quad (8)$$

여기서 샘플링 주기를  $T$ 라 하면,

$$F_k \equiv \begin{bmatrix} I^{3 \times 3} & T \cdot I^{3 \times 3} & \frac{1}{2} T \cdot I^{3 \times 3} \\ 0^{3 \times 3} & I^{3 \times 3} & T \cdot I^{3 \times 3} \\ 0^{3 \times 3} & 0^{3 \times 3} & I^{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad G_k = G_k^c \equiv \begin{bmatrix} \frac{1}{2} T^2 \cdot I^{3 \times 3} \\ T \cdot I^{3 \times 3} \\ I^{3 \times 3} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{u}_k^c \equiv [-\ddot{x}_1 \quad -\ddot{y}_1 \quad 0]^T, \quad \mathbf{u}_k \equiv [u_x^t \quad u_y^t \quad u_d]^T.$$

위의 식에서  $(\ddot{x}_1, \ddot{y}_1)$ 은 항법 시스템에서 제공된 기준 UAV의 가속도,  $(u_x^t, u_y^t)$ 와  $u_d$ 는 표적가속도 및 거리변화를 증분을 모델링하기 위해 도입된 영평균 백색잡음을 의미한다.  $\mathbf{u}_k$ 의 분산은  $Q_k$ 로 가정한다.

## 2.3 의사 최적 강인 순환 선형 추적 필터

식 (6)~(8)로부터 다중 UAV의 거리 차 측정치를 이용한 이동 표적 추적 필터 설계 문제는 불확정 선형시스템 (10)에 대한 강인 상태추정 문제로 귀결됨을 알 수 있다.

$$\Sigma_{\Delta} : \begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = F_k \mathbf{x}_k + G_k \mathbf{u}_k + G_k^c \mathbf{u}_k^c \\ \mathbf{y}_k = [\tilde{H}_k - \Delta H_k] \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \end{cases}, \quad (9)$$

여기서

$$E\{\mathbf{u}_k\} = 0, \quad E\{\mathbf{v}_k\} = 0, \quad E\{\Delta H_k\} = 0, \quad Q_k = \text{var}\{\mathbf{u}_k\}, \quad R_k = \text{var}\{\mathbf{v}_k\},$$

$$W_k = E\{\Delta H_k^T R_k^{-1} \Delta H_k\}, \quad V_k = E\{\Delta H_k^T R_k^{-1} \mathbf{v}_k\}$$

시스템  $\Sigma_{\Delta}$ 는 일반적인 불확정 선형시스템과 다른 특성을 갖고 있다. 즉, 표적 추적 필터 설계 시 가용한 정보  $\tilde{H}_k = H_k + \Delta H_k$ 가 통계적 파라미터 불확실성  $\Delta H_k$  및 측정잡음  $\mathbf{v}_k$ 와 상관성을 가지고 있다. 만일 통계적 파라미터 불확실성의 존재를 무시한 채  $\tilde{H}_k$ 만을 이용하여 공칭 칼만필터(혹은 PLLSE)를 구성하는 경우,  $\tilde{H}_k$ 와  $\Delta H_k$  및  $\mathbf{v}_k$ 간의 상관성으로 인해 표적추적 오차가 급격히 증가할 수 있다. 전술한 문제점을 효과적으로 해결하기 위해서는 거리 차 기반 이동표적 추적 필터 설계 시 최근 개발된 NCRKF 이론이 적용되어야 한다 [4].

(measurement update)

$$P_{k|k}^{-1} = P_{k|k-1}^{-1} + \tilde{H}_k^T R_k^{-1} \tilde{H}_k - W_k, \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = (I + P_{k|k} W_k) \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + P_{k|k} + \tilde{H}_k^T R_k^{-1} (\mathbf{y}_k - \tilde{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) - P_{k|k} V_k$$

(time update)

$$P_{k+1|k} = F_k P_{k|k} F_k^T + G_k Q_k G_k^T, \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = F_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k} + G_k^c \mathbf{u}_k^c$$

NCRKF 기반 이동 표적추적 필터 (10) 및 (11)은  $\tilde{H}_k$ 와  $\Delta H_k$  및  $\mathbf{v}_k$ 의 상관성이 존재하는 상황에서도 의사최적 성능을 보장할 수 있다.

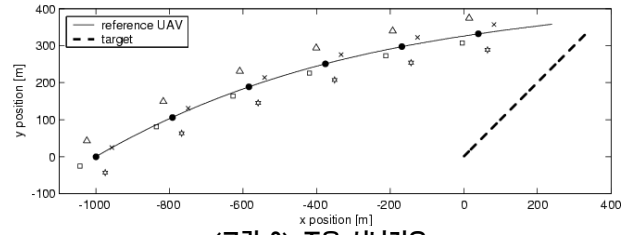
## 3. 모의실험 결과

제안된 거리 차 기반 이동 표적추적 필터의 성능을 검증하기 위해, 그림 2에 도시된 다중 UAV-표적 조우 시나리오에 대한 모의실험을 수행한다. 이때, 거리 차 측정잡음의 표준편차는  $\sigma_j = 0.4[m]$ , 샘플링 주기는

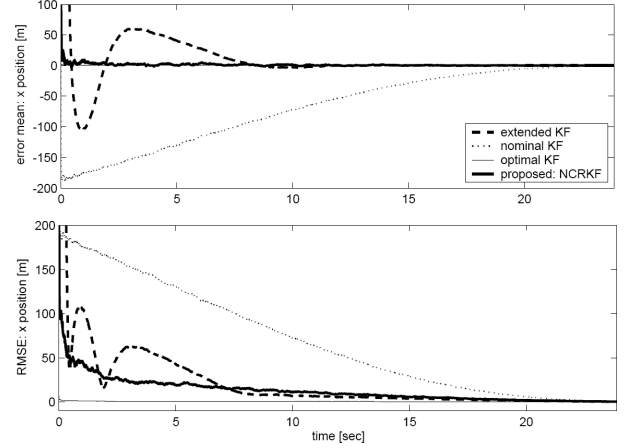
$T=2[ms]$ 로 설정되었다. 성능분석을 위해 확장 칼만필터와  $\tilde{H}_k$ 만을 이용해 구현된 공칭 칼만필터의 표적추적 결과가 함께 제시된다. 최적 칼만필터는 실제 상황에서는 구현 불가능하지만, 표적추적 성능 한계를 가늠하기 위해 비교대상에 포함되었다. 200회 몬테카를로 시뮬레이션 결과는 그림 3 및 그림 4와 같다. 통계적 파라미터 불확실성의 영향으로 인해 급격히 성능이 저하되는 공칭 칼만필터와 달리, 제안된 필터는 평균 추정오차 관점에서 최적 칼만필터에 준하는 성능을 제공한다. 비선형 측정방정식에 기반한 확장 칼만필터가 느린 수렴특성을 보이는 반면, 제안된 선형 강인 표적추적 필터는 장거리에서도 우수한 수렴특성을 갖는다.

## 4. 결 론

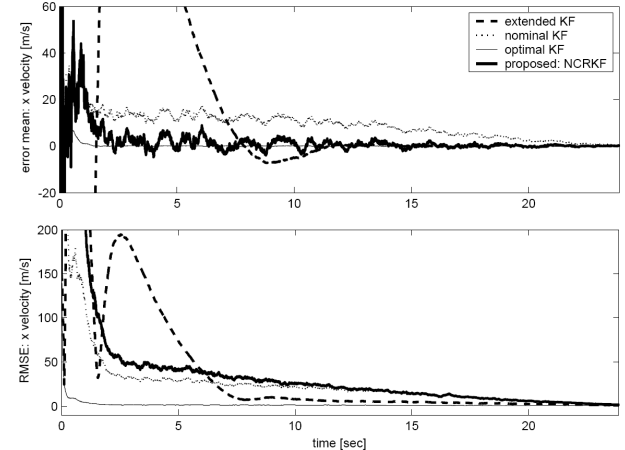
본 논문에서는 다중 UAV에서 획득된 거리 차 측정치를 기반으로 한 순환 선형 강인 이동 표적추적 필터 기법이 제안되었다. 기존의 비선형 표적추적 필터가 가지고 있는 단점들이 필터 구성을 위해 사용된 측정



〈그림 2〉 조우 시나리오



〈그림 3〉 x 축 위치 추정치의 평균오차 및 RMSE



〈그림 4〉 x 축 속도 추정치의 평균오차 및 RMSE

방정식의 비선형성에서 비롯되었다는 점에 착안하여 통계적 파라미터 불확실성을 포함한 선형 측정 방정식을 새롭게 유도하고, 이동 표적추적 문제를 불확정 선형시스템에 대한 강인 상태추정 문제로 재해석하였다. 통계적 파라미터 불확실성으로 인한 성능 저하 문제를 효과적으로 다루기 위해 최근 개발된 NCRKF가 적용되었다. 제안된 표적추적 필터는 순환 선형 필터 구조를 가지므로 기존 비선형 필터의 문제점을 근본적으로 해결할 수 있을 뿐만 아니라, 실시간 다중 UAV 응용 분야에 매우 적합하다는 장점이 있다. 모의실험을 통해 제안된 기법의 성능을 확인하였다.

## [참 고 문 헌]

- [1] Savage, C.O., Cramer, R.L., and Schmitt, H.A. "TDOA geolocation with the unscented Kalman filter", IEEE Int. Conf. Networking, Sensing and Control, pp. 602-606, 2006
- [2] Fletcher, F., Ristic, B., and Musicki, R., "Recursive estimation of emitter location using TDOA measurements from two UAVs", Int. Conf. Information Fusion, 2007
- [3] Cheung, K.W., So, H.C., Ma, W.K., and Chan, Y.T., "A constrained least squares approach to mobile positioning: algorithms and optimality", EURASIP J. Applied Sig. Proc., pp. 1-23, 2006
- [4] Ra, W.S., Whang, I.H., and Park, J.B., "Non-conservative robust Kalman filtering using a noise corrupted measurement matrix", IET Control Theory Appl., vol. 3, no. 9, pp. 1226-1236, 2009