

유한요소법을 이용한 대용량 삼상 변압기의 무부하 정상상태 해석에 관한 연구

윤희성*, 최준호*, 신판석**, 고창섭*
 충북대학교 전기공학과*, 홍익대학교 전기공학과**

Study on No-Load Steady State Analysis of Large-Scale Three Phase Transformer using Finite Element Method

Heesung Yoon*, Junho Choi*, Pan Seok Shin**, Chang Seop Koh*
 Chungbuk National University*, Hongik University**

Abstract - 대용량 삼상 변압기에서 무부하 정상상태에서의 특성을 예측하는 것은 변압기의 설계 과정에서 중요한 과정 중 하나이다. 통상적으로 전기기기의 무부하 정상상태 해석을 위해 시간차분 유한요소법이 사용되어왔다. 대용량 삼상 변압기 또한 이를 이용하여 무부하 정상상태 해석을 수행할 수 있지만, 삼상 변압기의 인덕턴스 성분이 권선 저항에 비해 매우 크기 때문에 정상 상태 도달까지 매우 많은 시간이 소요되어 실제적으로 정상 상태 해석이 불가능하게 된다. 따라서 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 대용량 삼상 변압기의 무부하 정상상태 해석을 효과적으로 수행하기 위한 방법을 제안하고자 한다.

법을 표현하기 위해 정의된 Butcher array를 통해 얻어진다 [1]. Runge-Kutta(RK)법은 Butcher array의 구조에 따라 그 방법이 구분되는데 본 논문에서는 single diagonally implicit RK법을 적용하였다. 식 (2)의 미분 대수방정식을 $\dot{y}=f(y,t)$ 의 형태로 정의하면 다음과 같이 되고,

$$\dot{X}(t) = f(t, X) = C^{-1}(F(t) - KX(t)) \tag{4}$$

식 (3)의 RK법을 식 (4)에 적용하면, 유한요소식은 다음과 같이 표현된다 [2].

$$\left(\frac{C}{\Delta t} + \beta_{ii}K\right)k_i = F(t_n + \alpha_i \Delta t) - K \cdot \left(X_n + \sum_{j=1}^{i-1} \beta_{ij}k_j\right) \tag{5}$$

$$X_{n+1} = X_n + \sum_{i=1}^s \mu_i k_i \tag{6}$$

식 (5)을 풀어 각 stage에서의 k_i 를 구하고, 구해진 k_i 로부터 식 (6)를 이용하여 시간 t_{n+1} 에서의 해 X_{n+1} 를 계산할 수 있다.

1. 서 론

대용량 삼상 변압기의 설계 과정에 있어 무부하 정상상태에서의 특성을 예측하는 것은 중요한 부분 중 하나이다. 이는 정지기와 회전기과 같은 모든 전기기기에서도 중요한 과정 중 하나로, 통상적으로 전기기기의 회로방정식에서의 시간 미분항을 근사화하기 위해 시간차분 유한요소법을 이용한 정상상태 해석이 수행되어왔다. 배전급 삼상 변압기와 같은 대용량 변압기의 경우에도 시간차분 유한요소법을 이용하여 무부하 정상상태 해석을 수행할 수 있지만, 변압기의 인덕턴스 성분이 권선 저항에 비해 매우 크기 때문에 정상상태에 도달하는데 매우 많은 시간이 소요되어 실제적으로 시간차분 유한요소법을 이용한 해석이 불가능하게 된다. 정상상태 해석에 소요되는 시간을 줄이기 위해 시간 간격을 크게 설정할 수도 있으나, 시간차분 유한요소법의 경우 시간 간격의 크기가 해석의 정확도에 크게 영향을 미치기 때문에 시간 간격의 크기를 무조건 크게 설정하는 것은 타당하지 않다.

본 논문에서는 먼저 시간차분 유한요소법에서의 시간 미분항을 효과적으로 근사화하기 위해 Singly diagonally implicit Runge-Kutta법(SDIRK)을 적용하였고 시간 간격의 적응 조절(Adaptive control)을 위해 Embedded 2nd 4th SDIRK법을 유한요소법에 적용하여 대용량 삼상 변압기의 무부하 정상상태 해석을 수행하였다 [1], [2]. 그리고 무부하 정상상태에 도달하는 시간을 단축시키기 위해 삼상 변압기의 권선 저항 조절을 통한 무부하 정상상태 해석법을 제안하고자 한다.

2.2 시간 간격의 적응 조절

RK법은 통상 동일한 Δt 에서 고계 RK법이 더 정확한 해를 주는 것으로 알려져 있다. 그리고 Δt 가 매우 작을 경우, 고계 RK법과 저계 RK법에 의한 결과 사이의 오차가 Δt 가 큰 경우에서의 오차에 비해 작게 나타날 것으로 예상할 수 있다. 이 가정을 기본으로 하여, 본 논문에서는 4계 RK법과 2계 RK법에 의한 결과 사이의 오차를 계산하여, 그 오차 크기에 따라 자동으로 Δt 의 크기를 조절하는 방법을 사용하였다. 4계 RK법과 2계 RK법을 효율적으로 계산하기 위해 본 논문에서는 Embedded 2nd 4th order SDIRK법을 사용하였다 [1].

본 논문에서는 Δt 의 크기를 조절하기 위한 오차를 다음과 같이 4계

2. 적응 시간차분 유한요소법

2.1 SDIRK법을 이용한 시간차분 유한요소법

전압원 문제를 고려한 전기기기의 자체해석 시, 지배방정식과 회로방정식은 일반적으로 다음과 같이 정의된다 [2].

$$\nabla \times \nu(\nabla \times A) = J_0 \tag{1}$$

$$V(t) = RI(t) + d\lambda(t)/dt$$

식 (1)의 지배방정식에 Galerkin's method를 적용하여 회로방정식과 결합하면, 유한요소식은 다음의 미분 대수방정식으로 표현된다 [1].

$$C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t) \tag{2}$$

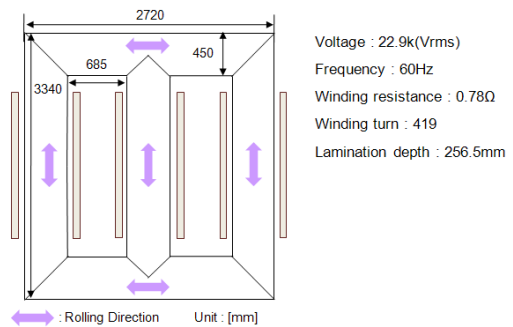
여기서 t 는 시간, X 는 벡터포텐셜(A)과 전류(I)를 포함한 미지수 벡터, C 와 K 는 계수 행렬, F 는 포싱 벡터(Forcing vector)를 나타낸다.

미분방정식이 $\dot{y}=f(y,t)$ 로 정의될 때, t_{n+1} 에서의 해는 s-stage Runge-Kutta법은 이용하여 다음과 같이 정의된다 [1].

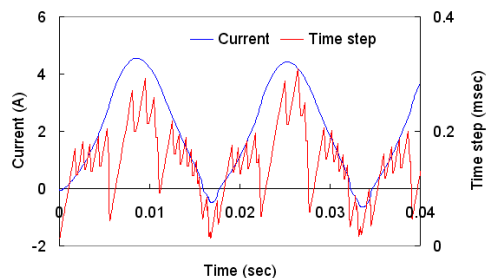
$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=1}^s \mu_i k_i \tag{3}$$

$$k_i = f\left(t_n + \alpha_i h, y_n + h \sum_{j=1}^{i-1} \beta_{ij} k_j\right), \quad i = 1, 2, \dots, s$$

여기서 h 는 시간간격 Δt 를 나타내고, 계수 $\alpha_i, \beta_{ij}, \mu_i$ 는 Runge-Kutta



<그림 1> 3MVA급 배전용 삼상 변압기의 제원



<그림 2> A상 무부하 전류와 시간차분에 사용된 시간 간격의 변화

SDIRK법과 2계 SDIRK법에 의해 계산된 결과를 이용하여 정의하였다.

$$Error = \left\{ \sum_{i=1}^N (X_{4th} - X_{2nd})^2 / \sum_{i=1}^N X_{4th}^2 \right\}^{1/2} \quad (7)$$

여기서 X_{4th} 와 X_{2nd} 는 4계와 2계 SDIRK법에 의해 계산된 결과를 나타낸다.

그림 1은 해석에 사용된 3MVA급 배전용 삼상 변압기 모델의 제원을 나타낸 것이다. 그림 2는 SDIRK법을 이용하여 그림 1의 삼상 변압기에서 무부하시 A상 권선에 흐르는 과도 전류 파형과 시간 차분에 사용된 시간 간격 Δt 의 변화를 나타낸 것이다. 일정한 시간간격이 사용되지 않고 전류 파형의 형태에 따라 자동적으로 시간 간격이 조절되는 것을 확인할 수 있다.

그림 3은 A상에 흐르는 무부하 전류를 2초까지 계산한 것으로 정상상태에 도달하지 않은 것을 볼 수 있다. 전류가 감소하는 형태로 볼 때 정상상태에 도달하기까지 수십 또는 수백초가 걸릴 것으로 예상되는데, 이를 시간차분 유한요소법을 이용하여 계산할 경우 매우 많은 시간이 소요되기 때문에 실제로 정상상태 해석을 수행하는 것이 불가능에 가깝게 된다. 따라서 정상상태 해석에 도달하는 시간을 단축시키기 위한 방법이 필요하다.

3. 권선 저항의 가변을 통한 무부하 정상상태의 해석

그림 4는 1차측 권선 저항의 크기 변화에 따른 삼상 변압기 모델의 정상상태 무부하 전류 파형을 비교한 것으로, 권선 저항은 원래 권선 저항의 10, 100, 1000, 10000배로 변화시켰다. 여기서 무부하 전류 파형은 PSIM 시뮬레이터 툴을 이용하여 계산되어졌고, 변압기의 인덕턴스는 등가자기회로법을 이용하여 근사적으로 계산되어졌다. 전류 파형을 보면 권선저항이 1000배가 되었을 경우 전류의 크기 및 위상이 거의 변화하지 않는 것을 볼 수 있고, 10000배가 되었을 때 전류의 위상이 변화하는 것을 확인할 수 있다. 그림 5는 권선 저항의 가변에 따른 정상상태 도달에 걸리는 시간을 비교한 것으로, 1000배 이전의 권선 저항의 경우 정상상태에 도달하는 시간이 수십 초 이상이 소요되기 때문에 유한요소 해석에 이를 적용하는 것이 타당하지 않다. 본 논문에서는 그림 4와 그림 5의 결과를 바탕으로 초기 권선 저항의 값을 1000배의 권선 저항값으로 설정하여 시간차분 유한요소법의 수행을 시작하였고, 순차적으로 권선저항의 값을 100배, 10배, 1배로 감소시켜 원래의 권선 저항값으로 도달하도록 권선 저항의 값을 조절하였다.

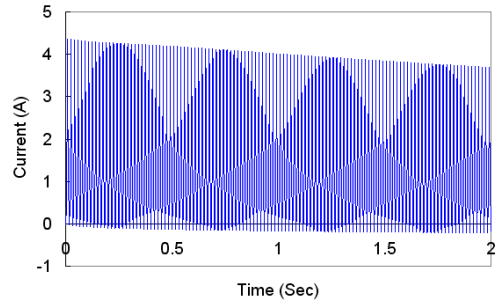
그림 6은 시간차분 유한요소 해석동안 권선 저항의 가변에 따른 A상 권선의 무부하 전류를 나타낸 것이다. 초기 시간에는 1000배의 권선 저항을 이용하여 계산이 수행되어졌는데 그림 3의 전류 파형과는 달리 과도상태가 빠르게 사라지는 것을 볼 수 있다. 정상상태에 거의 도달하였을 경우 권선 저항을 100배의 권선저항으로 변경하여 다시 정상상태에 도달할 때 까지 해석을 수행하였으며, 권선 저항이 원래의 값으로 도달할 때까지 이러한 과정을 반복하여 해석을 수행하였다. 최종적으로 약 2 초정도에서 정상상태 영역에 도달하였으며, 이를 그림 3의 결과와 비교하였을 때 정상상태에 도달하는 시간이 매우 크게 감소하였음을 볼 수 있다. 그림 7은 최종적으로 얻어진 각 상에서의 정상상태 무부하 전류 파형을 나타낸 것이다.

3. 결 론

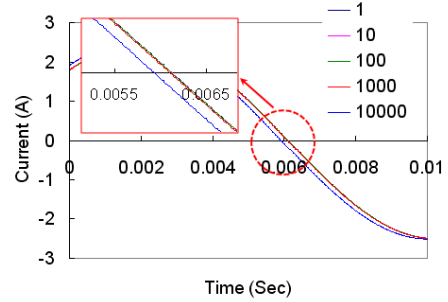
본 논문에서는 대용량 삼상 변압기의 효과적인 무부하 정상상태 해석을 위한 연구를 수행하였다. SDIRK법을 적용한 적응 시간차분 유한요소법을 통해 시간 차분에 사용되는 시간 간격을 해석의 정확도를 고려하여 자동적으로 조절하였다. 그리고 제안된 권선 저항 가변법을 통하여 대용량 삼상 변압기의 무부하시 정상상태에 도달하는 시간을 크게 감소시킬 수 있었다. 본 논문에서 제안된 SDIRK법을 적용한 적응 시간차분 유한요소법과 권선 저항 가변법이 대용량 삼상 변압기의 설계 과정에 적용된다면, 정상상태의 해석에 소요되는 시간을 크게 단축시켜 설계 결과의 타당성 검증을 효과적으로 수행할 수 있을 것으로 기대된다.

[참 고 문 헌]

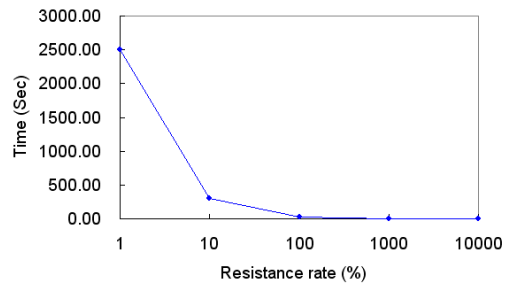
- [1] H. Wang, S. Taylor, J. Simkin, C. Biddlecombe, and B. Trowbridge, "An adaptive-step time integration method applied to transient magnetic field problems," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 37, no. 5, pp. 3478-3481, Sep. 2001.
- [2] 윤희성, 고창섭, "전압원 문제 해석을 위한 Singly diagonally implicit Runge-Kutta법을 이용한 적응 시간차분 유한요소 해석," 2010년도 대한전기학회 전기기기 및 에너지변환시스템부문회 추계 학술대회 논문집, pp. 225-227, 2010.10.21-23.



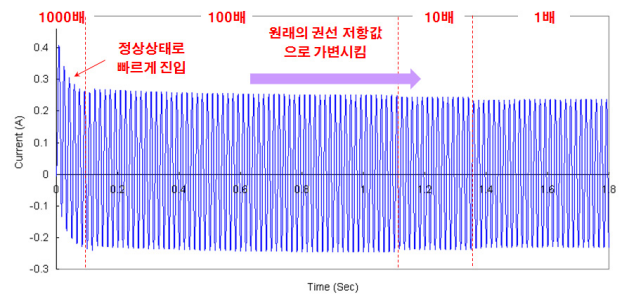
<그림 3> 무부하시 A상 권선에서의 과도 전류



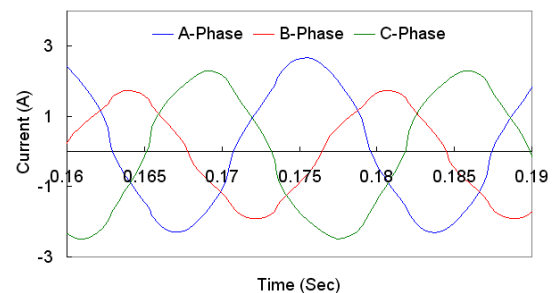
<그림 4> 권선 저항 가변에 따른 정상상태 무부하 전류파형의 비교



<그림 5> 권선 저항 가변에 따른 정상상태 도달 시간의 비교



<그림 6> 권선 저항 가변과 시간차분 유한요소법을 통해 계산된 A상 권선의 무부하 전류 파형



<그림 7> 제안된 방법을 이용하여 계산된 각 상에서의 정상상태 무부하 전류 파형