수상 및 수중운동체의 로버스트 안정성 해석 및 안정화에 관한 연구

† 김영복 · 지상원* · Bui Van Phuoc**

† 부경대학교 기계시스템공학과 교수, * 부경대학교 기계시스템공학과 Post-Doc, **부경대학교 대학원 제어기계공학과

요 약 : 본 논문에서는 수상 및 수중운동체의 안정성 및 안정화기법에 관해 고찰한다. 선박이 운동을 하게 되면 부가질량이 변하게 되고 대칭인 시스템행렬이 비대칭이 된다. 비대칭성에 따라 시스템의 안정성해석방법도 달라지는데 예를 들어 가속도 피드백을 통해 비대칭요소를 제거하여 대칭으로 변환시키는 것이 가장 대표적인 해석 및 안정화 기법이다. 시스템 모델자체는 어디까지나 모델이기 때문에 대상시스템을 명확하게 수식으로 표현할 수 없으므로 피드백에 의한 비대칭요소를 소거시키는 방법은 타당하지 못하다. 따라서 본 논문에서는 대칭행렬이 비대칭행렬로 변하는 제약에 구애받지 않는, 보다 일반성을 갖는 안정성해석법을 제안한다.

핵심용어 : 안정성, 안정화 가능성, 수상 및 수중운동체, 관성행렬, 비대칭, 2차 안정화

1. 서 론

상태방정식으로 표현된 선형 시스템의 로버스트 안정화의 대표적인 것으로 2차 안정화 기법이 있다. 이것은 안정성 평가를 위해 대상시스템에 존재하는 불확실성과는 독립인 2차형식의 Lyapunov 함수를 도입하는 방법이다. 이것으로부터 구조적인 불확실성이 존재하더라도 제어대상의 로버스트 안정성을 보장할 수 있다는 것이 특징이다. 그러나 일반적으로 상태방정식은 시스템의 물리적 특성을 그대로 보존할 수 있는 표현법이 아니다. 즉, 동적모델로부터 상태방정식으로 변환시키는 과정을 통해 물리파라미터들이 뒤섞여 버리기 때문이다. 그래서 물리파라미터에 나타나는 불확실성을 다룰 때는 여러 가지 불합리한 부분이 당연히 수반되게 된다. 모든 시스템을 일반적인 상태방정식으로 표현이 가능하지 않다는 것을 의미하거나 상태방정식 표현법이 항상 유용하지 않다는 의미가 강하게 포함되어 있다. 예를 들어 일반적으로 다음과 같이 표현되는 선박을 포함한 수상 및 수중운동체를 고려하자.

$$\mathrm{M}\dot{\nu} + \mathrm{C}(\nu)\nu + \mathrm{D}(\nu)\nu + g(\eta) = \tau + w$$

여기서 행렬 M 은 시스템의 관성행렬로 질량 및 관성모멘트 항으로 구성된다. 특히 운동체가 운동함에 따라 부가질량 항이 포함되는데 이것은 운동체의 운동속도에 따라 대칭행렬 M 의 대칭성이 보장되지 않게 된다. 저속영역에서는 이 행렬은 대칭이기 때문에 일반적인 안정성해석 및 안정화기법을 적용할 수 있으나, 저속영역이외의 경우는 대칭성이 보존되지 않으므로, 다른 방법으로 안정성을 평가하고 안정화시키는 방안을 고려해야 한다. 그 대표적인 것이 가속도 피드백(acceleration feedback)인데, 이 방법은 대칭구조를 깨뜨리는 요소를 피드백 이득을 통해 제거하여 원래의 대칭행렬특성을 복원시킴으로써 시스템의 안정성을 확보하는 방법이다. 그러나 부분적인 정보를 이용하고 계산을 통해 구축된 모델은 어디까지나 모델에 지나지 않는다. 즉, 모델로서 표현된 수식이 실제 시스템과 완전하게 일치할 수 없다. 부정확한 모델의 일부 요소(비대칭요소)를 피드백으로 완전하게 소거시키는 것은 원천적으로 불가능하다는 것을 의미한다. 결국 Fossen(2002) 등에서 제안하는 해석법과 안정화 기법은 불합리한 부분이 적지 않음을 의미한다. 따라서 본 논문에서는 보다 일반적인 안정성 이론으로 이 문제를 다루고자 한다. 본 논문에서 제안하는 방법은 시스템 표현에서 물리적 특성을 적극적으로 표현하는 기법을 도입한다. 즉, 자연스럽게 표현된 수상 및 수중운동체 시스템에 대한 안정성 해석 및 안정화 기법에 대해 고찰한다. 이를 위해 본 논문에서는 descriptor 형식으로 표현된 시스템의 로버스트 안정화 가능조건을 2차 안정화법으로 제시한다. 대상으로 하는 것은 시스템 행렬에 불확실성을 포함하는 경우이다. 특히 수상 및 수중운동체 안정성해석문제에 있어서의 불합리한 부분을 제시하고 이 문제를 해결할 수 있는 방안을 descriptor 시스템 해석방법을 이용하여 제안한다. 본 논문에서는 2차 안정성해석법에 대해서만 다룬다.

2. 2차 안정성 해석법의 적용

본 장에서는 선박모델에 대한 2차 안정성 해석법에 대해 논의한다. 2차 안정성의 기본개념은 불확실성을 고려하지 않는 2차 형식의 Lyapunov 함수가 존재하는가의 여부로 안정성을 보증하는 것이다.

† 교신저자 : 정회원, kpjiwoo@pknu.ac.kr 051)629-6197
* 비회원 : realpneumatic@gmail.com, 051)629-6196
**학생회원 : phuocpknu@gmail.com, 051)629-6197

본 논문에서는 식 (1)과 같이 표현되는 선박운동모델에 대한 2차 안정성 조건을 제안한다.

$$\mathrm{M}(I+\Delta \mathrm{M}_R)\dot{\nu} = (\mathrm{n}+\Delta \mathrm{n}+\mathrm{K})\nu \tag{1}$$

이때 2차 안정성은 다음과 같이 정의된다.

[정의 1] 식 (1)의 descriptor 시스템(불확실성을 포함)에 대해 행렬 $\mathrm{P} \in \Pi$와 정수 $\alpha > 0$가 존재하고, 2차 형식의 다음 식

$$V(\nu) = \nu^T \mathrm{M}^T \mathrm{P} \mathrm{M} \nu \tag{2}$$

의 시간미분인 $\dot{V}(\nu)$가 어떤 허용된 범위의 불확실성 $\Delta\mathrm{M}$, $\Delta\mathrm{n}$ 과는 독립적으로 아래 식 (3)의 조건을 만족하게 되면 식 (1)의 시스템은 2차 안정하다고 한다.

$$\dot{V}(\nu) \le -\alpha \|\mathrm{M}\nu\|^2 \tag{3}$$

여기서 $\mathrm{M}\nu \neq 0$가 되는 ν에 대해 $\nu^T \mathrm{MPM}\nu > 0$를 만족하는 $n \times n$의 정수의 대칭행렬 P 전체를 Π라 둔다.

위의 결과를 바탕으로 하여 식 (1)과 같이 불확실성을 고려한 시스템의 안정성 문제에 대해 고찰한다. 정의 2로부터 식 (1)로 나타내어진 시스템에 대한 2차 안정성 조건은 다음 식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(\nu) &= \dot{\nu}\mathrm{M}^T \mathrm{P} \mathrm{M}\nu + \nu^T \mathrm{M}^T \mathrm{P} \mathrm{M} \dot{\nu} \\ &= \nu^T (I+\Delta \mathrm{M}_R)^{-T} (\mathrm{n}+\Delta\mathrm{n}+\mathrm{K})^T \mathrm{PM}\nu \\ &\quad + \nu^T \mathrm{M}^T \mathrm{P}(\mathrm{n}+\Delta\mathrm{n}+\mathrm{K})^T (I+\Delta\mathrm{M}_R)^{-1}\nu \\ &\le -\alpha \nu^{\mathrm{T}} \mathrm{M}^{\mathrm{T}} \mathrm{M} \nu \end{aligned} \tag{4}$$

즉, 다음 행렬부등식

$$\begin{aligned} &\{(\mathrm{n}+\Delta\mathrm{n}+\mathrm{K})^T \mathrm{P}(\mathrm{M}+\Delta\mathrm{M}) \\ &\quad + (\mathrm{M}+\Delta\mathrm{M})^T \mathrm{P}(\mathrm{n}+\Delta\mathrm{n}+\mathrm{K})\} \\ &\quad + \alpha(\mathrm{M}+\Delta\mathrm{M})^T(\mathrm{M}+\Delta\mathrm{M}) \le 0 \end{aligned} \tag{5}$$

을 만족하는 행렬 K, $\mathrm{P} \in \Pi$와 정수 α가 존재하면 식 (1)은 2차 안정하다. 계산의 편의를 위해서는 처음부터 피드백 이득 K를 적절하게 치환하여 해석하는 것이 효율적일 수도 있다.

3. 결론

본 논문에서는 2차 안정화 기법 및 안정성 해석법을 이용하여 수중 및 수상 운동체의 안정성 문제에 대한 새로운 해석방법을 제안하였다. 수상 및 수중 운동체는 근본적으로 다양한 비선형성을 포함한 대표적인 비선형 시스템이다. 여러 가지 방법으로 신뢰성 높은 모델을 구축하였다 하더라도, 예측하기 어려운 해상환경 등, 운항조건변화에 따라 수반되는 불확실성을 시스템에 모두 반영하여 표현하는 것이 거의 불가능하다. 특히 운항속도에 따라 시스템 행렬의 특성이 변하는 것도 선박 등의 수상 및 수중 운동체가 갖는 대표적인 특징 중의 하나이다. 예를 들어 시스템 행렬의 대칭적 구조가 운동체의 운항속도에 따라 변하게 되므로 이에 따른 안정성 해석에 주의를 기울여야 한다. 대칭행렬과 비대칭 행렬을 분리하여 표현하고, 단순 피드백에 의해 비대칭 행렬을 소거하는 방법이 가장 대표적인 대안으로 제안되어 있으나, 이것은 시스템 행렬이 명확하게 표현되어 있다는 조건에서나 적용이 가능하다. 즉, 어떠한 방법으로도 시스템 행렬의 일부 혹은 전부를 완전하게 대치 혹은 소거할 수 없다. 따라서 보다 일반성을 고려한 안정성 해석법을 도입하여 해석하고 평가하는 것이 당연하다. 따라서 본 논문에서는, 제어대상을 descriptor 형식으로 표현하고, 시스템 행렬의 일부 혹은 전부가 대칭성을 가져야 한다는 제약조건을 갖지 않는 일반적인 안정성 해석법을 제시하였다. 기본적으로는 시스템 행렬에서 명확하게 계산되고 추정되는 부분과, 불명확한 변수를 포함한 모든 불확실성을 별도로 분리하여 표현하였다. 불확실성을 나타내는 행렬을 피드백 이득으로 소거하는 것이 아니라 그 표현 그대로 시스템의 안정성을 해석하는 일반적인 방법을 제시하였다. 이것은 해당 행렬이 대칭성을 보존해야 하는 제약에 독립적이다. 또한 비대칭성을 소거해야 하는 제약 때문에 제어기 설계 시에 발생하는 문제를 근원적으로 해결할 수 있다.

후 기

이 논문은 2011년 국토해양부의 재원으로 한국해양과학기술진흥원의 지원을 받아 수행된 연구임(해양플랜트 거주용 부선의 계류 위치 제어시스템 개발)

참고문헌

[1] Cobb, D.(1981), "Feedback and pole Placement in Descriptor Variable Systems", International Journal of Control, Vol. 33, No. 6, pp. 1135-1146.

[8] Fossen, T. I., Lindegaard, K. P. and Skjetne, R.(2002), "Inertia Shaping Techniques for Marine Vessels using Acceleration Feedback", Proceedings of the IFAC World Congress, Elsevier Scinece, Barcelona.

[9] Fossen, T. I.(2002), "Marine Control Systems", Marine Cybernetics.