

신뢰성에 기반한 구조물 의사결정 방법

Reliability - Based Decision Analysis for Structures

김이현†
Leehyeon Kim

김동근*
Donggeun Kim

한서연**
Seoyeon Han

ABSTRACT

It has regarded an attempt to design and construct more safe structures as challenges such as fate. In order to operate public facilities safely, It can be taken how to improve the resistance to applied load by increasing the cross-section of structural members or by installing reinforcement. But inevitably such a way is accompanied by an increase of construction cost or maintenance cost.

To make a cost-effective construction, Reliability-based decision analysis which can judge the adequacy of investment is suggested using statistical data of the load, resistance and the maintenance cost.

1. 서론

보다 안전한 구조물을 설계하고 건설하려는 노력은 매우 오래전부터 많은 건설공학자와 엔지니어에게 숙명과도 같은 당면과제로 여겨지고 있다. 대중이 이용하는 시설물을 안전하게 운영하기 위해서는 구조적으로 부재의 단면을 키우거나 보강재를 설치하여 작용하중에 대한 저항력을 향상시키는 방법을 취할 수 있다. 그러나 이와 같은 방법은 필연적으로 건설비 또는 유지관리비용의 증가를 수반한다. 비용효율적인 구조물을 만들기 위해서 하중과 저항의 통계데이터 그리고 유지관리비용 데이터를 사용해서 신뢰성에 기반한 비용투자의 적정성을 판단할 수 있는 의사결정 방법이 필요하다

2. 한계상태 함수

‘안전의 여유’에 관한 일반적 개념은 극한한계상태와 연관되어 있다. 예컨대, 보의 파괴모드는 하중으로 발생하는 모멘트가 저항모멘트를 초과할 때 생긴다. R 을 저항(저항모멘트), Q 를 하중효과(보에 작용되는 총모멘트)라고 또는 R 을 공급(용량)으로 Q 를 수요(하중효과)항으로 표현할 수 있다. 이와 같은 파괴모드에 대한 성능함수 또는 한계상태 함수를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$g(R, Q) = R - Q \quad (1)$$

한계상태는 원하는 상태와 그렇지 않은 상태의 경계에 상응하는 $g = 0$ 을 의미한다. 만약 $g \geq 0$ 이면 그 구조는 안전한 상태(의도된 상태)이나, $g < 0$ 이면 그 구조는 안전하지 못한(의도되지 않은 상태)상태가 된다. 파괴확률 P_f 는 원하지 않는 즉, 구조적인 측면에서는 파괴가 발생할 확률과 같다. 수학적으로 이것을 식으로 표현하면 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$P_f = P(R - Q < 0) = P(g < 0) \quad (2)$$

3. 비용할당의 개념

건설현장에서 어느 공법을 채택하면 안전하고 경제적인 수 있는가 하는 판단은 발주자, 설계 및 시공 기술자 뿐만 아니라 완공된 시설물을 이용하는 사용자 측면에서 매우 중요하고 신중한 의사결정이 필요한 문제이다. 구조물이 외부의 충격이나 설계 및 시공상의 결함으로 기능을 상실한다면 본래의 기능을 회복시키기 위한 보수, 보강, 부재의 교체 혹은 재시공 등에 대한 논의가 필요하고 적절한 조치가 취해져야 한다. 이와 같은 모든 행위는 필연적으로 비용이 발생되고 예산은 한정되어 있기 때문에 의사결정자에게 합리적인 판단을 위해 여러 가지 확률적인 분석이 요구된다.

구조물의 손상과 파괴는 여러 가지 원인으로 나타날 수 있다. 발생가능한 파괴확률을 P_{fi} 라 하고 해당 비용을 C_i 라 한다면 기대비용 C_E 는 아래의 식으로 나타낼 수 있다.

$$C_E = \sum_{i=0}^k P_{fi} C_i \quad (3)$$

4. 신뢰성에 기초한 의사결정

산간 또는 해안과 같은 원거리 지역 혹은 철도의 전신주와 같이 전력을 공급하기 위한 지지 구조물을 아래와 같은 2개의 대안에 대해 종류를 고려할 수 있다.

대안 1 : 그림 1과 같이 원형 지주로만 안전하게 지지된 구조 (Φ 267.4 mm, $t=6.0$ mm)

대안 2 : 그림 2와 같이 대안1의 구조에 직경이 20 mm 인 케이블로 지지된 구조

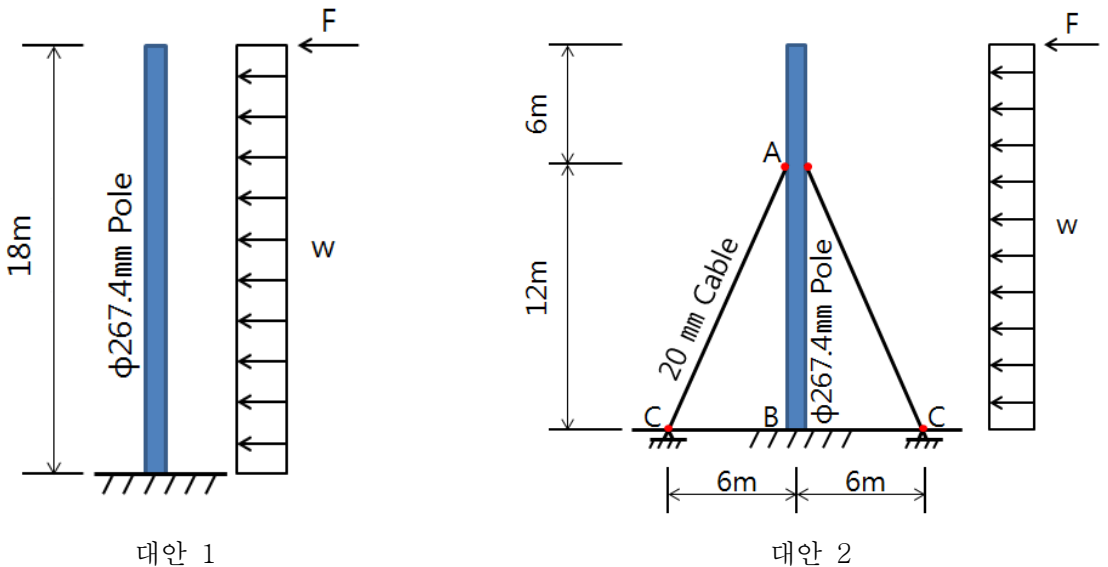


그림 1. 송전선지지 구조물

전신주 (Φ 267.4mm, $t=6.0$ mm)의 단면계수는 315 cm^2 이고 이것의 항복강도는 정규분포를 이루고 평균이 280MPa, 분산이 28MPa일 경우 $N(900\text{MPa}; 90\text{MPa})$ 와 같이 표기한다. 케이블의 극한강도는 $N(1400\text{MPa}; 165\text{MPa})$ 라고 가정한다. 전신주의 임계하중은 25년간의 공용수명 중 최대풍하중이고 이 하중은 바람에 의해 송전선에 발생하는 집중하중 F 와 전신주에 작용하는 등분포 하중 w 로 구성된다. 전신주는 150m의 등간격으로 세워져 있고 최대하중은 아래와 같은 통계를 가지고 있다고 가정한다.

풍하중	Mean	c.o.v	Distribution
F	3100 N	0.35	Type I Extreme
w	266 N/m	0.35	Type I Extreme

케이블에 대한 추가비용은 재료비와 설치비를 포함해서 전신주 한 본당 150만원이 든다. 대안1과 대안2의 경우 전신주에 손상이 발생되어 유지보수 혹은 교체할 경우 각각 본당 300만원과 400만원이 소요된다. 이와 같은 문제가 발생할 경우 불가피하게 일시적인 정전이 발생되어 각각의 대안에 추가적으로 1,000만원의 손실이 발생된다.

4.1 대안1에 대한 신뢰성

대안1에 대한 전신주의 최대 모멘트는 지점부에서 일어나고 식 (4)과 같이 표현할 수 있다.

$$M = 18F + \frac{(18)^2}{2}w \quad (4)$$

F 와 w 는 완전한 상관관계가 있는 것으로 가정하는 것이 합리적이므로 M 은 평균 9889 kN-cm 와 $cov=0.35$ 를 갖는 정규분포를 나타내는 것으로 가정한다.

전신주의 항복에 대해서 성능함수(performance function)는 아래와 같다. 여기서 Y 는 전신주의 항복 강도이다.

$$g_1(X) = 315Y - M \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial Y'}\right)_* = 315\sigma_Y, \quad \left(\frac{\partial g}{\partial M'}\right)_* = -\sigma_M^N \quad (6)$$

첫 번째 반복에서 아래와 같이 대입하고

$$y^* = \bar{Y} = 280MPa, \quad m^* = \bar{M} = 9889KN-cm \quad (7)$$

표 1.에 4번의 반복에 대한 계산값을 나타내었다. 여기에서 전신주의 파괴확률을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$p_{F_1} = \Phi(-1.373) = 0.085 \quad (8)$$

표 1. 대안1의 파괴에 대한 반복계산

Iteration No.	Variable x_i	Assumed Failure Point x_i^*	$\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_*$	$\alpha_{x_i}^*$	New x_i^*
1	Y	90	2835	0.634	90-5.703 β
	M	9889	-3461	-0.77	9889+2677.588 β
Failure equation : 315 (90-5.703 β)-(9889+2677.588 β)=0; β =4.126					
2	Y	66.470	2093.795	0.274736	90-1.826 β
	M	20936.73	-7327.85	-0.96	9889+7045 β
Failure equation : 315 (90-1.826 β)-(9889+7045 β)=0; β =2.422					
3	Y	62.047	1954.472	0.145384	90-0.902 β
	M	38001.84	-13300.6	-0.99	9889+13159 β
Failure equation : 315 (90-0.902 β)-(9889+13159 β)=0; β =1.373					
4	Y	60.808	1915.458	0.097145	90-0.591 β
	M	56069.6	-19624.4	-1	9889+19531 β
Failure equation : 315 (90-0.591 β)-(9889+19531 β)=0; β =1.373					

4.2 대안2에 대한 신뢰성

대안2에 대한 신뢰성은 분명히 대안1에 비해서는 양호하다. 풍하중 F와 w에서 케이블의 장력은 아래와 같다.

$$T = 2.24F + 670.82w \quad (9)$$

여기서, 전신주의 지지점에 작용하는 최대 적용 모멘트는 아래와 같다.

$$M_B = 18F + 162w - \frac{12}{\sqrt{5}}T \quad (10)$$

앞에서와 같이 F와 w는 완전한 상관관계가 있는 것으로 가정하면 T와 M_B는 평균 8.728kN, 5204.19 kN-cm 를 갖는 정규분포를 나타내고 cov는 0.35 로 가정한다.

대안2에 대한 파괴는 (i) 전신주 지점부과 항복한 후 케이블이 파단되는 경우 (ii) 케이블이 파단된 후 전신주의 지점부가 항복하는 경우로 생각할 수 있다. 그러나 M_B가 작기 때문에 ($\overline{M_B}$ =5204.19 kN-cm) 케이블이 파단되기 전에 전신주가 파괴될 가능성은 매우 희박하다. 그렇기 때문에 첫 번째 가정의 파괴모드는 무시하고 두 번째 파괴모드 케이블에 대한 성능함수(performance function)는 아래와 같다.

$$g_2(X) = \frac{\pi}{4}(2)^2C - T \quad (11)$$

여기서 C는 케이블의 극한강도이고 N(1400 MPa; 165 MPa)로 가정한다. 반복적인 신뢰성 해석에 의해 $\beta=1.97$ 을 얻을 수 있고 아래와 같이 파괴확률을 구할 수 있다.

$$p_{F_2} = \Phi(-1.97) = 0.0244 \quad (12)$$

케이블의 파단 시 전신주 파괴의 조건부 확률은 0.085 이다 (대안1과 같음). 그러므로 2번째 모드에서 파괴확률은 아래와 같다.

$$p_F = 0.0244 \times 0.085 = 2.074 \times 10^{-3} \quad (13)$$

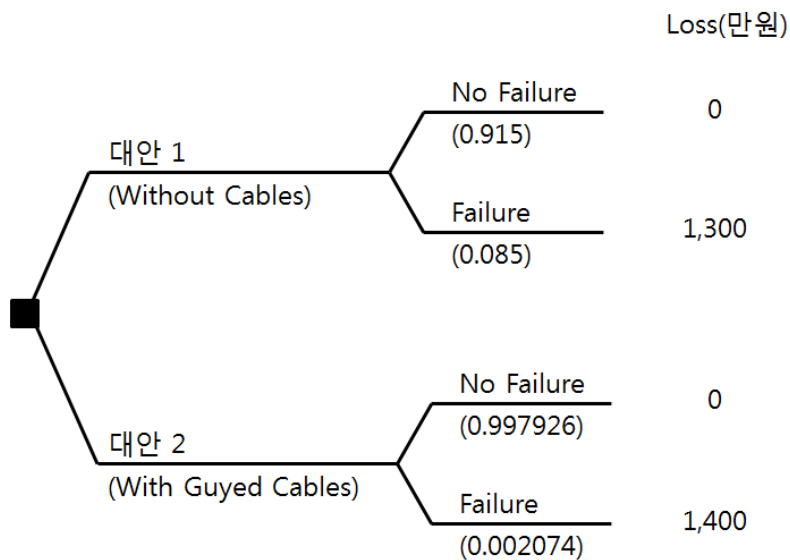


그림 2. 전신주 지지구조물의 의사결정 트리

5. 결론

두 개의 대안에 대해 바람직한 방법을 선택하기 위한 의사결정 분석이 필요하다. 분석에 사용된 의사결정수는 표2와 같다. 각대안에 대한 기대 총손실비용은 아래와 같다.

System	Expected Loss
A	111 만원
B	153 만원

표 2에 나타난 바와 같이 최소 기대 손실비용이 적게 나타난 대안1의 경우가 바람직하다. 추가비용을 들여 케이블로 지지해 신뢰성을 높인 대안1은 비용효율적 (Cost-effective)인 방법이 되지 못한다.

그러나, 파괴로 인한 피해가 더욱 심각할 경우 즉, 총손실비용이 18,100만원을 초과할 경우 추가비용을 들여 케이블을 설치한 대안2가 비용효율적인 대안이 된다.

참고문헌

1. 조 효남외 (2011), *공학확률통계* (2판), 구미서관
2. 조 효남외 (2008), *구조신뢰성공학*, 구미서관
3. James M. Gere, Goodno, Barry J. (2008), *Mechanics of Materials*, (6/E), Cengage Learning
4. Ang, A. H-S. and Tang, W.H. (1984). *Probability Concepts in engineering Planning and Design*, Vol. II, John Wiley & Sons, New York.
5. Kim L., Cho H-N., C. Cho “Life Cycle Performance-based Optimal Cost Allocation Methodology for Railroad Bridge Networks” , Proceedings of the 10th International Conference on Structural Safety and Reliability(ICOSSAR 2009), pp.2033-2040.
6. Nowak, A. S. and Collins, K. C. (2000). *Reliability of Structures*, McGraw-Hill Higer Education.
7. Liu, M. and Frangopol, D. M. (2005). “Multiobjective maintenance planning optimization for deteriorating bridges considering condition, safety and life-cycle cost” , *Journal of Structural Engineering*, 131(5), pp.833-842.