

휠셋의 동역학 모델링 및 해석에 관한 연구

A Study on Dynamic Modeling and Analysis of a Wheelset

강주석†
Juseok Kang

ABSTRACT

The accuracy of wheel-rail contact analysis is mainly determined by the methods to find wheel-rail contact points and to calculate contact forces. The 2-dimensional approach which calculates contact points based on the profile curves of the wheel and rail has advantage of reducing calculation time but shortage of approximating the solutions when comparing with 3-dimensional analysis. In this analysis, wheelset dynamic behaviors calculated by the approach based on the 2-dimensional wheel-rail curves are compared with those by the 3-dimensional wheel-rail surfaces. Yaw angle and lateral displacement of wheelset center are compared when negotiating a curve.

국문요약

휠-레일 접촉해석의 정밀도는 휠과 레일의 접촉 위치 분석 방법 및 접촉력 계산 방법에 따라 결정된다. 휠과 레일의 형상을 2차원 곡선접촉으로 가정하여 휠-레일 접촉 위치를 찾는 방법은 계산시간이 짧은 장점이 있지만 3차원 곡면으로 가정한 경우에 비해 근사화된 해를 가지는 단점이 있다. 본 연구에서는 2차원 곡선 접촉 해석에 기인한 방법과 3차원 곡면으로 가정한 방법에 대한 휠셋의 동특성 해석 결과를 비교하고자 한다. 곡선 주행시 휠셋 중심에 대해 요 각도 및 횡변위 등의 해석결과를 비교하고자 한다.

1. 서론

철도차량 동역학 모델의 최소단위는 휠셋이다. 휠셋은 좌우 휠과 이를 연결하는 축으로 구성되며 레일과 접촉하며 주행한다. 휠셋은 레일의 접촉점에서, 접촉 기하학에 의해 계산되는 접촉 수직력 및 크리피지 힘에 의한 외력과 휠셋의 관성력의 균형으로 동적 거동이 결정된다. 그러므로 휠셋의 운동을 정확하게 예측하기 위해서는 일반적인 강체 동역학과는 별도로 접촉 역학에 대한 세밀한 분석이 요구된다 [1][2].

일반적인 강체의 동역학 해석은 일반좌표계로 카티지안 좌표계를 이용한다. 일반적인 강체간의 구속 조건은 접촉위치가 변하지 않으므로 비교적 쉽게 해결된다. 그러나 접촉위치가 계속 변하는 휠-레일 접촉 구속조건은 접촉위치를 나타내는 좌표계가 별도로 필요하기 때문에 구속조건식과 운동방정식이 복잡하게 된다. 이를 해결하기 위해 접촉위치를 일반좌표계로 치환하여 제거하는 방법이 이용되지만 휠-레일의 접촉위치를 3차원에서 계산하는 경우 치환이 불가능하게 된다. 이 경우 휠과 레일의 형상을 나타내는 곡면 파라미터가 일반 좌표계에 포함되므로 구속조건식 및 운동방정식이 복잡한 형태를 가지게 되어 수치해석 방법을 어렵게 만든다. 그러나 3차원 휠-레일 형상을 고려하므로 정확한 해석결과를 제공한다. 이러한 3차원 휠-레일 접촉 해석방법 수치해석적으로 효율적인 휠-레일의 2차원 해석결과와 비교하여 해석결과의 차이를 고찰하는 것이 본 연구의 목적이다. 즉, 본 연구에서는 3차원 휠-레일 접촉 해석에 의한 휠셋의 동적거동을 해석하고 이의 해석결과를 2차원 곡선 접촉 해석에 기인한 방법과 비교하고자 한다.

† 교신저자, 한국철도대학, 철도차량기계과
E-mail : kjuseok@krc.ac.kr

2. 휠셋의 동역학적 모델링

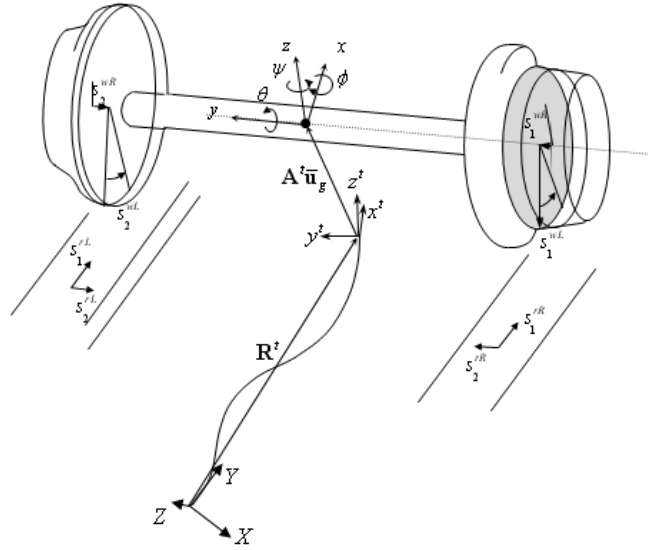


Fig.1 A wheelset coordinates system

휠셋의 중심좌표계는 Fig. 1에 보인 바와 같이 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^t + \mathbf{A}^t \bar{\mathbf{u}}_g \quad (1)$$

위의 식 (1)을 시간에 대해 두 번 미분하여 강체의 가속도 항을 구할 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{R}} = \mathbf{L} \ddot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\gamma}^R \quad (2)$$

여기서,

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{R}^t}{\partial s} + \frac{\partial \mathbf{A}^t}{\partial s} \bar{\mathbf{u}}^{ir} & \hat{\mathbf{j}}^t & \hat{\mathbf{k}}^t & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\gamma}^R = \mathbf{A}^t \ddot{\bar{\mathbf{u}}}_g + \left(\frac{\partial^2 \mathbf{R}^t}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}^t}{\partial s^2} \bar{\mathbf{u}}_g \right) \dot{s}^2 + 2 \frac{\partial \mathbf{A}^t}{\partial s} \dot{\bar{\mathbf{u}}}_g \dot{s} \quad (3)$$

이다.

또한, 강체의 회전좌표에 대한 가속도항은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{H} \ddot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\gamma}^\alpha \quad (4)$$

여기서,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^t \frac{\partial \boldsymbol{\theta}^t}{\partial s} & 0 & 0 & \mathbf{A}^t \mathbf{G}^w \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\gamma}^\alpha = \left(\frac{\partial \mathbf{G}^t}{\partial s} \frac{\partial \boldsymbol{\theta}^t}{\partial s} + \mathbf{G}^t \frac{\partial^2 \boldsymbol{\theta}^t}{\partial s^2} \right) \dot{s}^2 + \frac{\partial \mathbf{A}^t}{\partial s} \mathbf{G} \dot{\boldsymbol{\theta}} \dot{s} + \mathbf{A}^t \dot{\mathbf{G}} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (6)$$

이다. 또한 위의 식에서 강체의 회전 좌표에 의해 나타나는 회전행렬은 다음과 같은 관계를

가진다.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & \sin\psi & -\cos\psi \cos\theta \\ 0 & -\cos\psi & -\sin\psi \cos\theta \\ 1 & 0 & -\sin\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

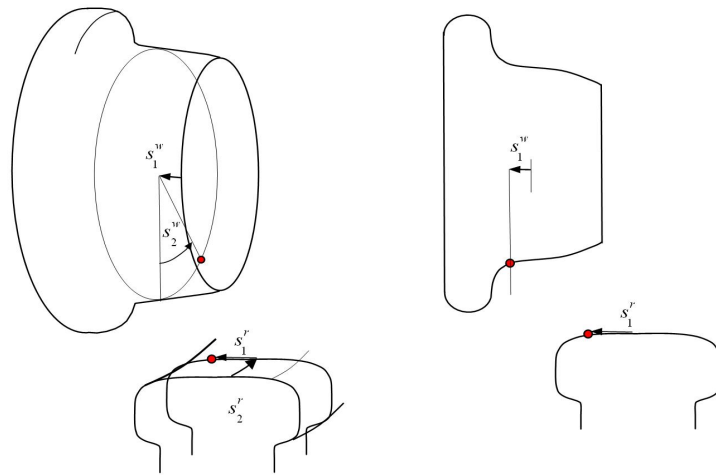
한편 강체의 운동을 나타내는 Newton-Euler 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{I} & 0 \\ 0 & \bar{\mathbf{I}}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{R}} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_e \\ \bar{\mathbf{M}}_e - \bar{\boldsymbol{\omega}} \times (\bar{\mathbf{I}}_{\theta\theta} \bar{\boldsymbol{\omega}}) \end{bmatrix} \quad (8)$$

위의 식에 트랙좌표계의 구속조건식과 위의 가속도항을 대입하면 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 & \mathbf{C}_q^T \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_s^T \\ \mathbf{C}_q & \mathbf{C}_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{s}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_d \end{bmatrix} \quad (9)$$

휠-레일 접촉해석을 위한 곡면 좌표계는 Fig. 2에서 보인 바와 같이 $\mathbf{s} = [s_1^w \ s_2^w \ s_1^r \ s_2^r]^T$ 이다. 이 때 2차원인 경우 곡면 좌표계는 Fig. 2와 같이 2개로 줄어든다.



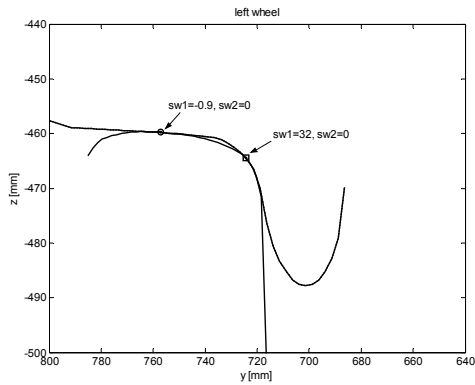
(a) 3-dimensional representation (b) 2-dimensional representation

Fig.2 Surface coordinates of wheel and rail

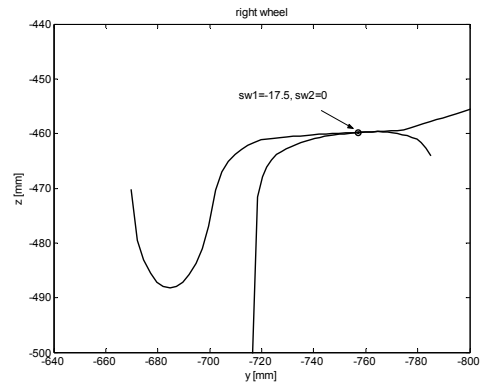
3. 시뮬레이션

2차원 휠-레일 접촉해석을 통한 휠과 레일의 접촉점 위치는 Fig. 3과 같이 계산된다. Fig. 3은 휠의 요 각도 운동이 고려되지 않고 횡방향 변위에 의해 휠과 레일의 접촉점이 계산된다. Fig. 3은 플랜지 접촉이 발생하는 경우 휠-레일 접촉점을 계산한 결과이다.

Fig. 4는 휠의 요 각도를 고려한 3차원 휠-레일 접촉계산 결과이다. 휠의 횡방향과 요 각도에 대하여 휠의 수직방향 변위와 롤각도는 Fig. 4와 같이 계산된다.

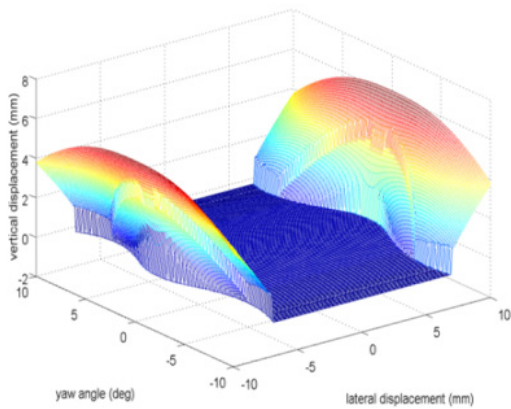


(a) Left wheel

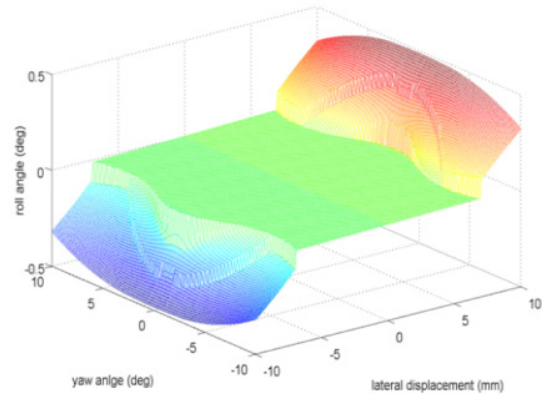


(b) Right wheel

Fig. 3 Wheel contact points



(a) vertical displacement



(b) roll angle

Fig. 4 Pre-calculated kinematic results with lateral displacement and yaw angle

Fig. 5 ~ Fig.8은 2차원 휠-레일 접촉해석과 3차원 휠-레일 접촉해석의 곡선로 주행의 해석 결과를 보여준다. 휠은 S1002사양이며 레일은 UIC60 형상이다. 휠셋의 질량은 1700kg이며, 관성치는 $[\bar{I}_{xx} \quad \bar{I}_{yy} \quad \bar{I}_{zz}] = [660 \quad 160 \quad 660] \text{kgm}^2$ 이다. 곡선 반경은 350m이며, 곡선 진입시 휠셋의 초기속도는 $\dot{\theta}_0 = 20 \text{rad/sec}$ 이다. 휠셋은 곡선 주행로에 진입 후 플랜지 접촉이 발생하여 휠의 횡방향 운동이 제한된 운동을 하게 된다.

Fig. 5는 횡방향 변위의 비교를 나타낸다. 횡방향 변위는 2차원 해석 결과보다 3차원 휠-레일 접촉해석 결과에서 횡방향 변위의 크기가 작게 나타나고 있다. 이는 요 각도에 의해서 플랜지 접촉이 발생하는 횡방향 변위가 작음을 의미한다. Fig. 6은 요 각도에 대한 비교 결과이다. 요 각도는 2차원 휠-레일 접촉해석결과의 크기가 작게 나타났다. Fig. 7은 우측 휠 답면부의 접촉 수직력을 나타내고 있다. Fig. 8은 좌측 휠 답면부의 접촉 수직력을 나타낸다. 플랜지 접촉 시간에서 부터 접촉수직력이 감소함을 알 수 있다. 부족한 접촉수직력은 플랜지에서의 접촉수직력으로 보상되어 나타난다. 휠셋의 위치에 대한 해석결과는 2차원 휠-레일 해석이 3차원 휠-레일 해석과 큰 차이가 없으나 접촉 수직력 해석결과에서는 많은 차이가 나타남을 알 수 있다.

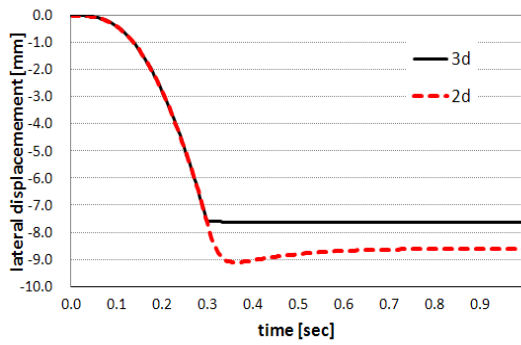


Fig. 5 Lateral displacement

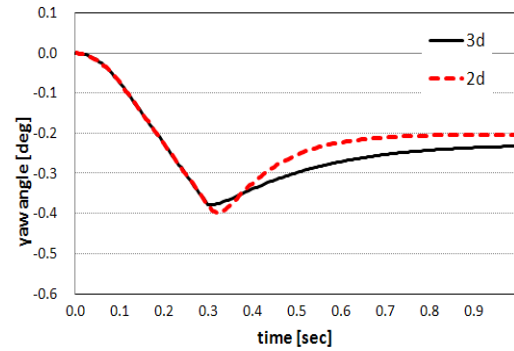


Fig. 6 yaw angle

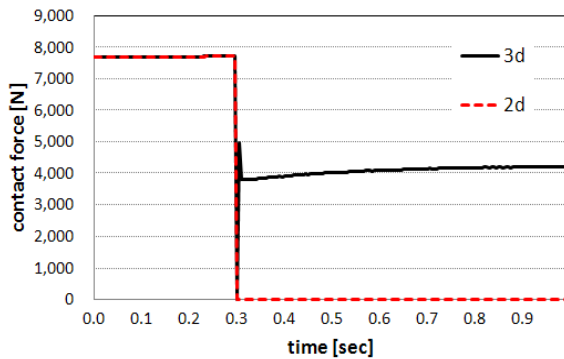


Fig. 7 Right wheel contact force

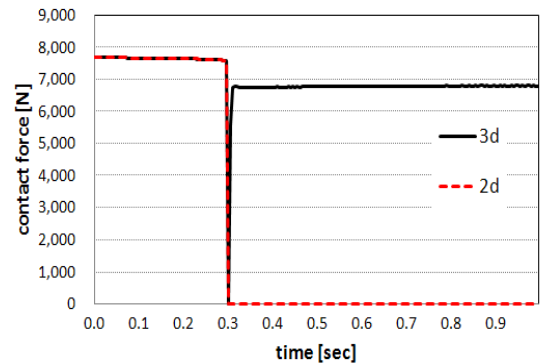


Fig. 8 Left wheel contact force

5. 결론

휠과 레일의 형상을 2차원 곡선접촉으로 가정하여 휠-레일 접촉 위치를 찾는 방법은 계산시간이 짧은 장점이 있지만 3차원 곡면으로 가정한 경우에 비해 근사화된 해를 가지는 단점이 있다. 본 연구에서는 2차원 곡선 접촉 해석에 기인한 방법과 3차원 곡면으로 가정한 방법에 대한 휠셋의 동특성 해석 결과를 비교하였다. 휠셋의 운동방정식은 3차원에서 6자유도계 강제 자유도를 가진 강제 동역학 방정식으로 유도하였다. 2차원 휠-레일 접촉해석과 3차원 휠-레일 접촉해석에 대해 휠셋의 곡선로 주행의 해석 결과를 수행하였다. 휠셋은 곡선 주행로에 진입 후 플랜지 접촉이 발생하여 휠의 횡방향 운동이 제한된 운동을 한다. 횡방향 변위는 2차원 해석 결과보다 3차원 휠-레일 접촉해석 결과에서 횡방향 변위의 크기가 작게 나타나고 있다. 요 각도는 2차원 휠-레일 접촉해석결과의 크기가 작게 나타났다. 휠셋의 위치에 대한 해석결과는 2차원 휠-레일 해석이 3차원 휠-레일 해석과 큰 차이가 없으나 접촉 수직력 해석결과에서는 많은 차이가 나타나서 정밀한 결과를 얻기 위해서는 3차원 휠-레일 접촉 해석을 이용해야 함을 알 수 있다.

후기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(No. 2010-0022205).

참고문헌

1. H. Sugiyama, K. Araki and Y. Suda, "On-line and off-line wheel/rail contact algorithm in the analysis of multibody railroad vehicle systems, J. of Mech. Science and Tech., pp.991-996. 2009.
2. A.A. Shabana, KE. Zaaza and H Sugiyama, Railroad Vehicle Dynamics, CRC Press, 2008.
3. Juseok Kang, "A study on numerical analysis on wheel-rail contact points," J. of Korean Society for Railway, Vol. 12, No. 2, pp. 236-242, 2009.