

Systematic LT 부호의 무게 분포 설계

서영길, 노광석, 허준
 고려대학교 전기전자전파공학부
 {dongzizuk, cafriboy, junheo}@korea.ac.kr

Design of Degree Distribution for Systematic LT Codes

Young-Kil Suh, Kwangseok Noh, Jun Heo
 Department of Electrical Engineering, Korea University

요 약

손실 채널의 데이터 손실을 보상하는 오류 정정 부호로 주로 사용되는 LT 부호는 일반적으로 RSD (robust soliton distribution)을 따르는 nonsystematic 구조를 가진다. RSD 를 따르는 유한한 길이의 LT 부호의 경우 높은 손실률 가진 채널 환경에서는 적합하지 않다. 본 논문은 기존의 RSD 를 다소 변형하여 systematic LT 부호에 적합한 무게 분포를 설계 방법을 제시하고, 시뮬레이션을 통해 기존의 RSD 를 이용한 LT 부호와 논문에서 제안하는 systematic 성질을 가진 LT 부호의 성능을 비교해 본다.

1. 서론

Luby-Transform(LT)부호 [1]는 응용 계층과 같은 손실 채널(erasure channel) [2]에서의 오류 정정 부호로 주로 사용된다. LT 부호는 부호화 과정 특성상, 유한한 개수의 메시지 심볼로 인코딩 심볼을 무한히 생성할 수 있으며, 이런 특징은 수신단이 메시지 심볼을 모두 복원해 낼 때까지 인코딩 심볼을 전송 [3]할 수 있음을 의미하기 때문에, 데이터 전송의 신뢰성을 가질 수 있다. 또한 LT 부호는 return 채널 없이 데이터의 전송의 신뢰성을 가지므로, 다중 수신단 네트워크 환경에 ARQ(automatic repeat request)로 인한 복잡도 문제를 해결한다.

RS 부호 [5]도 응용 계층에서 적용 가능하다. 하지만 복호 연산량이 매우 높으며, 유한한 인코딩 심볼만을 사용하기 때문에 신뢰성 있는 전송이 이루어질 수 없다. 반면 LT 부호는 부호화 및 복호화 과정이 단순한 exclusive-or(XOR) 연산만을 사용하기 때문에, 매우 낮은 연산량을 필요로 한다.

LT 부호의 성능은 무게 분포(degree distribution)에 의존적이다. LT 부호는 일반적으로 robust soliton distribution (RSD)를 사용한다. RSD 는 비교적 적은 양의 인코딩 심볼만으로 모든 메시지 심볼을 복호 할 수 있는 무게 분포이다. 하지만 LT 부호는 인코딩 심볼을 무작위로 생성하기 때문에, systematic 구조를 가질 수 없다.

본 논문은 기존 LT 부호 앞에 systematic 부분을 연결한 구조에 대한 RSD 를 기반으로 한 무게 분포를 설계 방법을 제시한다. 이를 통해 기존의 높은 손실률을 가진 채널에서의 non-systematic LT 부호의 단점을 보완할 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2 장은 LT 부호의 배경 지식을 설명한다. 3 장은 본 논문에서 제안하는 무게 분포 설계 방법을 설명하고, 4 장은 높은 손실 채널에서의 기존 LT 부호와 제안하는 LT 부호의 시뮬레이션 성능을 확인한다.

2. LT 부호의 배경 지식

LT 부호는 무게 분포를 기반으로 부호화 과정이 진행되고, 부호화 및 복호화 과정은 XOR 연산만을 통해 비교적 적은 연산량을 요구한다.

가) 무게 분포

LT 부호는 일반적으로 message passing (MP) 기법을 주로 사용하고, 이에 적합한 분포는 RSD 이며, (1)과 같은 분포를 가진다.

$$\mu(i) = \frac{\rho(i) + \tau(i)}{\sum_{j=1}^K \rho(j) + \tau(j)}, \quad \text{for } 1 \leq i \leq K \quad (1)$$

여기서 사용된 함수들은 (2), (3)과 같다.

$$\rho(i) = \begin{cases} 1/K & i=1 \\ 1/(i(i-1)) & i=2, 3, \dots, K, \end{cases} \quad (2)$$

$$\tau(i) = \begin{cases} \frac{R}{iK} & i = 1, 2, \dots, K/R - 1 \\ \frac{R \ln R / \delta}{K} & i = K/R \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3)$$

여기서 K 는 메시지 심볼의 개수, $R := c\sqrt{K} \ln K / \delta$ 이고, c 와 δ 는 구간 $[0, 1]$ 에서 선택된 적당한 상수이다.

나) 부호화 및 복호화 과정

부호화 과정은 다음과 같다.

- a. 무게 분포에 따르는 임의의 양의 정수 (i) 를 생성한다.
- b. K 개의 메시지 심볼 중에 임의로 i 개의 심볼을 선택한다.
- c. 선택된 i 개의 심볼을 XOR 하여 하나의 인코딩 심볼 생성한다.
- d. a~c 과정을 통해 송신하고자 하는 인코딩 심볼의 개수 (N) 만큼 생성한다.

복호화 과정은 belief propagation 을 이용한 LDPC 부호의 graph-based decoding 방법 [4] 과 유사하며, 다음과 같이 수행된다.

- a. 수신된 $N - N_E$ 개의 인코딩 심볼 중에 무게가 1 인 심볼로 미복원 메시지 심볼을 복호한다. (여기서 N_E 는 채널에 의해 손실된 인코딩 심볼의 개수를 의미한다.)
- b. 복호된 메시지 심볼과 이웃한 모든 인코딩 심볼의 값에 복호된 메시지 심볼의 값과 XOR 한 값으로 수정하고, 각 인코딩 심볼의 무게를 1 만큼 줄인다.
- c. a 와 b 를 K 회 반복하거나 무게가 1 이 존재하지 않을 때까지 반복한다.

3. Systematic LT 부호의 무게 분포

LT 부호는 주로 RSD 를 무게 분포로 한다. 본 절에서는 일반적인 LT 부호의 RSD 를 기반으로, systematic LT 부호의 무게 분포 설계 방법을 제안하고자 한다.

가) Systematic LT 부호

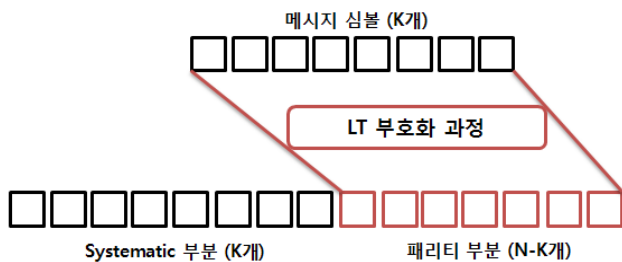


그림 1. Systematic LT 부호의 인코딩 심볼 구조

본 논문에서 제안하는 systematic LT 부호의 인코딩 심볼의 구조는 그림 1 과 같이, systematic 부분과 패리티 부분으로 나뉜다. Systematic 부분은 메시지 심볼들의 시퀀스와 동일한 구조를 가지며, 일반적인 LT 코드 인코딩 과정이 적용되지

않는다. 패리티 부분은 본 논문 2-나) 에 언급된 LT 부호의 부호화 과정을 통해 생성된다. 본 논문은 RSD 를 기반으로 하여, systematic LT 부호의 패리티 부분에서의 인코딩 심볼을 생성할 때 사용될 무게 분포를 소개한다.

나) Systematic LT 부호의 무게 분포

본 절은 앞서 언급한 systematic LT 부호의 패리티 부분에 적용될 LT 부호의 무게 분포 설계 방법을 소개한다.

LT 부호의 복호화 과정은 매 단계마다 메시지 심볼을 1 개씩 복원하기 때문에, 총 K 단계가 반복이 되어야 전체 메시지 심볼을 복원할 수 있다. LT 부호의 복호 과정은 무게가 1 인 인코딩 심볼에 의해 진행되기 때문에, 인코딩 심볼의 초기 무게에 따라 각 단계에서의 복호에 기여할 확률이 달라진다. 식 (4) 는 초기 무게가 j 인 인코딩 심볼이 i 번째 단계에서 무게가 1 이 될 확률을 나타낸다.

$$P[i, j] = \frac{\binom{i}{j-1} (K-i)}{\binom{K}{j}} \quad (4)$$

그림 2 는 $K = 200$ 일 때, 인코딩 심볼의 무게와 복호 단계에 따른 식 (4) 의 계산 결과를 나타낸 그림이다. 이를 통해, 인코딩 심볼의 무게가 낮을수록 복호 초기 단계에 복호에 참여하고, 무게가 높을수록 복호 후반에 복호에 참여함을 알 수 있다.

		무게				
		1	2	3	4	5
복호 단계	0	1.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	1	9.95E-01	1.00E-02	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	2	9.90E-01	1.99E-02	1.51E-04	0.00E+00	0.00E+00
	3	9.85E-01	2.97E-02	4.50E-04	3.05E-06	0.00E+00
	4	9.80E-01	3.94E-02	8.95E-04	1.21E-05	7.73E-08
	5	9.75E-01	4.90E-02	1.48E-03	3.01E-05	3.85E-07
	6	9.70E-01	5.85E-02	2.22E-03	6.00E-05	1.15E-06
	7	9.65E-01	6.79E-02	3.09E-03	1.04E-04	2.66E-06
	8	9.60E-01	7.72E-02	4.09E-03	1.66E-04	5.30E-06
	9	9.55E-01	8.64E-02	5.24E-03	2.48E-04	9.49E-06

그림 2. 무게와 복호 단계에 따른 식 (4) 의 계산 결과

손실률이 ϵ 인 손실 채널을 지난 인코딩 심볼들에 대해 생각해 보자. Systematic LT 부호의 systematic 부분은 평균적으로 $(1-\epsilon)K$ 개의 심볼만을 수신한다. 이 심볼들은 모두 무게가 1 인 심볼들이므로, 이 심볼들을 통해 평균적으로 $(1-\epsilon)K$ 개의 메시지 심볼을 복호한다. 따라서 LT 부호로 부호화된 패리티 심볼들을 통해 진행되는 복호 과정은 실질적으로 $(1-\epsilon)K + 1$ 번째 복호 단계부터 시작된다.

반면 일반적인 RSD 를 기반으로 한 LT 부호에 대해 생각해 보자. 채널에 의한 데이터 손실을 고려하지 않았을 때, RSD 는 비교적 적은 양의 인코딩 심볼로도 복호에 성공할 수 있는 무게 분포이다. 손실이 없을 경우 RSD 를 기반으로 한 non-systematic LT 부호가 $(1-\epsilon)K$ 개의 메시지 심볼을 복호하려면, 낮은 무게를 가진 $(1-\epsilon)K$ 개의 인코딩 심볼을 필요로 한다. 그리고 나머지 인코딩 심볼들에 의해 남은 ϵK 회 복호 단계가 진행된다.

Systematic LT 부호의 경우, 평균적으로 $(1-\epsilon)K$ 개의 메시지 심볼이 systematic 부분에 의해 복호가 완료된다. 따라서 전체 무게 분포 중에 낮은 무게에서 $(1-\epsilon)K/(N-\epsilon K)$ 만큼 제거한 무게 분포를 패리티 심볼을 생성하기 위한 무게 분포로 설정한다면, $(1-\epsilon)K+1$ 번째 복호 단계에서 무손실 채널에서의 RSD 와 등가 관계가 된다. 예를 들어, non-systematic LT 부호의 무게 분포가 $\mu(1)=0.5$, $\mu(2)=0.5$ 이고, $(1-\epsilon)K/(N-\epsilon K)=0.2$ 이면, 등가인 systematic LT 부호의 무게 분포는 $\mu'(1)=0.5-0.2$, $\mu'(2)=0.5$ 를 정규화한 $\mu'(1)=0.375$, $\mu'(2)=0.625$ 가 된다.

4. 시뮬레이션 결과

본 장에서는 시뮬레이션을 통해 제안하는 방법에 대한 패킷 오류율 (PER) 성능을 확인한다. 시뮬레이션에 필요한 상수 값들은 각각 $K=200$, $N=400$, $c=0.05$, $\delta=0.5$ 로 설정하였다. 시뮬레이션은 다음과 같이 세 가지 경우로 나누어 수행되었다.

- 경우 1: Systematic LT 부호에 패리티 심볼의 무게 분포를 제안된 무게 분포 설계 방법을 적용
- 경우 2: Systematic LT 부호에 패리티 심볼의 무게 분포를 RSD 로 적용
- 경우 3: RSD 를 따르는 non-systematic LT 부호

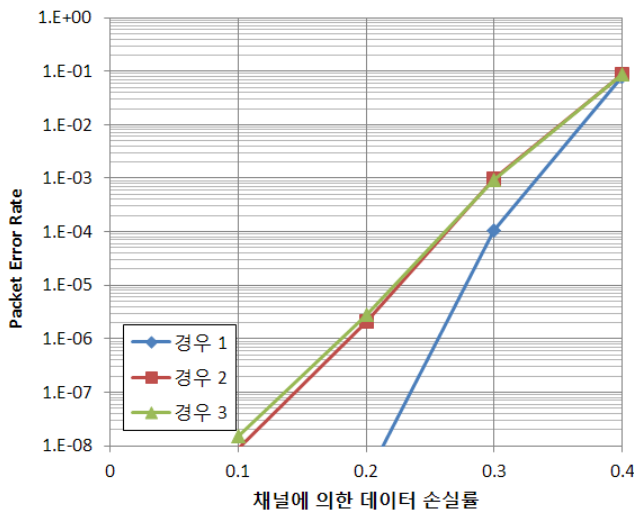


그림 3. 데이터 손실률에 따른 복원 실패한 패킷의 비율

그림 3 에서 본 논문에서 제안하는 방법인 경우 1 이 대체로 PER 성능이 좋다는 것을 확인 할 수 있다. 경우 2 가 경우 1 보다 성능에 비해 성능이 좋지 않은 이유는, systematic 부분에 의해 많은 양의 메시지 심볼이 복호가 된 상황에서 RSD 의 낮은 무게의 인코딩 심볼이 비 효율적이기 때문이다. 경우 3 은 일반적인 RSD 를 무게 분포로 하는 일반적인 LT 부호이다. RSD 자체 분포는 무게가 1 인 인코딩 심볼의 비율이 5% 이내이기 때문에, systematic LT 부호에 비해 훨씬 적은 양의 무게-1 심볼을 가진다. 따라서 모든 단계에서 복호에 성공할 확률이 대체로 낮기 때문에, 열화된 성능을

가진다.

5. 결론

일반적인 LT 부호는 무게가 1 인 인코딩 심볼의 비율이 낮기 때문에, 손실률이 높은 채널 환경에서 복호 성공률이 낮다. 본 논문은 systematic 구조를 가지는 LT 부호를 소개하고, 그 구조에 적합한 무게 분포를 설계 방법을 제안하였다. 본 논문에서는 제안된 형태의 LT 부호와 RSD 를 무게 분포를 가지는 기존의 LT 부호의 성능을 비교하여 PER 성능 측면에서의 이득을 확인하였다.

ACKNOWLEDGEMENT

본 연구는 WR080951, BELL LABS 서울유치/광대역 컨버전트 네트워크 기반기술 및 응용서비스연구결과로 수행 되었음

참고문헌

- [1] M. Luby, "LT codes," in *Proc. 43rd Annu. IEEE Symp. Foundations of Computer Science*, Vancouver, BC, Canada, Nov. 2002, pp. 271-280.
- [2] P. Elias, "Coding for two noisy channels," in *Proc. 3rd London Symp. Information Theory*; London, U.K., 1956, pp.61-76, Academic Press.
- [3] J. W. Byers, M. Luby, M. Mitzenmacher, and A. Rege, "A digital fountain approach to reliable distribution of bulk data," in *Proc. of ACM SIGCOMM*, Vancouver, BC, Canada, Sep. 1998, pp. 56- 67.
- [4] R. G. Gallager, "Low-density parity-check codes," *IRE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-8, no. 1, pp. 21-28, Jan. 1962
- [5] I. S. Reed, G. Solomon. "Polynomial Codes Over Certain Finite Fields," *J. Soc. Indust. Appl. Math*, vol. 8, pp. 300-304, 1960