

축소시스템 기반 비행체 윙 최적화 연구

김현기*, 김성찬*, 김학범*, 조맹효**

*한국항공우주연구원

**서울대학교

e-mail: shotgun1@kari.re.kr

Wing Optimization based on the Reduced System

Hyun-gi Kim*, Sung Chan Kim*, Maneghyo Cho**

*Korea Aerospace Research Institute

**Seoul National University.

요 약

본 연구에서는 신뢰성과 효율성을 보장하는 축소기법을 기반으로 비행체 윙의 최적화 기법을 제안한다. 본 연구에서 사용하는 축소기법은 주자유도 기반으로 시스템을 구축하기 때문에, 구조물의 거동에 대해 지배적인 자유도를 잘 선정하는 것이 매우 중요하다. 잘 구성된 축소시스템은 최적화 과정에서 반드시 필요한 민감도 계산에서도 정확한 결과를 제공한다. 본 연구에서는 주자유도 선정을 위해 기존 연구에서 신뢰성이 검증된 2단계 축소방법을 사용하였고, IRS에 의해 최종시스템을 구축하였다. 수치예제에서는 구속조건으로 부과되는 등가응력, 고유치 및 민감도는 모두 축소시스템 기반으로 구해지며, 최종적으로 제안된 기법을 통해 구속조건을 잘 만족하면서 목적함수에 대한 최적 결과를 얻을 수 있음을 보인다.

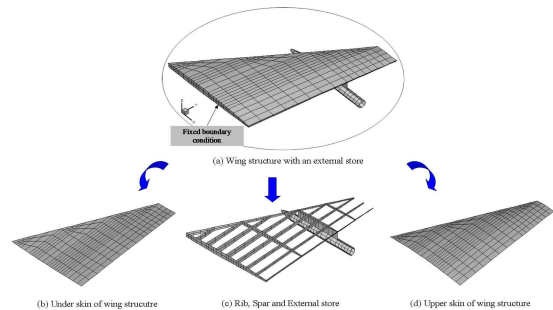
1. 서론

컴퓨터 성능의 획기적인 발전과 더불어 해석이 수행되는 구조물의 규모도 대형화되고 형상이 복잡해지며, 다양한 기능을 충족시켜야 하는 등 고려해야 할 조건과 설계를 위한 설계변수 등이 증가되고 있는 추세다. 특히, 최적화 문제 또는 동적해석 등은 충분한 전산자원과 많은 연산시간을 요구하기 때문에 해석을 수행하는데 있어서 여전히 많은 제약이 따르고 있다. 이런 문제 때문에 구조물의 신뢰성을 유지하면서, 시간과 전산자원 등의 효율성 문제를 개선하고자 하는 연구들이 과거부터 많이 진행되어 왔다. 이런 기법 중에서 널리 제안 되어온 것이 축소모델을 구성하는 방법이다[1~4]. 자유도 기반으로 축소모델을 구축하는 축소시스템의 정확성은 적절한 주자유도 선정을 통해 가능하며, 이를 위해 기존 연구를 통해 신뢰성이 충분히 검증된 2단계 주자유도 선정기법(Two-level condensation scheme)을 채용한다[5]. 주자유도 선정 후에는 축소과정에서 고유치의 1차항 까지를 포함하는 IRS를 이용하여 최종적인 축소시스템을 구축하며, 구축된 축소모델 기반으로 윙 구조물 최적화를 수행한다. 최적화 과정에서 구속조건으로 부과되는 등가응력과 고유치들은 모두 축소시스템을 기반으로 하여 계산된다.

본 연구에서는 수치예제를 통해 축소시스템 기반으로 제한조건을 만족하면서 수립된 목적함수를 얻을 수 있음을 보임으로써 축소시스템 기반 최적화 기법의 가능성을 타진하고자 한다.

2. 축소모델 구축

2.1. 비행체 구조 및 해석 조건



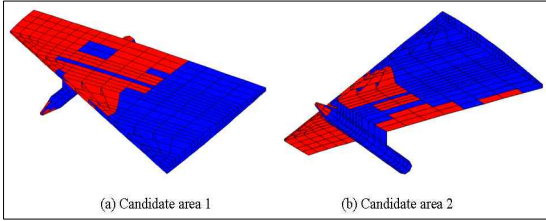
[그림 1] 비행체 날개형상(폭: 5.08m, 길이: 4.53 m)

[그림1] (a)는 비행체의 날개형상으로, 크게 skin과 rib/spar로 구분된다. [그림1] (b)~(d)는 under skin, rib and spar, external store 그리고 upper skin의 형상이다. 축소시스템 기반 최적화 수행을 위해서는 축소모델이 구축되어야 하며, 이와 관련하여 정적축소 모델과 동적축소 모델 구축과정을 간단히 소개한다.

2.2 정적 축소모델

정적 축소법은 변위 또는 응력의 해석 결과가, 주자유도 위치에 영향을 받지 않으면서 주자유도와 부자유도 사이의 근사화 과정이 없기 때문에, 전체시스템의 해와 비교하여 매우 정확하게 구해진다. 그러나, 동적축소법은 주자유도 위치에 따라 축소모델

의 정확도가 확연히 차이가 난다. 본 과제에서는 축소모델에서 정적조건(등가응력)과 동적조건(고유치)를 동시에 고려한 최적화를 수행하고자 한다. 그러므로 동/정적 축소모델에서 동일한 주자유도를 취하여 최종모델을 구성하였으며, 주자유도 선정을 위해서 2단계 선정기법을 사용하였다.



[그림 2] 윙 구조물 축소시스템 구축을 위한 후보영역

[그림 2]는 2단계 주자유도 선정기법에 의해 선정된 후보영역을 보여주고 있으며, 여기에 순차적 소거법을 적용하여 최종적인 주자유도를 선정된다. 이와 관련된 내용은 참고문헌 [5]에 자세히 나와 있다. 식 (1) 은 정적 축소모델을 구축하기 위해 정적 방정식을 주자유도와 부자유도로 분리하여 재구성한 식이다.

$$\begin{bmatrix} K_{PP} & K_{PS} \\ K_{SP} & K_{SS} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_P \\ u_S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_P \\ F_S \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서, p 와 s 는 각각 주자유도와 부자유도를 의미한다. 식 (1)의 두 번째 행으로부터 식 (2)와 같이 부자유도를 주자유도로 표현할 수 있다.

$$u_S = (K_{SS})^{-1}(F_S - K_{SP}u_P) \quad (2)$$

위 식을 식 (1)의 첫 번째 행에 대입하면 식 (3)의 정적 축소식을 재구성할 수 있다.

$$K_R u_P = F_R \quad (3)$$

식(3)으로부터 주자유도 u_P 에 해당하는 변위값을 구할 수가 있으며, 이 값을 식 (2)에 대입하여 부자유도 u_S 를 복원할 수 있다. 정적 축소 과정에서는 근사화 되는 과정이 없기 때문에 구해진 값은 전체 시스템의 결과와 일치한 결과를 제공한다. 그러나, 동적 축소과정에서는 고유치를 포함한 식에서 급수전개를 통한 근사화 과정이 포함되므로, 전체시스템과 일치하는 결과를 얻기 어렵다. 따라서, 동적 축소모델을 구성하는 경우에는 적절한 주자유도를 선정하기 위한 추가적인 계산이 요구된다.

2.3 동적 축소모델

식 (4)와 같이 댐핑이 없는 고유치 문제에서, 주자유도와 부자유도를 분리하여 식을 재구성하면 식 (5)와 같다.

$$[K] \{\phi\} = \lambda [M] \{\phi\} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} K_{PP} & K_{PS} \\ K_{SP} & K_{SS} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_P \\ \phi_S \end{Bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} M_{PP} & M_{PS} \\ M_{SP} & M_{SS} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_P \\ \phi_S \end{Bmatrix} \quad (5)$$

정적 축소법과 유사하게 식 (5)의 두 번째 행으로부터

주자유도와 부자유도 관계식을 얻을 수 있으며, 관련된 식은 식 (6)에 주어져 있다.

$$\begin{Bmatrix} \phi_P \\ \phi_S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} I \\ T_{SP} \end{Bmatrix} \{\phi_P\} = T_{IRS} \{\phi_P\} \quad (6)$$

$$T_{SP} = T_S + K_{SS}^{-1}(M_{SP} + M_{SS}T_S)M_G^{-1}K_G$$

$$T_S = -K_{SS}^{-1}K_{SP}$$

$$K_G = K_{PP} - K_{PS}K_{SS}^{-1}K_{SP}$$

$$M_G = M_{PP} + M_{PS}T_S + T_S^T M_{SP} + T_S^T M_{SS}T_S$$

식 (6)의 변환관계에 의해 식(7)과 같은 강성 및 질량 축소모델을 재구성할 수 있고, 이를 기초로 최종적인 동적 축소모델이 구축된다. 관련된 계산식은 식 (8)에 주어져 있다. 정적축소식과 유사하게, 식 (7)에서는 주자유도 ϕ_P 에 해당하는 고유벡터 데이터가 구해진다. 이 값을 식 (6)에 대입하여, 부자유도 ϕ_S 를 복원할 수 있다.

$$K_R = T_{IRS}^T K T_{IRS} \Rightarrow K_R \{\phi_P\} = \lambda M_R \{\phi_P\} \quad (7)$$

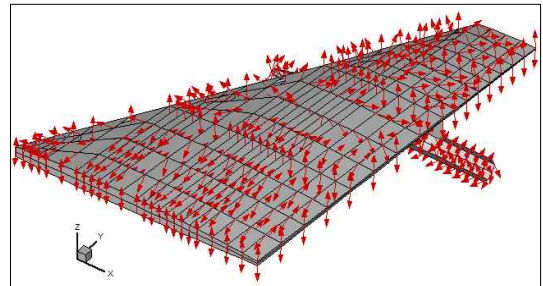
$$M_R = T_{IRS}^T M T_{IRS}$$

$$K_R = [IT_{PS}] \begin{bmatrix} K_{PP} & K_{PS} \\ K_{SP} & K_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ T_{SP} \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서,

$$M_R = [IT_{PS}] \begin{bmatrix} M_{PP} & M_{PS} \\ M_{SP} & M_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ T_{SP} \end{bmatrix}$$

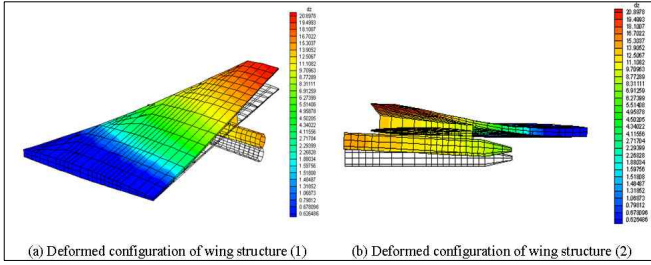
2.4 축소모델 기반 구조해석



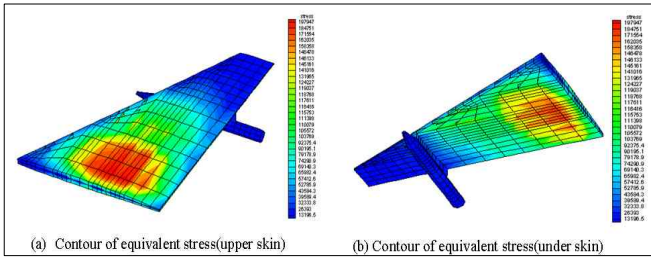
[그림 3] 날개표면의 하중벡터 (AOA: 2°)

[그림 3]은 Angle of Attack 이 2° 일 경우, 날개표면에 작용하는 하중 벡터를 보여주고 있다. 이 하중에 의한 위의 변형 형상이 [그림 4]에 주어져 있다. 변형 형상은 식(1)~식(3)에서 주어진 정적 축소식을 통해 변위값을 구한 후, 후처리 과정을 통해 응력을 계산한다. 가장 큰 처짐은 날개 끝단에서 20.89mm 정도로 나타나고 있으며, 날개의 후미부가 들리는 형태의 변형을 보여준다. [그림 5]는 등가 응력(von Mises) 분포를 보여주고 있는데, 전체적으로 약 120 KPa ~ 240 KPa 수준의 응력분포를 나타내고 있다.

최적화 과정에서는 전체영역으로부터 최대응력 값을 선정한 후, 모든 요소에서 해당응력 값보다 적은 응력값을 갖도록 구속조건을 부과하였다.



[그림 4] 날개구조물 변형형상(단위 : mm)



[그림 5] 상/하면 등가응력 분포(단위 : Pa)

3. 축소모델 기반 비행체 윙 최적화

[그림 6]은 비행체 날개의 sizing 최적화를 수행하기 위해 분리한 설계 영역들이다. 여기서 'd'는 설계변수를 의미를 의미한다. 설계변수 d₁~d₃은 rib, d₄~d₁₀은 spar, d₁₁~d₁₆은 skin 영역으로, 총 16개의 설계 영역을 설정하였다. 최적화는 중량을 최소화하면서, 최적화가 수행되는 각 단계마다 이전 단계의 최대 등가응력보다 적은 값을 갖도록 하였다. 또한, 매 단계에서 1차 고유치가 3Hz 이상, 5.3Hz 이하가 되도록 구속조건을 부과하였으며, 초기 두께는 모든 설계 영역에서 15mm로 설정하였다. 다음은 최적화 수행 조건을 보여주고 있다.

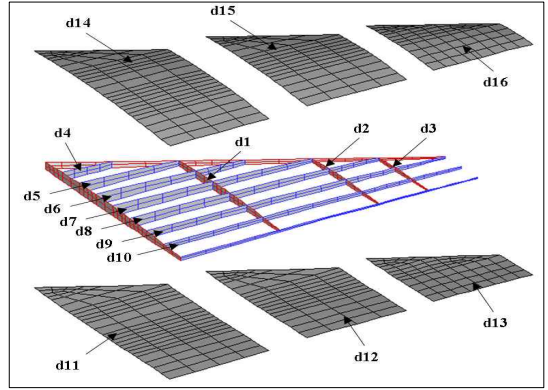
- Objective Fn. : minimization weight
- Constraint Eq. : 1) $\sigma_{eq}^i \leq \sigma_{eq}^{i-1} |_{max}$ (i : number of iteration)
2) $3Hz \leq \lambda \leq 5.3Hz$
- Initial design value(thickness) : t₁~t₁₆ = 15mm
- Linear programming perturbation : 2.5%
- Convergence value : 0.01%

최적화수행을 위해 SLP(Sequential Linear Programming)를 사용하였고, 매 단계의 설계변수 범위는 해당 단계 설계변수 값의 ±2.5% 이내로 설정하였다. 응력 민감도는 유한 차분법, 고유치 민감도는 주자유도로부터 부자유도 데이터를 복원하여 전체 고유벡터 시스템을 구축한 후 준해석적 방법을 통해 구하였다. 중분 값은 10⁻⁵로 설정하였고, 수렴수준은 0.01%로 하였다.

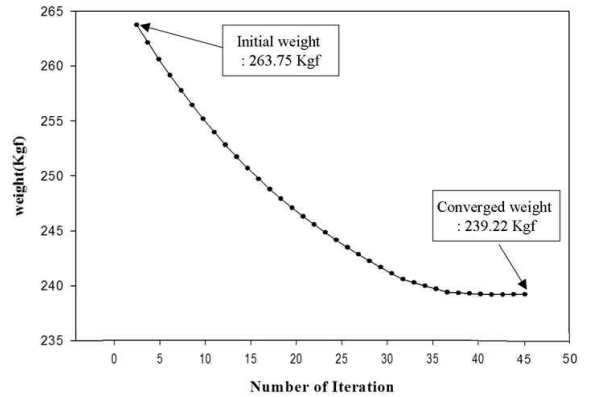
[그림 7]은 목적함수(중량)의 수렴 결과이다. 45회의 반복계산 후 초기 중량 263.75kgf에서 239.22kgf로 수렴하였으며, 이것은 9.3%의 중량이 감소된 결과이다.

[그림 8]은 구속조건으로 부과한 최대 등가응력의 경향을 보여주고 있다. 초기모델의 최대응력 수준은 241Kpa, 최적형상에서는 230KPa로 계산되어 부과된 구속조건을 잘 만족하면서 최적화가 진행되었음을

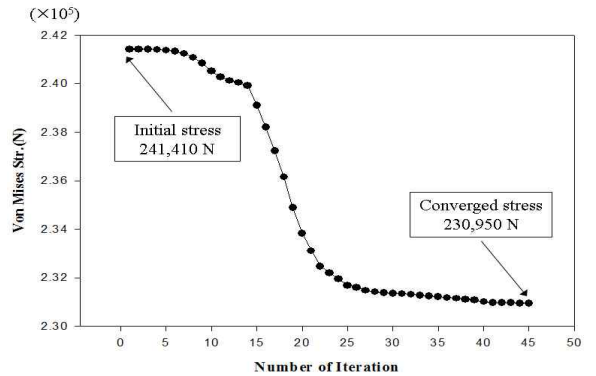
알 수 있다. [그림 9]는 최적화 단계마다 1차와2차 고유치 변화추이를 보여주고 있다. 초기에 약 5.30Hz 정도의 1차 고유치는 최종적으로 5.20Hz로 감소하였고, 구속 조건으로 부과되지 않았지만, 1차 고유치 감소 영향으로 2차 고유치는 8.74Hz에서 8.48Hz로 낮아졌다.



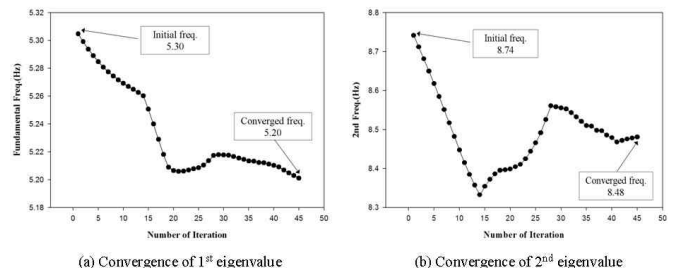
[그림 6] 설계변수 영역(d₁~d₃: rib, d₄~d₁₀: spar, d₁₁~d₁₆: skin)



[그림 7] 목적함수(중량) 수렴결과



[그림 8] 최적화 과정에서 구속조건(등가응력) 해석 결과



[그림 9] 최적화 과정에서 구속조건(1st and 2nd Freq.) 해석 결과

[그림10]~[그림12]는 각 영역별 설계변수들의 수렴결과이다. Rib의 설계변수 수렴결과에서 d_2 는 초기값 대비 약 27mm로 증가하였고, d_1 과 d_3 은 각각 6.6mm와 5.0mm로 감소하는 결과를 보여준다.

Spar의 설계변수 d_4, d_5, d_6, d_{10} 은 증가하고, 설계변수 d_7, d_8, d_9 는 감소하고 있음을 알 수 있다.

Skin의 설계변수는 전체적으로 감소하는 경향을 보여주고 있는데, 윙의 끝단으로 가면서 설계변수의 두께가 점점 줄어드는 것을 알 수 있다.

전체적인 설계변수 수렴결과로부터, 윙의 끝단(tip)에 가까이 위치하는 설계 변수들은 감소하는 경향이 크고, 경계조건에 가까운(끝단 반대면) 영역의 설계변수들은 증가하는 경향을 보여주고 있으며, 감소하더라도 그 감소 수준은 상대적으로 적음을 보여준다. 또한, 윙의 전방부와 후방부의 설계변수들은 초기 조건보다 강건한 방향으로 최적화가 진행됨을 알 수 있다. [표1]은 각 설계변수들의 초기값과 최종적인 수렴값을 정리한 것이다.

[표 1] 설계변수 수렴 결과 정리(단위: mm)

설계변수	초기 값	수렴 값	설계변수	초기 값	수렴 값
d_1	15	6.67	d_9	15	5.38
d_2	15	27.22	d_{10}	15	15.31
d_3	15	5.00	d_{11}	15	8.09
d_4	15	30.00	d_{12}	15	5.38
d_5	15	29.89	d_{13}	15	5.00
d_6	15	19.32	d_{14}	15	7.34
d_7	15	13.71	d_{15}	15	5.39
d_8	15	5.00	d_{16}	15	5.00

4. 결론

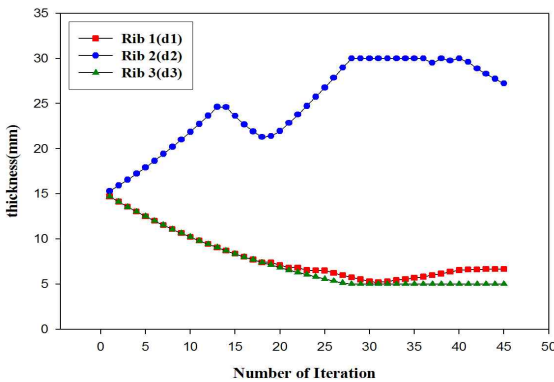
본 연구에서는 축소시스템을 기반으로 한 최적화 기법을 제안하였다. 상당한 반복계산이 요구되는 최적화 과정에서 축소시스템 적용은 전산자원과 계산 시간을 획기적으로 감소시킬 수 있는 방법이다. 또한, 잘 선정된 주자유도로 구성된 축소시스템은 정확한 민감도 결과를 제공할 수 있으며 최적화 결과도 매우 신뢰할 만하다.

본 논문에서는 최적화 과정에서 구속조건인 등가하중과 고유치를 동일한 주자유도를 사용하는 정적 및 동적 축소시스템을 기반으로 계산하였고, 구속조건을 잘 만족하면서 목적함수에 대해 수렴된 최적의 결과를 얻을 수 있었다.

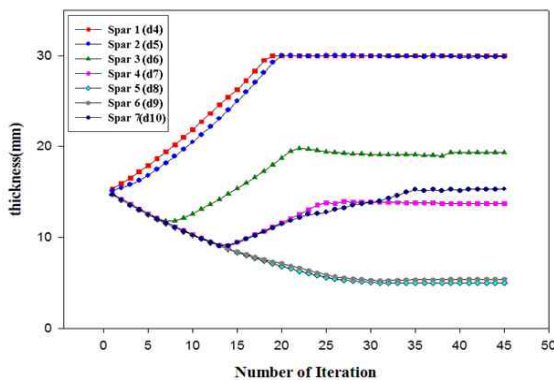
향후, 본 연구는 축소시스템과 영역분할 기법과의 연동을 기반으로 하는 최적화 프로그램을 구축하는 방향으로 진행될 계획이며, 민감도 기반 최적화 뿐만 아니라 SA(Simulated Annealing) 또는 인공지능망을 기반으로 하는 전역 최적화 연구로 확장할 계획이다.

참고문헌

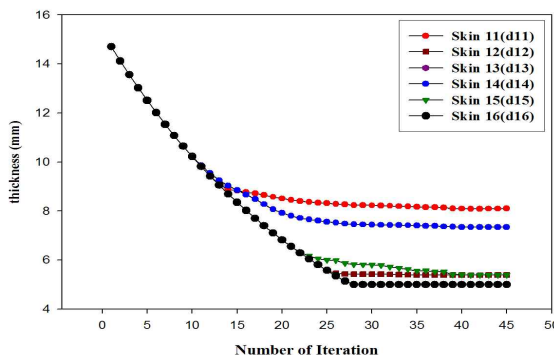
- [1] Guran, R.J., "Reduction of stiffness and mass matrices", *AIAA Journal*, Vol.3, No.2, p.380, 1965
- [2] Shah, V.N., Raymund, M., "Analytical selection of masters for the reduced eigenvalue problem", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.18, pp.89-98, 1982
- [3] O'Callahan, J, "A procedure for an improved reduced system(IRS) model", Proceedings of the 7th international modal analysis conference, Union college, Schenectady. NY. pp. 17-21, 1989
- [4] M.Cho, H.Kim, "Element-based node selection method for reduction of eigenvalue problems", *AIAA Journal*, Vol.42, No.8, pp. 1677-1684, 2004
- [5] H.Kim, M.Cho, "Two-level scheme for selection of degrees of freedom and semi-analytic sensitivity based on the reduced system", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.195/33-36, pp.4244-4268, 2006



[그림 10] 설계변수 수렴결과 ($d_1 \sim d_3$)



[그림 11] 설계변수 수렴결과($d_4 \sim d_{10}$)



[그림 12] 설계변수 수렴결과 ($d_{11} \sim d_{16}$)