

다중 경사 MUSCL을 이용한 천수방정식의 수치해석

A Numerical Analysis of the Shallow Water Equations Using the Multi-slope MUSCL

황승용*, 이삼희**
Seung-Yong Hwang, Sam Hee Lee

요 지

천수방정식과 같은 쌍곡선형 미분방정식의 불연속 해에 대한 Riemann 해법은, 1950년대 말 공기동역학 분야에서 S. K. Godunov의 선구적인 시도 이후, 다양한 영역에서 성공적으로 적용되고 있다. 당초 제안된 해법은 공간에 대해 1차 정도였으나, 2차의 정도를 얻을 수 있는 기법이 1970년대 말 B. van Leer에 의해 제안되었으며, MUSCL로 불린다.

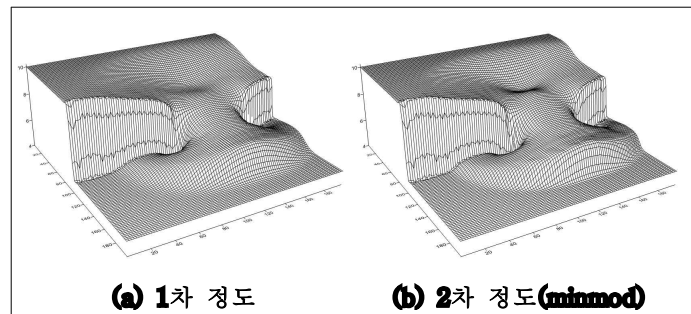
서로 인접한 격자의 보존변수가 고려된 경사가 도입되어 두 격자에 의해 공유되는 변의 좌우에서 선형으로 보존변수가 재구축되는 MUSCL은 제한자와 함께 이용될 때, 구조 격자 체계에서 비교적 단순하면서도 효과적인 적용성이 입증되었다. 그런데, 이 기법을 2차원의 비구조 격자 체계에 적용하는 경우, 인접한 모든 격자의 보존변수를 고려한 평면의 경사를 결정해야 하는 어려움이 따른다. 특히, 삼각형 비구조 격자에 적용할 경우 최적의 평면을 결정하기 위해 Green-Gauss 적분식이나 최소-자승법 등을 이용하게 된다. 이에 비해, 2010년 T. Buffard와 S. Clain이 제안한 다중 경사 기법은 격자의 각 변에서 경사가 각각 결정되는 방법으로 계산량이 많은 Green-Gauss 적분식이나 최소자승법을 피할 수 있는 장점이 있는 것으로 알려져 있다.

정확해가 알려진 두 경우에 대해 몇 가지 제한자를 적용한 결과를 1차 정도의 해와 함께 비교하였으며, superbee 제한자에 의한 결과가 우수하였으나, 희유파와 충격파가 맞닿는 곳에서 수치 분산이 나타났다. minmod 제한자의 결과가 대체로 무난하였으며, 이를 2차원 댐 붕괴 문제에 적용하여 1차 정도의 해와 비교하였다.

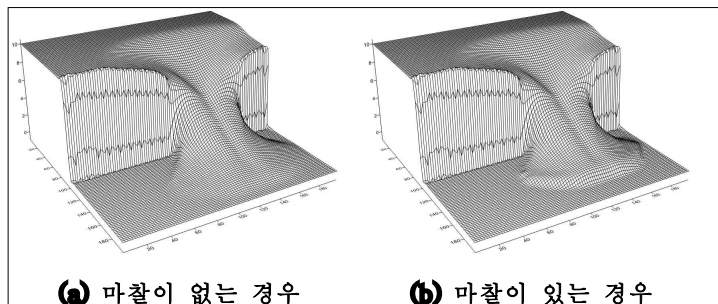
마찰이 없고 초기 수심이 댐 상류에서 10 m, 하류에서 5 m로서 물이 차 있는 경우, 1차 정도의 해에서 나타나는 수치 소산이 2차 정도에서는 발생되지 않았다.

댐 하류에서 초기에 수심이 영으로 바닥이 드러난 경우에서 마찰의 영향을 검토하였다. 마찰이 있는 경우, 마찰 경사 항의 Manning 계수를 0.04로 두었으며, 마찰에 의한 영향이 잘 드러났다. 수심이 50 mm 보다 작은 경우에는 마찰을 적용하지 않았다.

이 연구는 환경부 ‘차세대 핵심환경기술개발 사업’의 지원에 의한 것이다.



마찰이 없고 물이 차있는 경우(7.2 a)



바닥이 드러난 경우(5.6 a)

핵심용어: 천수방정식, 근사 Riemann 해법, 다중 경사 MUSCL, MUSCL

* 정희원 · 한국건설기술연구원 수자원 · 환경연구본부 하천 · 해안항만연구실 수석연구원 · E-mail: syhwang@kict.re.kr

** 정희원 · 한국건설기술연구원 수자원 · 환경연구본부 선임연구위원 · E-mail: samhee.lee@kict.re.kr