

HLL 근사 Riemann 해법을 이용한 천수방정식의 수치해석

A Numerical Analysis of the Shallow Water Equations Using the HLL Approximate Riemann Solver

황승용*, 이삼희**
Seung-Yong Hwang, Sam Hee Lee

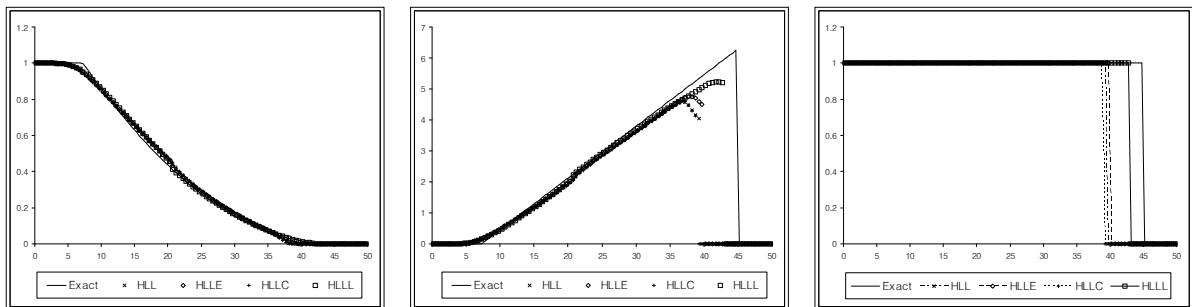
요 지

Riemann 문제는 천수방정식과 같은 쌍곡선형 방정식과 단일한 도약에 의해 불연속인 어떤 점의 좌우에서 상수인 자료로 구성되는 초기치 문제로서 그 해법은 Godunov 방법과 같이 정확해에 의하면 정확 Riemann 해법, 근사 기법에 의하면 근사 Riemann 해법으로 불린다. 지금까지 이용되는 근사 Riemann 해법으로는 1981년에 P. L. Roe가 제안한 Roe의 선형화 기법과 1983년에 A. Harten, P. D. Lax, 그리고 B. van Leer가 제안한 HLL 기법의 수정 기법들이다.

최대 및 최소 파속만 고려하는 것으로 알려진 HLL 기법은 1988년에 B. Einfeldt의 제안에 의해 두 파속의 결정에서 Roe의 선형화 기법에 따른 고유치와 비교하는 것으로 수정되었다(HLLE 기법). 또한, 1994년에 E. F. Toro 등은 점속파를 고려하기 위해 선형화된 지배방정식의 정확해로부터 중앙 파속을 고려하는 기법을 제안하였고, 이를 HLLC 기법으로 불렀다. 2002년에 T. Linde는 중앙 파속을 평가하기 위해 일반화된(수학적) 엔트로피 함수를 도입하였으며, van Leer는 이를 HLLL 기법으로 불렀다. 이 기법에서는 점속파의 평가를 위해 보존변수에 대한 일반화된 엔트로피 함수로부터 중앙 파속이 유도되며, 이것과 특성 속도의 비교를 통해 최대 및 최소 파속이 결정된다. 따라서 이 기법에서는 모든 파속이 초기치로부터 결정되므로 HLLE 기법과 달리 Roe의 선형화 기법과 완전히 결별되고 HLLC 기법과 달리 정확해에 의존되지 않는 점에서 HLLL 기법은 모태인 HLL 기법의 온전한 계승으로 볼 수 있다.

HLLL 기법은 여러 분야에 적용된 바 있으나, 수공학 분야에 적용된 사례는 알려진 바 없다. 이는 천수방정식에 대한 (물리적) 엔트로피 함수가 명확하지 않기 때문인 것으로 보인다. 이 연구에서는 보존변수로부터 정의되는 총 에너지를 일반화된 엔트로피 함수로 간주하여 모형을 구성하고, 정확해가 알려진 1차원 문제에 대해 적용성을 검토하였다.

정확해가 알려진 경우에 대해 모의한 결과, 1차 정도 수치해의 한계에도 불구하고, HLLL 기법의 결과는 대체로 정확해와 잘 일치하였으며 그 외의 HLL-형 기법의 그것에 비해 우수한 것으로 나타났다. 특히, 물이 빠져 바닥이 드러나는 상태에 대한 점속 파속의 추정에서 Riemann 불변량을 이용하는 HLLC 기법에 비해 물이 빠지는 전선을 더 정확하게 포착하는 HLLL 기법의 결과는 매우 고무적이었다.



20 m의 좌우에서 초기 수심이 각각 1 m와 영인 경우에서 수심, 유속, 그리고 농도 예측 결과
 이 연구는 환경부 ‘차세대 핵심환경기술개발사업’의 지원에 의한 것이다.

핵심용어: 천수방정식, 근사 Riemann 해법, HLL 기법, HLLL 기법

* 정희원 · 한국건설기술연구원 수자원 · 환경연구본부 하천 · 해안항만연구실 수석연구원 · E-mail: syhwang@kict.re.kr
 ** 정희원 · 한국건설기술연구원 수자원 · 환경연구본부 선임연구위원 · E-mail: samhee.lee@kict.re.kr