비관성 좌표계에서의 정상해석을 통한 동 안정 미계수 예측 기법 연구

이 형 로[1], 이 승 수[2*]

A STUDY OF PREDICTION METHOD FOR DYNAMIC STABILITY DERIVATIVE USING STEADY STATE SIMULATION IN NON-INERTIAL COORDINATE

H.R. Lee and S. Lee

In this paper, a prediction method for dynamic stability derivatives is studied using steady state simulations in rotational coordinates. The simulations require the extension of a standard CFD formulations based on inertial coordinate. A new CFD code based on the method are developed. Flows induced by steady circular motions of airfoils with a constant pitch rate are simulated with the code. From the numerical simulations, the pitch rate derivatives are obtained at various Mach numbers, and the results are compared with other numerical results. The numerical simulations show that the new code are capable of predicting dynamic stability derivatives.

Keywords: 전산유체역학(CFD), 동 안정 미계수(Dynamic Stability Derivatives), 비 관성 좌표계(Non-inertial Coordinate)

1. 서 론

전산유체역학을 통한 안정 미계수 예측 기법은 최근의 컴퓨터 성능 발전에 따라 많은 연구가 이루어지고 있다. 정안정 미계수의 경우는 비행 상태에 따른 여러 번의 정상유동 해석을 통하여 상당히 정확하고 효율적으로 계산을 수행할 수 있다. 그러나 동 안정 미계수를 계산하기 위해서는 움직이는 격자에 대한 비정상유동 해석을 수행해야 한다. 비정상유동 해석을 위해서는 많은 계산 시간과 큰 컴퓨터 성능을 필요로 한다. 특별히 매우 작은 회전 각속도에 대한 동 안정 미계수를 계산을 수행할 경우 비정상해석은 계산 시간에 있어 상당한 문제를 발생시킨다. 이러한 이유로 동체 축을 기준으로 하는 비관성 좌표계를 도입하여 유동장을 비관성 좌표계 에서의 정상 유동으로 치환하여 계산을 수행하는 방법이 사용되고 있다.[1-4] 비관성 좌표계에서의 정상해석 방법을 이용하면 동안정 미계수를 한 번의 정상해석을 통하여 쉽고 빠르게 얻을 수 있을 뿐만 아니라 각속도에 상관없이 효율적인 계산이 가능하다.

본 연구에서는 비관성 좌표계에 대한 Euler 방정식을 유도하고 기존 관성 좌표계 해석 코드에 적용하여 비관성 좌표계 해석이 가능하도록 하였다. 비관성 좌표계의 Euler 방정식은 관성 좌표계의 Euler 방정식의 형태를 유지한 상태에서 원천항만이 추가된 형태이다. 따라서 비관성 좌표계의 Euler 방정식을 관성 좌표계 해석 코드에 쉽게 적용할 수 있다. 비관성 좌표계를 통한 정상해석이 동 안정 미계수를 예측을 위해 NACA 0012 에어포일의 정상 원운동 문제를 해석하여 피치 각속도에 따른 양력과 모멘트 계수의 변화를 확인 하였다. 해석 결과는 관성 좌표계의 비정상해석 결과와 선행 연구자들의 결과와 비교하여 검증하였다.

2. 지배 방정식 및 수치 기법

2.1 지배 방정식

관성 좌표계의 Euler 방정식을 비관성 좌표계로 변환하기 위하여 Fig. 1과 같은 좌표계 시스템을 고려한다. Fig. 1에서 $\vec{R}$은 비관성 좌표계 원점의 위치벡터를 $\vec{r}$은 비관성 좌표계에서 유동을 해석하고자 하는 점 P의 위치벡터를 나타낸다. $\vec{\omega}$는 비관성 좌표계의 회전 각속도를 나타내며 다음과 같다.

1 학생회원, 인하대학교 대학원 항공우주공학과
2 정회원, 인하대학교 기계공학부 항공우주전공
* TEL : 032)860-8696
* Corresponding author E-mail: slee@inha.ac.kr

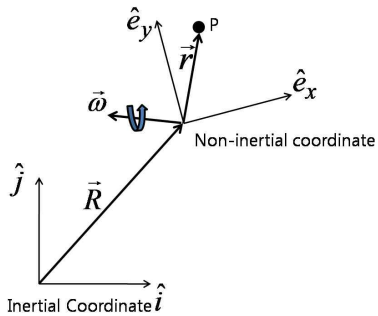


Fig. 1 Inertial and non-inertial coordinate systems

$$\vec{\omega} = \omega_z \hat{e}_z \tag{1}$$

여기서 단위 벡터, $\hat{e}_z$는 비관성 좌표계에서 z방향의 단위 벡터를 나타낸다. 점 P의 비관성 좌표계에 대한 유동 속도는 다음과 같이 정의 한다.

$$\vec{V} = u\hat{e}_x + v\hat{e}_y \tag{2}$$

비관성 좌표계에 대한 2차원 비점성 유동의 지배방정식인 Euler 방정식은 직교 좌표계에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = IS \tag{3}$$

여기에서 W는 유동 변수 벡터를, E, F는 각각 x방향과 y방향의 비점성 유속 벡터를 나타내며 다음과 같다.

$$W = [\rho \;\; \rho u \;\; \rho v \;\; e]^T \tag{4}$$

$$E = [\rho u \;\; \rho u^2 + p \;\; \rho uv \;\; (e+p)u]^T \tag{5}$$

$$F = [\rho v \;\; \rho vu \;\; \rho v^2 + p \;\; (e+p)v]^T \tag{6}$$

식 (4)-(6)에서 나타나는 속도는 비관성 좌표계의 속도 성분을 의미한다. 식 (3)에서 $I=0$이면 관성 좌표계 해석이 가능하고 $I=1$이면 비관성 좌표계 해석이 가능하다. S는 비관성 좌표계의 영향에 의해 발생한 원천항이며 다음과 같다.

$$S = \rho \begin{bmatrix} 0 \\ (\vec{\Psi} - 2\vec{\omega} \times \vec{V}) \cdot \hat{e}_x \\ (\vec{\Psi} - 2\vec{\omega} \times \vec{V}) \cdot \hat{e}_y \\ \vec{\Psi} \cdot \vec{V} \end{bmatrix} \tag{7}$$

$\vec{\omega}$는 비관성 좌표계의 각속도를 나타내며, $-2\vec{\omega} \times \vec{V}$ 는 Coriolis 가속도을 나타낸다. $\vec{\Psi}$는 Coriolis 가속도을 제외한 나머지 가상 가속도를 나타내며 식 (8)과 같이 나타난다.

$$\vec{\Psi} = -\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - \left(\frac{d\vec{w}}{dt}\right)_i \times \vec{r} - \left(\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}\right)_i \tag{8}$$

식 (8)의 하첨자 i는 관성 좌표계의 단위 벡터를 일정하게 유지하고 시간 미분을 수행한다는 것을 의미한다. $\vec{\Psi}$의 첫 번째 항은 원심력을 두 번째 항은 각속도 변화에 의해 발생하는 가속도이다. 마지막 항은 비관성 좌표계의 원점의 관성 좌표계에 대한 가속도를 나타낸다.

2.2 수치해석 기법

지배 방정식 (2)는 유한 체적법을 통하여 수치해석을 수행했다. 비점성 유속 벡터는 Roe의 근사 리만해[5]를 사용하였으며 2차의 공간 이산화 오차 얻기 위해 van Leer의 MUSCL extrapolation 기법[6]을 사용하였다. Limiter로는 van Albada Limiter를 사용하였다. 저마하수 문제를 계산하기 위해 Wiess 와 Smith의 국소 예조건화 기법[7]을 적용하였다. 정상해를 구하기 위해 Beam & Warming 기법[8]을 통해 시간 적분을 수행하였다. 비관성 좌표계 해석 코드(NQt2d)는 관성 좌표계 코드인 Qt2d[9]를 기반으로 개발되었다.

3. NACA 0012 에어포일의 정상 원운동

3.1 운동 모델링

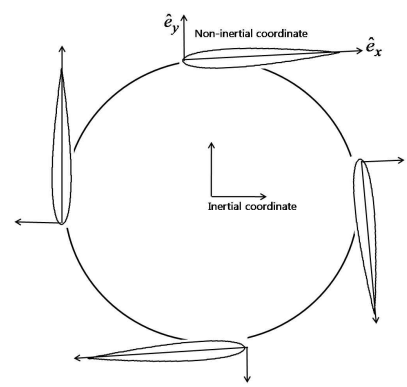


Fig. 2 A steady circular motion of NACA 0012 airfoil

Fig. 2는 NACA 0012 에어포일이 정상 원운동을 할 때의 좌표계를 나타낸다. Fig. 2에서 비관성 좌표계인 동체 좌표계

는 관성 좌표계에 대하여 원운동을 하며, 에어포일은 일정한 피치 각속도(q)를 가지고 $(+)\hat{e}_z$ 방향으로 회전운동을 한다. 식 (8)에 나타나는 각속도 $\vec{\omega}$와 $\vec{r}$은 비관성 좌표계의 단위 벡터를 사용해 다음과 같이 나타난다.

$$\vec{\omega} = q\hat{e}_z, \quad \vec{r} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y \tag{9}$$

또한, 식 (8)의 세 번째 성분은 동체 좌표계 원점의 원운동 가속도를 나타냄으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}\right)_i = \vec{\omega} \times \vec{V_a} \tag{10}$$

여기에서 $\vec{V}_a$는 에어포일의 회전속도를 의미한다. 동체좌표계에 대해 받음각(α)이 있은 에어포일의 회전속도는 다음과 같다.

$$\vec{V}_a = -\hat{e}_x V_a \cos\alpha - \hat{e}_y V_a \sin\alpha \tag{11}$$

식 (9)-(11)를 통하여 식 (3)의 원천항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S = \rho \begin{bmatrix} 0 \\ q^2x - qV_\alpha \sin\alpha + 2qv \\ q^2y + qV_\alpha \cos\alpha - 2qu \\ \left(q^2x - qV_\alpha \sin\alpha\right)u + \left(q^2y + qV_\alpha \cos\alpha\right)v \end{bmatrix} \tag{12}$$

3.2 수치해석 결과

에어포일의 정상 원운동의 경우 양력, 모멘트 계수는 마하수, 피치 각속도, 받음각의 함수로 주어진다. 수치해석에는 무차원화된 피치 각속도를 사용하며 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{q} = \frac{qc}{V_a} \tag{13}$$

여기에서 c는 에어포일 코드이다. 에어포일의 회전 반경을 R_c라고 했을 때, $q = R_c V_a$를 만족하며 $\hat{q}$는 R_c 와 c의 함수로 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\hat{q} = \frac{c}{R_c} \tag{14}$$

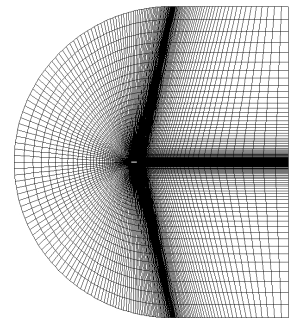


Fig. 3 A Computational grid of NACA 0012 airfoil

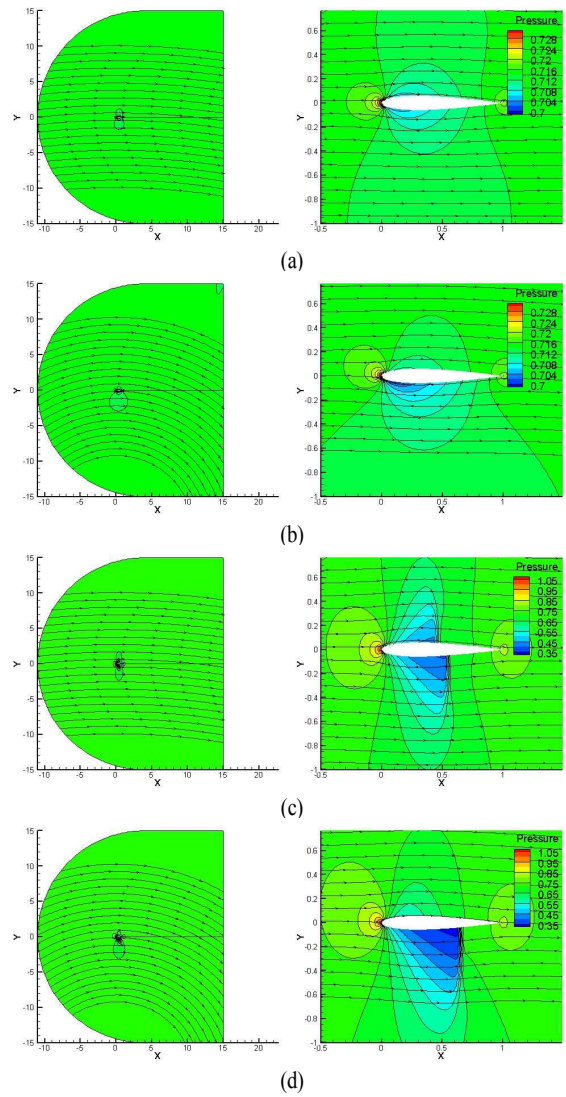
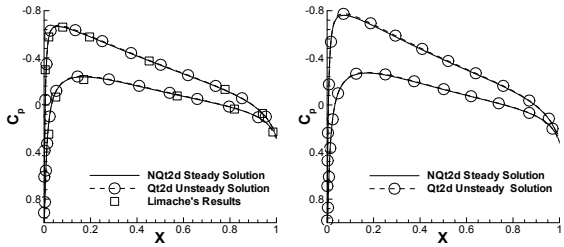
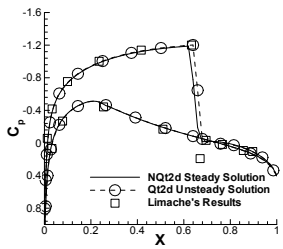


Fig. 4 Streamlines and pressure contour lines
(a) $M = 0.2$, $\hat{q} = 0.01$; (b) $M = 0.2$, $\hat{q} = 0.05$;
(c) $M = 0.8$, $\hat{q} = 0.01$; (d) $M = 0.8$, $\hat{q} = 0.05$



(a) (b)



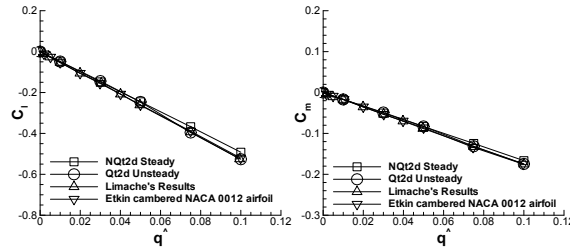
(c)

Fig. 5 Airfoil surface pressure coefficients distributions
(a) $M=0.2,\ \hat{q}=0.05$; (b) $M=0.5,\ \hat{q}=0.05$;
(c) $M=0.8,\ \hat{q}=0.05$

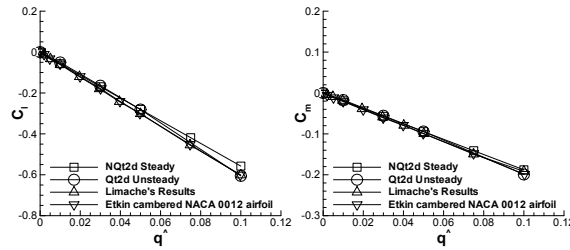
수치해석은 받음각 0도에서 에어포일의 회전 마하수, $M=0.2, 0.5, 0.8$,에 대하여 $\hat{q}$를 0에서 0.1까지 변화시켜가면서 수행했고, $\hat{q}$에 따른 C_l, C_m을 계산하였다. 격자는 C 형태로 257×65크기를 가진다. 격자는 Fig. 3에 나타난다.

Fig. 4는 M과 $\hat{q}$에 따른 유동의 유선과 압력 분포를 나타낸다. 이때 $\hat{q}$가 0.01일 경우 $R_c=100c$이고 0.05일 경우 $R_c=20c$를 의미한다. 비관성 좌표계에서 유동이 모사되기 때문에 Fig. 4에서 보듯이 유선은 회전원점을 중심으로 하는 원호로 보이며, $\hat{q}$가 클수록 회전 반경이 작아지는 것을 볼 수 있다. 또한 $\hat{q}$가 증가함으로써 에어포일 윗면과 아랫면의 압력 차이가 커지는 것을 알 수 있다. $M=0.8$일 때 $\hat{q}=0.01$에서는 에어포일 윗면과 아랫면에서 모두 충격파가 발생하지만 $\hat{q}=0.05$에서는 윗면의 충격파는 없어지고 아랫면의 충격파는 더 강해지고 에어포일 뒷전으로 이동하는 것을 확인할 수 있다.

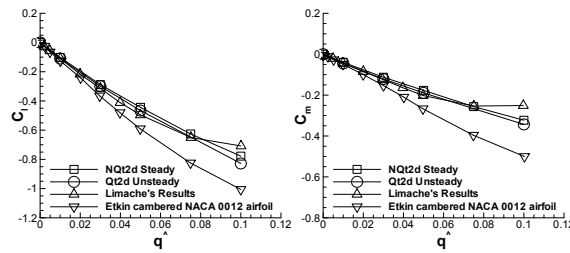
Fig. 5에는 $\hat{q}=0.05$에서 $M=0.2, 0.5, 0.8$에서의 에어포일 표면 압력계수 분포를 도시하였다. 비교를 위해 QT2d 코드를 이용한 비정상유동 해석의 결과와 Limache의 수치해석[2]의 결과를 같이 도시하였다. Limache의 수치해석 결과도 비관성 좌표계를 이용한 정상 해석을 수행한 것이다. NQt2d의 결과가 Limache의 결과뿐만 아니라 비정상 해석 결과와도 일치하는 것을 확인할 수 있다.



(a)

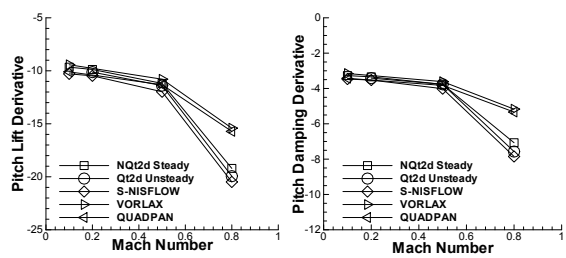


(b)



(c)

Fig. 6 Variation of C_l and C_m with respect to $\hat{q}$
(a) $M=0.2$; (b) $M=0.5$; (c) $M=0.8$



(a) (b)

Fig. 7 Pitch-lift derivative and pitch damping derivative
(a) Pitch-lift derivative (b) Pitch damping derivative

Fig. 6는 $M=0.2, 0.5, 0.8$에 대하여 피치 각속도에 대한 양력 계수, C_l과 모멘트 계수, C_m의 변화 그래프를 나타낸다. 그래프에는 Qt2d의 비정상 해석 결과와 Limache의 결과를 함께 나타냈다. 또한 Etkin의 Camber Theory[10]에 의한 결과도 포함되어 있다. Etkin의 Camber Theory에서는 피치 각속도가 있는 에어포일 주위의 유동을 다음의 식 (15)로 주어지

는 변화된 Camber를 가지는 에어포일 주위의 유동으로 근사한다.

$$x' = x,\ y' = y + qx^2/(2V_a) \tag{15}$$

Fig. 6에서 보듯이 양의 $\hat{q}$대해서 음의 C_l과 C_m이 나타난다. 즉 정상 원운동에서 양력은 구심력 방향으로 작용하고, 모멘트는 피치운동을 방해하는 방향으로 작용한다. 또한, $\hat{q}$가 커질수록 C_l과 C_m의 크기는 증가하는 것을 확인할 수 있다. $M=0.2, 0.5$에서는 $\hat{q}$에 따른 C_l과 C_m의 변화가 Qt2d의 비정상유동 해석결과와 다른 연구자들의 결과가 일치하는 것을 확인할 수 있다. 하지만, $M=0.8$와 $\hat{q}>0.7$이상의 큰 피치 각속도에서는 충격파에 따른 영향으로 수치해석결과들에 차이가 발생한다. Etkin의 Camber Theory는 선형이론에 근거하였기 때문에 비선형 방법인 다른 수치해석의 결과와 상당한 차이가 존재한다.

Fig. 7은 피치 감쇠 미계수(Pitch damping derivative), $C_{m\bar{q}}$과 피치-양력 미계수(Pitch-lift derivative), $C_{l\bar{q}}$를 나타낸다. $C_{m\bar{q}}$와 $C_{l\bar{q}}$는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$C_{m\bar{q}} = \frac{\partial C_m}{\partial(qc/2V_a)},\ C_{l\bar{q}} = \frac{\partial C_l}{\partial(qc/2V_a)} \tag{16}$$

Fig. 7에는 Qt2d의 비정상유동 해석결과와 S-NISFLOW[2], QUADPAN[11], 그리고 VORLAX[12]의 결과를 함께 나타내었다. QUADPAN과 VORLAX는 Lockheed사에서 개발한 패널 코드이고, S-NISFLOW는 Limache에 의해 개발된 Sensitivity 방정식의 해석이 가능한 코드이다. Fig. 7에서 $C_{m\bar{q}}$와 $C_{l\bar{q}}$는 마하수가 증가 할수록 크기가 증가하는 것을 확인할 수 있다. 즉 마하수가 커질수록 에어포일의 피치에 대한 모멘트와 양력의 민간도가 증가한다. 특별히 충격파가 발생한 $M=0.8$에서 그 크기가 급격히 증가하는 것을 확인 할 수 있다. $\hat{q}$가 증가함에 따라 에어포일 아랫면의 충격파는 뒷전으로 이동하며 이는 C_m과 C_l의 큰 변화를 가져 오기 때문이다. QUADPAN과 VORLAX는 충격파의 영향이 고려되어 있지 않기 때문에 $C_{m\bar{q}}$와 $C_{l\bar{q}}$의 크기를 다소 작게 예측한다. NQt2d의 결과는 Qt2d의 비정상 해석결과와 S-NISFLOW의 결과와 비슷한 경향을 보이는 것을 확인 할 수 있다.

3. 결론 및 향후 과제

본 연구에서는 비관성 좌표계를 이용한 정상해석을 통하여 NACA0012 에어포일의 정상 원운동을 해석하여 동 안정 미계수를 계산하였다. 비관성 좌표계를 이용한 정상 해석방법은 피치 감쇄계수와 피치-양력 미계수 값을 잘 예측하는 것을 확인할 수 있었다. 이러한 비관성 좌표계 해석방법은 비정상 해석보다 해석시간에 있어 높은 효율성을 지니지며 높은 정확도도 가지고 있기 때문에 동 안정 미계수 예측에 있어 유용하게 사용되어 질 수 있다. 차후 3차원 문제에 비관성 좌표계 방법을 적용하여 항공기의 동 안정 미계수를 예측하는 전산유체기법을 확보할 예정이다.

후 기

본 연구는 방위산업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 대해 깊이 감사드립니다. (계약번호 UD100048JD)

참고문헌

[1] 1997, Weinacht, P., Sturek, W.B., and Schiff, L.B., "Navier-Stokes Predictions of Pitch-Damping for Axisymmetric Shell Using Steady Coning Motion," *AIAA Journal*, Vol. 34, No.6, pp.753-761.

[2] 2000, Limache, A.C., "Aerodymanic Modeling Using Computational Fluid Dynamics and Sensitivity Equations", Ph.D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg.

[3] 2000, Michael, A.Park and Lawrence, L. Green., "Steady-State Computation of Constant Rotation Rate Dynamic Stability Derivatives," *AIAA paper* 2000-4321, 18th AIAA Applied Aerodynamics Conference.

[4] 2004, Park, S.H. and Kwon, J.H., "Navier-Stokes Computations of Stability Derivatives for Symmetric Projectiles," *AIAA paper* 2004-0014, 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting.

[5] 1981, Roe, R.L., "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vector and Difference Scheme," *Journal. of Computational Physics*, Vol 43, No.2, pp.357.

[6] Van Leer, B., "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. V. A Second Order Sequel to Godunov's Method," *Journal of Computational Physics*, Vol.32, pp.101-136.

[7] 1995, Weiss, J.M. and Smith, W.A., "Preconditioning Applied to Variable and Constant Density Flows," *AIAA Journal*, Vol.33, No.11, pp.2050-2057.

[8] 1982, Beam, R.M. and Warming, R.F., "Implicit Numerical Methods for the Compressible Navier Stokes and Euler Equations," *von Karman Institute for Fluid Dynamics Lecture Series*, 1982-04.

[9] 2006, 류세현, 이승수, 김범수, “저속 압축성 유동에 대한 국소 예조거화 기법 적용연구,” 한국 군사 과학 기술학회, 제 9권 2호, pp.152-160.

[10] 1972, Etkin, B., Dynamics of Atmospheric Flight, J. Wiley, New York.

[11] 1983, Youngren, H.H., Bouchard, E.E., Coopersmith, R.M., and Miranda, L.R., "Comparison of Panel Method Formulations and Its Influence on the Development of QUAADPAN, an Advanced Low Order Method," *AIAA Paper* 83-1827, AIAA Applied Aerodynamics Conference.

[12] 1977, Miranda, L.R., Elliott, R.D., and Baker, W.M., "A Generalized Vortex Lattice Method for Subsonic and Supersonic Flow Applications," *NASA Contractor Report* 2865.