비정렬 격자계에서 균질혼합 모델을 이용한 2차원 수중익형 주위의 캐비테이션 유동 해석

안 상 준[1*], 권 오 준[2]

CAVITATION FLOW ANALYSIS OF 2-D HYDROFOIL USING A HOMOGENEOUS MIXTURE MODEL ON UNSTRUCTURED MESHES

S. J. An and O. J. Kwon

In this paper, numerical simulation of cavitation flow for modified NACA66 hydrofoil was made by using the multi-phase RANS equation based on pseudo-compressibility. The Homogeneous mixture model comprised of the mixture continuity, mixture momentum and liquid volume fraction equations was utilized. A vertex-centered finite-volume method was used in conjunction 2nd-order Roe's FDS to discretize the inviscid fluxes. The viscous fluxes were computed based on central differencing. The Spalart-Allmaras one equation model was employed for the closure of turbulence. Reasonable agreements were obtained between the calculation results and the experiment for pressure coefficients on the hydrofoil surface.

Keywords: 캐비테이션(Cavitation), 다상유동(Multi-phase Flow), 수중익형(Hydrofoil), 비정렬 격자계(Unstructured Meshes)

1. 서 론

캐비테이션은 유동장 내의 국부적인 영역에서 액체의 압력이 증기압보다 낮아질 때, 액체가 기체로 기화하는 현상이며 기포의 생성과 소멸 과정을 거치면서 기계 장비의 성능 저하, 소음, 진동 및 마모현상 등을 유발하게 된다. 따라서, 터보머신, 펌프, 선박 프로펠러, 수중운동체 등 다양한 기계장비의 효율적인 설계 및 성능 예측을 위해서는 캐비테이션 유동에 대한 정확한 해석이 요구된다.

캐비테이션 유동에 대한 수치해석 방법은 크게 경계면 추적방법[1], 이유체 모델을 이용한 방법[2] 및 균질혼합 모델을 이용한 방법[3,4,5]의 3가지 범주로 구분할 수 있다. 경계면 추적방법은 기체상 영역을 증기압과 동일한 압력으로 간주하고, 액체상에 대해서만 계산하는 방법이다. 이 방법은 지배방정식이 간단하다는 장점이 있으나, 비정상 유동 계산을 위해서는 매 시간단계에서 격자를 재생성해야 하기 때문에 단순한 문제에만 적용이 국한된다는 단점이 있다. 이유체 모델을 이용한 방법은 각각의 상에 대하여, 독립적인 지배방정식을 정의하는 방법이다. 이 방법은 각 상간에 발생하는 질량 교환, 열전달, 표면 장력 등을 구체적으로 모사할 수 있는 장점이 있다. 그러나 이러한 현상들을 정량화하여 정의하기가 매우 어렵고, 각 상에 대해 독립적으로 정의된 지배방정식을 고려하기 때문에, 계산시간이 크게 증가한다는 단점이 있다. 균질혼합 모델을 이용한 방법은 액체상과 기체상 간의 상호작용과 기체 버블들 간의 상호작용을 무시하고, 액체와 기체가 균질하게 혼합된 혼합물로 가정하는 방법이며, 혼합물에 대한 지배방정식과 각 상간의 질량 이송방정식을 이용하는 것으로써, 가장 많이 사용되는 방법이다.

캐비테이션이 발생하는 터보머신, 펌프, 선박추진기 등은 그 형상이 곡선과 곡면으로 구성되어 매우 복잡하여, 유동해석을 위한 격자생성이 어렵게 된다. 따라서, 본 연구에서는 격자생성의 유연성으로 인해 복잡한 형상의 구현이 용이하고, 유동 특성이 복잡한 영역에서 격자 적응이 가능한 비정렬 격

1 학생회원, KAIST 항공우주공학과 대학원
2 정회원, KAIST 항공우주공학과
* Corresponding author E-mail: ojkwon@kaist.ac.kr

자계에서, Chorin의 인공압축성 방법[6]을 이용한 비압축성 Navier-Stokes 방정식에 균질혼한 모델을 적용한 캐비테이션 유동해석 코드를 개발하였다. 액체와 기체간의 상변화는 국소 압력에 따라 응축률과 기화율이 결정되는 Merkle의 캐비테이션 모델[4]을 사용하였다.

해석코드의 검증을 위하여, Shen 과 Dimotakis[7]가 실험적 연구를 수행한 NACA66 hydrofoil 주위의 sheet 캐비테이션 유동을 해석하였고, 실험치와 비교하였다.

2. 지배방정식 및 수치 해석 기법

점성, 비압축성 유동을 지배하는 Raynolds-Averaged Navier-Stokes 방정식에 인공압축성 방법[6]과 균질혼합모델(mixture model)[3,4,5]을 적용하여 적분형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\Gamma\frac{\partial}{\partial\tau}\int_V \vec{Q}\,dV+\Gamma_e\frac{\partial}{\partial t}\int_V \vec{Q}\,dV+\oint_{\partial V}\vec{F}(Q)\cdot\vec{n}dS \quad (1)$$
$$=\oint_{\partial V}\vec{G}(Q)\cdot\vec{n}dS+\int_V S(Q)dV$$

식 (1)에서 V는 제어체적을 나타내며, ∂V는 제어표면, $\vec{n}$은 제어표면의 바깥방향으로의 법선벡터를 나타낸다. t는 비정상 유동해석을 위한 실제 시간(physical time)을 나타내며, τ는 정상 유동의 시간전진을 위한 가상시간(pseudo time)을 의미한다. 유동변수 $\vec{Q}$와 행렬 Γ 및 Γ_e 는 다음과 같다.

$$\vec{Q}=[p,u,v,\alpha_l]^T \quad (2)$$

$$\Gamma\equiv\begin{bmatrix}\frac{1}{\rho_m\beta} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \rho_m & 0 & u\Delta\rho\\ 0 & 0 & \rho_m & v\Delta\rho\\ \frac{\alpha_l}{\rho_m\beta} & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\Gamma_e=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \rho_m & 0 & u\Delta\rho\\ 0 & 0 & \rho_m & v\Delta\rho\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서, β는 인공압축성 상수이고, α_l와 ρ_m는 각각 액체상의 체적분율과 혼합 밀도를 나타내며, 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\rho_m=\rho_l\alpha_l+\rho_v(1-\alpha_l) \quad (5)$$

$\vec{F}(Q)\cdot\vec{n}$, $\vec{G}(Q)\cdot\vec{n}$ 및 $S(Q)$는 각각 비점성 플럭스, 점성 플럭스 및 소스항을 나타내며 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{F}(Q)\cdot\vec{n}=\begin{pmatrix}\vec{V}\cdot\vec{n}\\ \rho_m u(\vec{V}-\vec{V_g})\cdot\vec{n}\\ \rho_m v(\vec{V}-\vec{V_g})\cdot\vec{n}\\ \alpha_l(\vec{V}-\vec{V_g})\cdot\vec{n}\end{pmatrix}+p\begin{pmatrix}0\\ n_x\\ n_y\\ 0\end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\vec{G}(Q)\cdot\vec{n}=\frac{1}{Re}(n_xG_1+n_yG_2) \quad (7)$$

$$G_i=[0\ \ \tau_{i1}\ \ \tau_{i2}\ \ 0]^T$$

$$\tau_{ij}=(\mu_m+\mu_t)\left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right]$$

$$S(Q)=\begin{pmatrix}(\dot{m}^+ + \dot{m}^-)\left(\frac{1}{\rho_l}-\frac{1}{\rho_v}\right)\\ \rho_m g_x\\ \rho_m g_y\\ (\dot{m}^+ + \dot{m}^-)\left(\frac{1}{\rho_l}\right)\end{pmatrix} \quad (8)$$

$\dot{m}^+$와 $\dot{m}^-$는 각각 응축율과 기화율을 나타내며, 본 연구에서는 국소 압력에 따라 응축율과 기화율이 결정되는 merkle의 캐비테이션 모델을 사용하였다.

$$\dot{m}^-=\frac{C_{dset}\alpha_l\rho_l\min[0,\ p-p_v]}{\rho_v\left(\frac{1}{2}\rho_l U_\infty^2\right)t_\infty} \quad (9)$$

$$\dot{m}^+=\frac{C_{prod}\alpha_v\max[0,\ p-p_v]}{\left(\frac{1}{2}\rho_l U_\infty^2\right)t_\infty}$$

지배 방정식에 유한 체적법을 적용하기 위해 격자 중심기법을 사용하였으며, 삼각형 및 사각형 격자요소에 대해 메디안-듀얼 방법을 적용하였다. 듀얼 경계면에서의 비점성 플럭스는 Roe의 Flux Difference Splitting(FDS)[8]를 사용하여 계산하였고, 점성 플럭스는 중심차분법을 사용하여 계산하였으며, 유동변수의 일차 미분값은 Green-Gauss 방법을 이용하여 계산하였다. 실제 시간항은 Euler의 후방차분법을 사용하고, 가상

시간항에 대해서는 해의 수렴을 가속화하기 위해 이중시간 적분기법을 적용한 내재적 시간적분 기법을 사용하였다. 정상 유동 및 가상 시간에서의 시간적분은 국부시간 전진기법(local time stepping)을 사용하여 수렴성을 증진시켰다. 난류 모델은 Spalart-Allmaras 모델[9]을 사용하였다. 공간에 대한 2차 정확도의 계산에서 액상과 기상의 경계영역에서 발생하는 불안정성을 해소하기 위하여 Venkatakrishnan의 limiter[10]를 사용하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 NACA66 hydrofoil

본 연구에서 개발한 다상유동해석 코드를 검증하기 위하여 Shen 과 Dimotakis[9]가 실험적 연구를 수행한 NACA66 hydrofoil 주위에서 발생하는 sheet 캐비테이션 유동을 해석하였다. Fig. 1은 계산에 사용한 비정렬 혼합격자를 나타내고 있다. 경계층 유동을 해석하기 위하여 수중익형 표면에 사각형의 점성격자 요소를 40개 적층하였고, 나머지 영역은 삼각형 격자요소를 생성하여 계산 격자를 완성하였다. 전체 격자는 97,312개의 격자요소와 59,721개의 격자점으로 구성된다.

유동 조건은 받은각이 4°이고, 레이놀즈 수는 $Re = 2 \times 10^6$ 이다. 이때 레이놀즈 수, Re는 자유류의 속도, V_∞과 코드길이, c를 사용하여 정의하였다. 캐비테이션 수는 $\sigma = 1.76, 1.00, 0.91, 0.84$의 4가지 조건에 대하여 계산을 수행하였다.

Fig. 2와 Fig. 3은 각각 액체상의 등체적분율 선도와 등압력 선도를 나타내고 있다. 캐비테이션 수, $\sigma = 1.76$인 조건에서는 전체 유동장 내에서 상변화가 발생할 정도의 낮은 압력이 발생하는 않고 있으며, 이에 따라 기체상의 영역이 존재하지 않음을 볼 수 있다. 캐비테이션 수, $\sigma = 1.00$ 이하인 조건에서는 수중익형 suction 면의 leading edge 부근에서 기화가 발생하게 된다. 기체상이 존재하는 영역에서 압력이 증기압으로 일정하고, 액체와 기체의 경계면 부근에서 압력의 변화율이 매우 큰 것을 볼 수 있다.

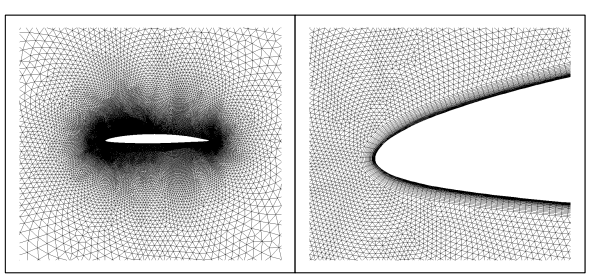
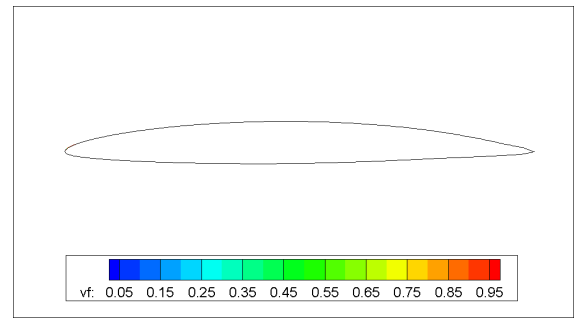
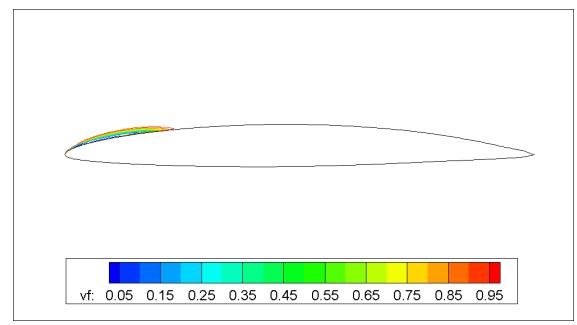


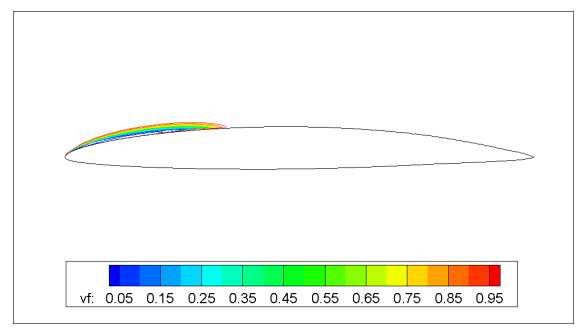
Fig. 1 Computational meshes around a hydrofoil



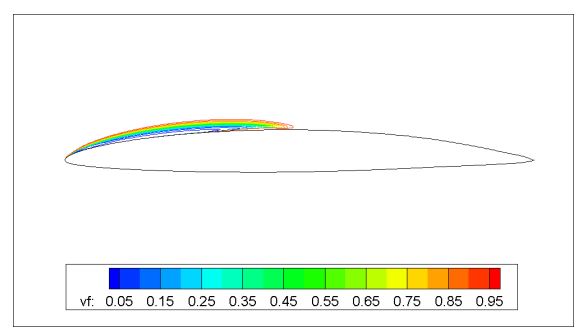
(a) σ = 1.76



(b) σ = 1.00

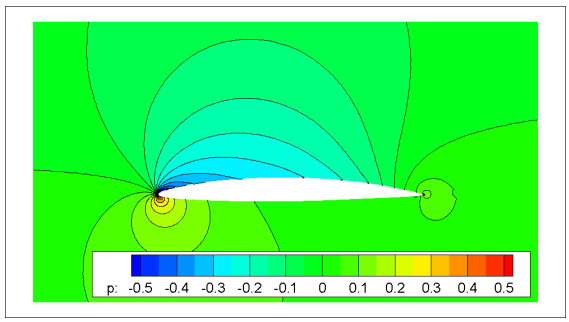


(c) σ = 0.91

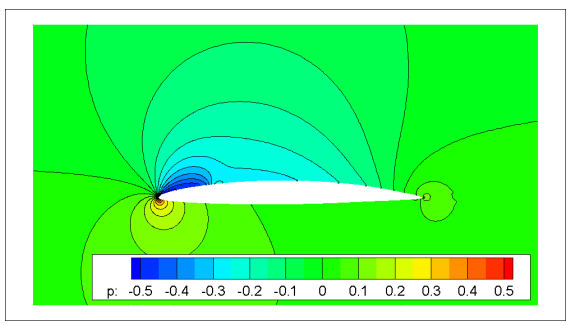


(d) σ = 0.84

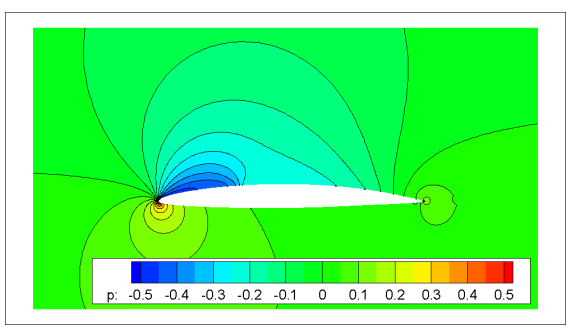
Fig. 2 Liquid volume fraction contour



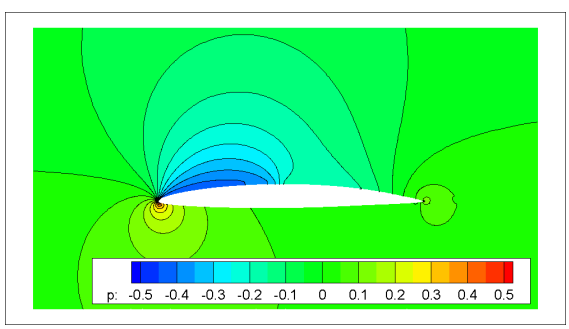
(a) σ = 1.76



(b) σ = 1.00



(c) σ = 0.91

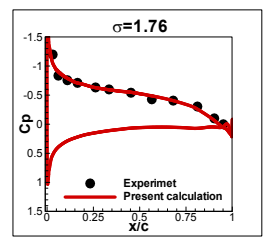


(d) σ = 0.84

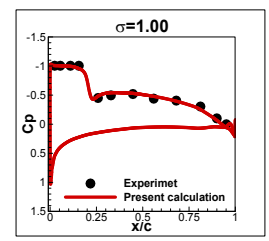
Fig. 3 Pressure contour

캐비테이션 수, σ가 더 작은 조건에서는 기체상이 존재하는 영역이 확장되어, $\sigma=0.84$인 조건에서는 chord 길이의 50% 이상의 영역에서 sheet 캐비테이션이 발생됨을 확인 할 수 있다. Fig. 4에서는 식 (10)으로 정의되는 익형 표면에서의 압력계수, c_p를 실험치와 함께 나타내었다. Suction 면에서 기체 영역에서는 증기압과 동일한 일정한 압력이 유지되고, 액체 영역에서 압력이 상승한 후 가속구간에서 다시 압력 강하가 발생되는 것을 볼 수 있다. 캐비테이션 수, $\sigma=0.91$, 0.84인 조건에서는 실험치보다 기체상이 존재하는 영역이 다소 작게 예측되지만, 수치해석 결과와 실험치가 대체적으로 잘 일치함을 확인 할 수 있다.

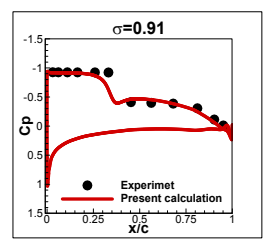
$$c_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho_l U_\infty^2} \tag{10}$$



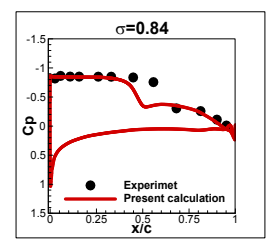
(a) σ = 1.76



(b) σ = 1.00



(c) σ = 0.91



(d) σ = 0.84

Fig. 4 Pressure coefficient at the hydrofoil surface

4. 결론

본 연구에서는 캐비테이션 유동 해석을 위하여 인공압축성 및 균질 혼합모델을 이용하여, 비정렬 격자계 기반의 2차원 비압축성, 캐비테이션 유동해석 코드를 개발하였다. 유동해석 코드의 검증을 위하여 실험치가 있는 NACA66 hydrofoil 주위에서 발생하는 sheet 캐비테이션 유동을 해석하였다. 해석결과를 실험치와 비교하였고, 서로 잘 일치함을 확인하였다. 향후

비정상 캐비테이션 유동에 대한 연구를 수행하고, 3차원 캐비테이션 유동 해석 코드를 개발 할 예정이다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소 수중운동체 특화연구센터의 전산유체역학을 이용한 수중운동체 선체-제어판-추진기 상호작용연구 결과의 일부이며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

[1] 1998, Song, C. and He, J., "Numerical Simulation of Cavitating Flows by Single-phase Flow Approach," Proceedings of 3rd International Symposium on Cavitation, Grenble, France, pp. 295-300.

[2] 1999, Alajbegovic, A., Grogger, H., and Philipp, H., "Calculation of Transient Cavitation in Nozzle Using the Two-Fluid Model," *12th Annual Conference on Liquid Atomization and Spray Systems, May 16-19, Indianapolis, IN.*

[3] 2000, Kunz. R. F et al., "A preoconditioned Navier-Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction," *Computers and Fluids, Vol. 29, pp. 849-875.*

[4] 1998, Merkle, C. L., feng, J. Z. and Buelow, P. E. O., "Computational Modeling of the Dynamics of Sheet Cavitation," Proceedings of the 3rd International Symposium on Cavitation, Grenoble.

[5] 2001, Ahuja, V. Hosangadi, A. and Aruajatesan, S., “Simulation of Cavitating Flows using Hybrid Unstructured Meshes,” *Journal of Fluid Engineering*, Vol. 123, No. 2, pp. 331-340.

[6] 1967, Chorin, A.J., “A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems,” *Journal of Computational Physics*, Vol.2, No.12, pp.12-26.

[7] 1989, Shen, Y. T. and Dimotakis, P., "The Influence of Surface Cavitation on Hydrodynamic Forces," *22nd American Towing Tank Conference*, St Johns, NF, August 8-11.

[8] 1981, Roe, P. L., "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Scheme," *Journal of Computational Physics*, Vol.43, pp.357-372.

[9] 1992, Spalart, P. R. and Allmaras, S. R., "A One-Equation Turbulent Model for Aerodynamic Flows," *AIAA paper 92-0439.*

[10] 1995, Venkatakrishnan, V., "Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters," *Journal of Computational Physics*, Vol.118, No.1, pp.120-130.