수축-확대 채널내부의 캐비테이션 유동해석

김 미 선[1], 하 콩 투[1], 박 원 규[2*]

CAVITATING FLOW ANALYSIS OF CONVERGING-DIVERGING CHANNEL

M.S. Jin and K.T. Ha and W.G. Park

Two difference cavitation models based on the homogeneous mixture model are used to study cavitating flows through converging-diverging channel. Here, the cloud cavities, pressure distributions and other results have been obtained and compared to evaluate two cavitation models. What's more, differences are observed in the simulated results, due to the differences in characteristics of each model. Analytical results shows that the new improvement cavitation model is validated to have better effects on simulating cavitating flows.

Keywords: 캐비테이션(Cavitation), 수축-확대채널(Converging-Diverging Channel), 균일혼상류모델(Homogeneous mixture model)

1. 서 론

공동(cavity)현상은 국부적인 지점에서 유체압력이 포화증기압이하로 떨어지면서 액체가 기화되는 현상으로 노즐, 프로펠러, 터빈, 인젝터, 펌프, 어뢰 등 다양한 수력학적 시스템에서 발생한다. 이러한 시스템에서의 캐비테이션 유동은 소음과 진동, 부식 등 현상이 일어나는 원인이 되기도 하고 물체 표면에서 점성항력의 영향을 작게 하여 수중에서 속도가 커지는 원인이 되기도 한다. 이러한 문제점들을 해석하기 위하여 물체표면에서 캐비테이션 유동의 범위와 특성은 정확히 예측하고 해석해야 할 필요가 있다.

현재 전산유체해석분야에서 캐비테이션 모델에 관한 이론 지식은 크게 2가지 범주로 나눌 수 있다. 첫 번째 방법은 단상연속방정식을 이용하는 것으로 공동내부의 압력을 유체의 증기압으로 놓고 해석하는 방법이다[1][2]. 하지만 이 경우에는 응축기체와 비응축기체를 구별하지 못하는 단점이 있다. 두 번째 방법은 캐비테이션 생성과정에서 기체와 액체의 상호 변환 과정을 분리하여 표현하는 방법인데 이것을 균일 혼상류 모델이라고 한다[3]4][5][6][7]. 이 경우에는 기상과 액상의 경계면에서 항상 동역학적 평형과 열역학적 평형이 유지된다고 가정한다. 이를 바탕으로 액상과 기상에 대해서 연속방정식은 분리하여 해석하고 액상과 기상의 질량유량은 소스항으로 추가된다. 그리고 운동량 방정식은 혼상류(mixture) 방정식으로 해석한다. 이러한 수치해석 기법은 현재 많은 연구팀에 의해서 연구개발 되고 있다(Merkle et al. 1998, Kunz et al. 2000, Senacak and Shyy 2003, Merkle et al 2006). 하지만 그에 따른 문제점도 많이 제기되고 있다. 예를 들면 Inanc Senocak and Wei Shyy[8], Wang[9], 그리고 Park[5][10] 등의 연구에서 캐비테이션 유동은 캐비테이션 상수 값에 많이 의존하고 캐비테이션 뒷부분에서 re-entrant jet에 대한 해석이 실험값과 차이가 있다고 발표하였다. 이러한 문제점을 보완하기 위하여 Merkle[3][8]이 2006년에 새로운 모델을 제안하였다. 바로 공동이 생성되기 시작하는 시점에서 양이 보다 안정적이고 부드럽게(smooth) 변화할 수 있도록 형상화 하였고 또 공동의 생성과정이 캐비테이션 상수에 대한 의존도를 낮추었다[5][10]. 그리고 캐비테이션 뒷부분에서의 re-entrant jet에 대한 해석을 더 형상화하기 위하여 현재 많은 연구가 진행되고 있다. 그 중에 한 그룹이 바로 Wang이다[9].

본 연구목적은 2006년 Merkle에 의해 제안된 캐비테이션 모델을 검증하는 것이다. 본 논문에서는 균일 혼상류 모델을 바탕으로 한 캐비테이션 모델, 즉 Merkle 모델[5][8]과 Lindau

1 학생회원, 부산대학교 대학원 기계공학과
2 학생회원, 부산대학교 대학원 기계공학과
2 정회원, 부산대학교 정교수
* TEL : 010) 4734-2988
* Corresponding author E-mail: misun-414@hotmail.com

모델[5][8][10]을 적용하여 수축-확대 채널 내부의 캐비테이션 유동을 해석하였고 결과 비교 분석을 통하여 두 모델이 유동에 미치는 영향을 평가하였다.

다음은 수축-확대 채널에서 캐비테이션 유동해석을 위한 지배방정식, 캐비테이션 모델, 전산해석방법을 소개하고 결과값들을 비교분석할 것이다.

2. 지배방정식 및 경계조건

2.1 지배방정식

본 논문에서는 균일 혼상류 모델을 적용하였다. 기상과 액상의 경계면에서 열역학적 평형과 동역학적 평형이 이루어진다는 가정하에 연속방정식은 기상과 액상에 대해서 분리하여 해석하고 운동량 방정식은 혼상류 방정식으로 해석하였으며 체적분율 방정식을 추가하여 캐비테이션 생성과정에서 기상과 액상의 체적분율을 계산하였다. 그리고 기존의 지배방정식을 바탕으로 예조건화(pre-conditioning)기법[4]을 취하여 계산과정에서 안정성 확률(probability)과 수렴확률을 높여주었다.

$$\left(\frac{1}{\beta^2}\right)\frac{\partial p}{\partial \tau}+\frac{\partial u_j}{\partial x_j}=\left(\dot{m}^{+}+\dot{m}^{-}\right)\left(\frac{1}{\rho_l}-\frac{1}{\rho_v}\right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m u_i)+\frac{\partial}{\partial \tau}(\rho_m u_i)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_m u_i u_j)$$
$$=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu_{m,t}[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}]\right]$$

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t}+\left(\frac{\alpha_l}{\beta^2}\right)\frac{\partial p}{\partial \tau}+\frac{\partial \alpha_l}{\partial \tau}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\alpha_l u_j)=\left(\dot{m}^{+}+\dot{m}^{-}\right)\left(\frac{1}{\rho_l}\right)$$

여기서 l, v 그리고 m는 각각 액상, 기상 및 혼상(mixture)을 의미한다. p, u, ρ, α, μ는 각각 압력, 속도, 밀도, 체적분율 및 점성계수를 의미하며 t, τ는 물리적 시간과 의사시간(pseudo-time)을 의미한다.

2.2 캐비테이션 모델

유체압력이 포화증기압이하로 떨어졌을 때 기상과 액상의 물질전달(mass transfer)과정에서 액체가 기체로 전달되는 양을 $\dot{m}^{-}$로 표현하고 기체가 액체로 전달되는 양을 $\dot{m}^{+}$로 표현하였다[5].

<u>모델 - I (Lindau et al. Ref[2])</u>

$$\dot{m}^{-}=\frac{C_{dest}\rho_v\alpha_1\min\left[0,P-P_v\right]}{\left(\rho_1 U_\infty^2/2\right)t_\infty} \tag{2}$$

$$\dot{m}^{+}=\frac{C_{pro}\rho_v\alpha_1^2(1-\alpha_1)}{t_\infty}$$

<u>모델 - II (Merkle et al. Ref[2])</u>

$$\dot{m}^{-}=-k_v\frac{\rho_v\alpha_1}{t_\infty}min\left\{1,\max\left(\frac{(P_v-P)}{k_pP_v},0\right)\right\} \tag{3}$$

$$\dot{m}^{+}=k_1\frac{\rho_v\alpha_v}{t_\infty}min\left\{1,\max\left(\frac{(P-P_v)}{k_pP_v},0\right)\right\}$$

여기서 t_∞는 특성유동시간(characteristic flow time)이고 k_v, k_1, C_{dest}, C_{pro}은 캐비테이션 모델 상수이다.

2.3 초기, 경계조건

수축-확대 채널 내부의 유동을 해석하기 위하여 유동의 초기조건과 채널 입구와 출구, 벽면 그리고 대칭성 격자점에서 경계조건들을 설정하였다.

초기에 채널 내부에서 압력분포가 일정($P=P_\infty$)할 때 유체의 속도분포($\vec{V}$)를 0이라고 가정하였다.

경계조건에서 채널 벽면은 점적조건으로 속도분포가 0이고 대칭성경계조건(symmetric boundary condition)은 $\frac{\partial p}{\partial n}=0$이다. 마지막으로 출구압력이 갑자기 지정된 값으로 떨어지면서 채널 내부에서 유동이 야기된다.

3. 결 과

본 논문에서는 수축-확대 채널형상을 두 가지 캐비테이션 모델에 관하여 해석하였다. 채널의 격자구조는 Fig. 1과 같고 그 배열은 431x21x28이다. 그리고 포화증기압(P_v/P_∞)은 0.0313이고 액체와 기체의 밀도비(ρ_l/ρ_v) 는 1000.0이다.

본 연구에서는 채널 입구 압력을 0.0886으로 고정하고 출구압력을 0.0531, 0.0443, 0.0399, 0.0354, 포화증기압(Pv)으로 변화시켜 가면서 채널 내부에서 출구압력이 캐비테이션 유동에 미치는 영향을 각각 계산하였다. 그리고 출구압력이 0.0354일 때 이것을 기준으로 두 가지 캐비테이션 모델을 비교분석하였다. 여기서 모델-I은 C_{dest}=1000.0, C_{dest}/C_{pro} =100.0, 모델-II는 $k_v=100.0$, k_v/k_1=10.0 을 캐비테이션 상수의 지준치로 정하고 k_v/k_1와 C_{dest}/C_{pro}을 각각 0.01, 0.1,

1.0, 100.0, 500.0과 0.1, 1.0, 10.0, 1000.0, 5000.0으로 변화시켜 가면서 결과값을 계산하였다.

Fig. 1은 3차원 수축-확대 채널 모형의 격자구조이다, 채널 모형에서 채널 목의 직경(d=1)과 채널 입구의 직경(D=2.6)의 비(d/D)는 0.385이다. 그리고 채널의 전체 길이(L)는 71.5이다.

Fig. 2는 여러 가지 출구압력에 따른 채널 내부의 캐비테이션 유동 형상을 보여주고 있다. 출구압력이 각각 포화증기압, 0.0354, 0.0399, 0.0443, 0.0531에 관하여 해석한 결과 출구압력이 0.0531일 때는 캐비테이션이 생성되지 않고 출구압력이 낮아짐에 따라 공동의 길이가 길어지고 있으며 출구압력이 포화증기압까지 떨어지면 공동이 출구까지 생성된다.

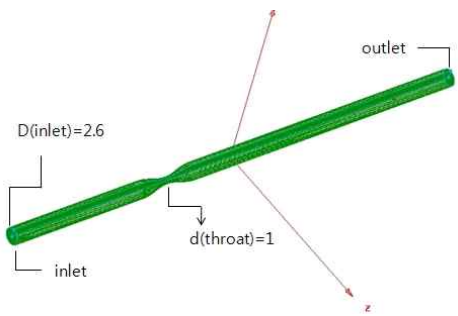


Fig. 1 3D computational mesh

Fig. 3은 출구압력이 0.0531일 때 채널 목에서 유선분포 형상이다. 유체는 벽면을 따라서 흐르다가 채널목 부분에서 와류를 형성하고 있다.

Fig. 4는 Fig. 2에서 캐비테이션 체적분율에 따른 국부지역의 압력분포이다. Fig. 4a는 출구압력이 0.0531일 때, Fig. 4b는 출구압력이 0.0399일 때 그리고 Fig. 4c는 출구압력이 포화증기압일 때 결과값이다. 그리고 r=R는 벽면에서 압력분포이고 r=0은 채널 중심에서 압력분포이고 r=R/2는 벽면과 채널 중심 사이의 면에서 압력분포이다. 보면 공동이 생성되는 지역에서 압력은 포화증기압으로 떨어지고 있고 그 분포가 일치하다.

Fig. 5-7에서는 출구압력이 0.0354일 때 모델-I와 모델-II를 적용하여 유동을 계산하고 결과값들을 비교분석하였다. 모델-I에서 캐비테이션 상수 C_{dest}(=1000.0), C_{dest}/C_{pro}(=100.0)와 모델-II에서 캐비테이션 상수 k_v(=100.0), k_v/k_1(=10.0)을 기준치로 정하고 k_v/k_1과 C_{dest}/C_{pro}를 변화시키면서 결과값을 해석하였다.

Fig. 5a과 Fig. 5b는 각각 채널내부에서 모델-I과 모델-II에 관하여 시간의 흐름에 따른 기체 체적분율 분포에 관해서 나타낸 것이다. 두 그림을 비교하면 유동의 안정상태에서 캐비테이션의 길이는 같고 모델-I에서 캐비테이션이 생성속도가 모델-II보다 더 빠르다. 그리고 채널 벽면에 가까워지면서 모델-I의 기체 체적분율이 모델-II보다 크다.

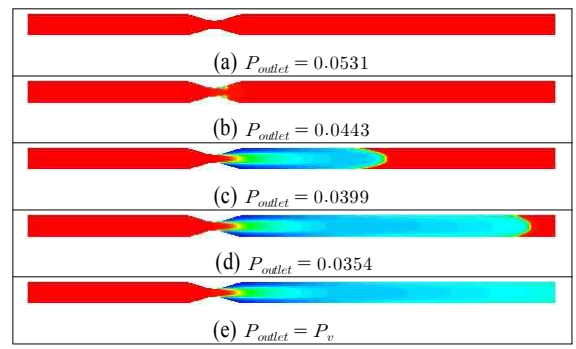


Fig. 2 Liquid volume fraction contour at t^*=660.0

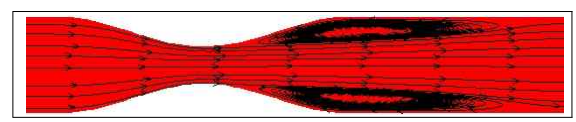


Fig. 3 Streamline distribution at channel throat

Fig. 6a는 모델-I에서 캐비테이션 상수비(C_{dest}/C_{pro})가 0.1, 1.0, 10.0, 100.0, 1000.0, 5000.0일 때 결과값을 비교한 그림이고 Fig. 6b는 모델-II의 캐비테이션 상수비(k_v/k_1) 가 0.01, 0.1, 1.0, 10.0, 100.0, 500.0일 때 결과값을 비교 한 그림이다.

Fig. 6a과 Fig. 6b를 비교해 보면 모델-II는 일정한 범위안에서 캐비테이션 상수비가 변함에 따라 캐비테이션 길이는 일정하고 변화가 없다. 캐비테이션 상수비가 10.0보다 크면 캐비티 길이가 조금씩 길어진다. 반면에 모델-I은 캐비테이션 상수비가 증가함에 따라 공동의 길이가 길어지고 있다. 그리고 두 모델에서 상수비가 기준값일 때 공동의 길이가 일치하다.

Fig. 7은 출구압력이 0.0354인 경우에 관해서 모델-I은 캐비테이션 상수비가 10.0일 때, 모델-II는 캐비테이션 상수비가 1.0일 때 채널 내부의 국부지역에서 유선에 따른 압력분포이다. 모델-II는 공동이 생성된 지역에서 압력분포는 포화증기압이 된다. 반면에 모델-I은 공동이 생성지역과 압력분포는 일치하지 않다.

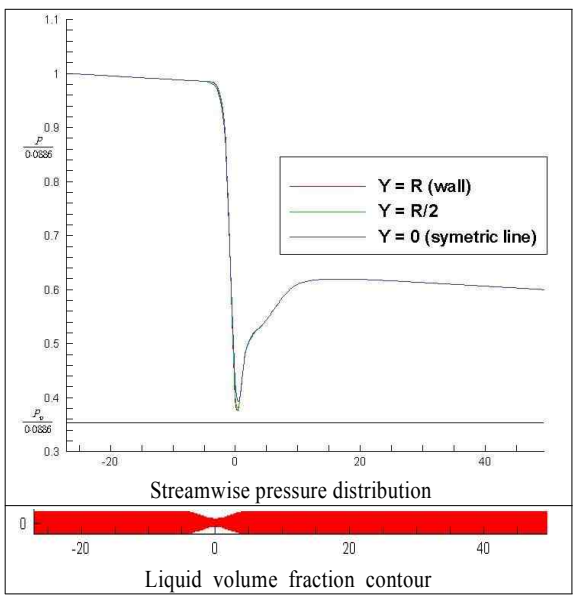
4. 결 론

본 논문에서는 수축-확대 채널내부에서 발생하는 캐비테이션 유동에 대해 균일 혼상류 모델을 선택하여 해석하였다. 본 연구는 두 가지 방향으로 진행하였다.

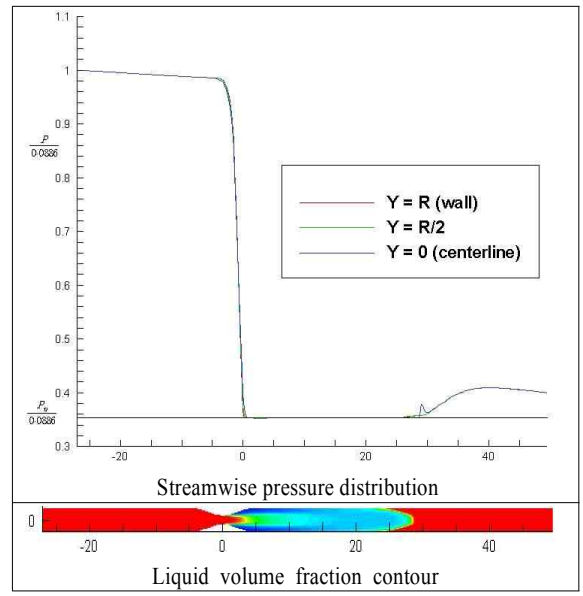
1. 수축-확대 채널형상에 대해서 캐비테이션 모델-II를 적용하여 경계조건을 변화시켜 가면서 유동을 해석하였다.

2. 수축-확대 채널형상에 캐비테이션 모델-II를 기초를 타 논문에서 많이 검증한 모델-I를 적용하여 결과값을 비교 분석하였다.

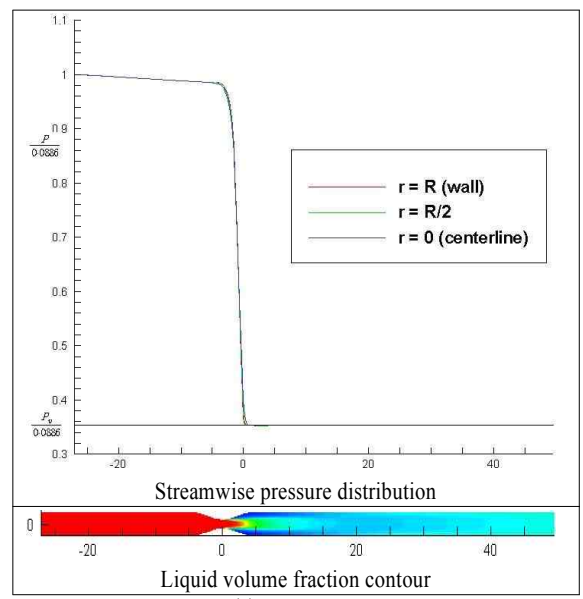
해석 결과 모델-II는 모델-I보다 캐비테이션 상수에 대한 의존도가 낮고 물리적으로 더 안정하고 정확하다는 것을 반영하였다. 앞으로 본 연구를 바탕으로 모델-I과 모델-II의 차이점에 대해서 연구할 것이다.



(a) $P_{outlet} = 0.0531$



(b) $P_{outlet} = 0.0399$



(c) $P_{outlet} = P_v$

Fig. 4 Streamwise Pressure Distribution at t^*=660.0

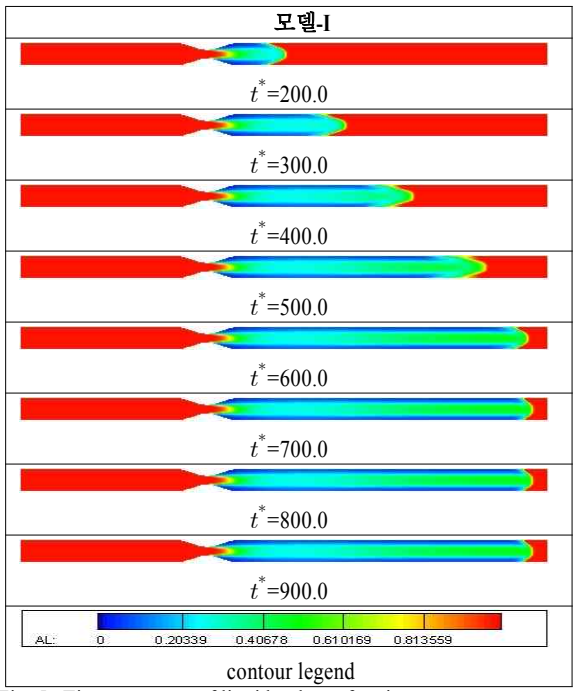


Fig. 5a Time sequence of liquid volume fraction contour, P_{outlet}=0.0354 (모델-I)

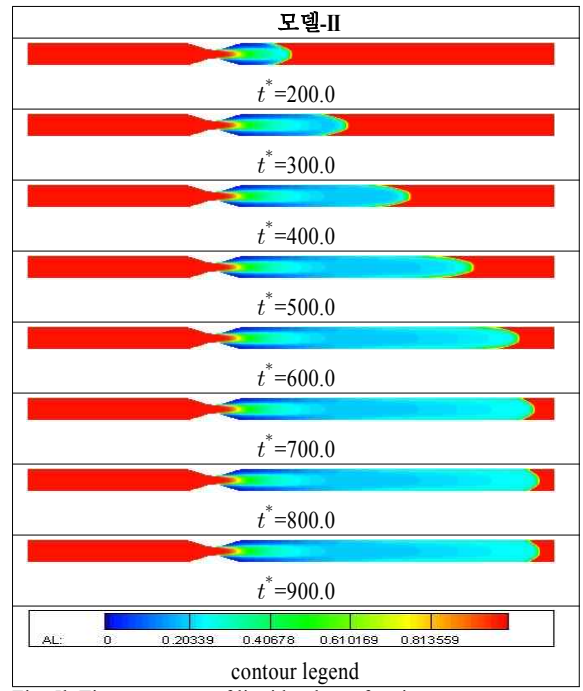


Fig. 5b Time sequence of liquid volume fraction contour, P_{outlet}=0.0354 (모델-II)

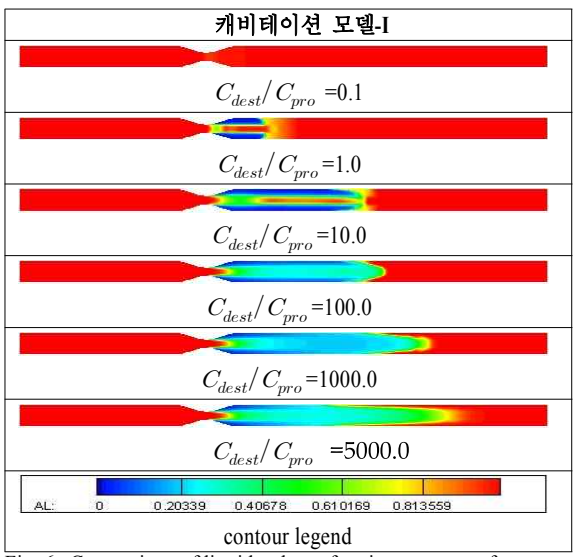


Fig. 6a Comparison of liquid volume fraction contour of difference cavitation models at t^*=360.0, P_{outlet}=0.0354 (모델-I)

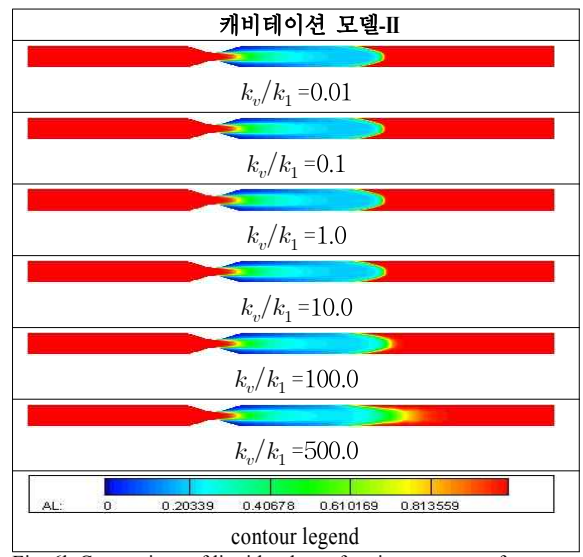
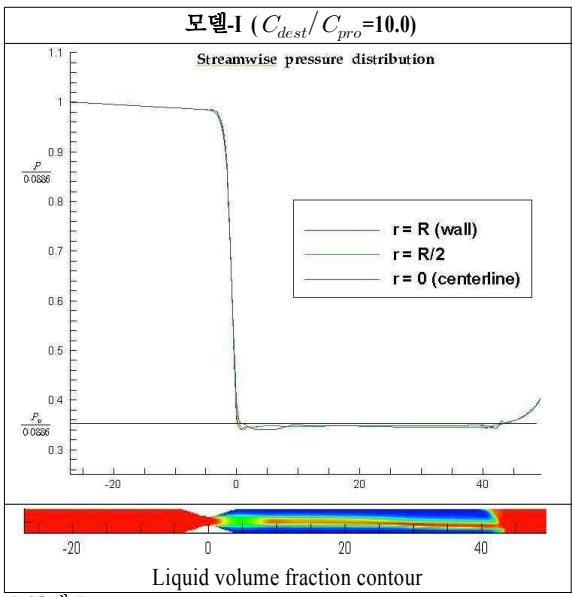
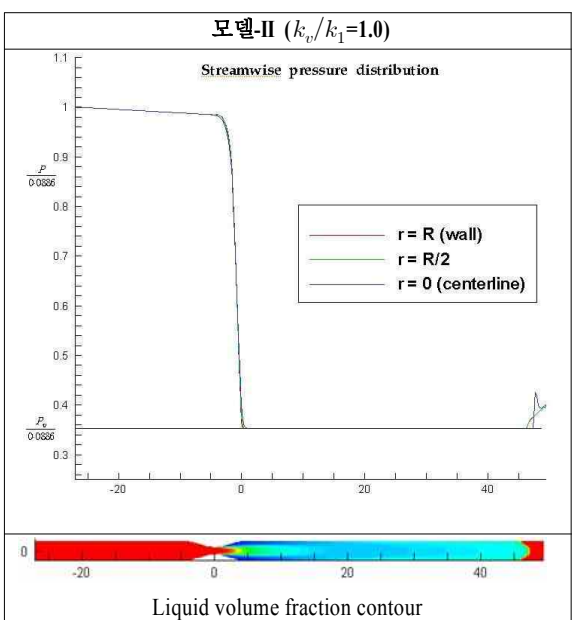


Fig. 6b Comparison of liquid volume fraction contour of difference cavitation models at t^*=360.0, P_{outlet}=0.0354 (모델-II)



a) 모델-I



b) 모델-II

Fig. 7 Comparison of streamwise pressure distribution of difference cavitation models at t^*=900.0, P_{outlet}=0.0354

참고문헌

[1] 1994, Reboud, J.L., Delannoy, Y., "Two Phase Flow modeling of unsteady cavitation," Proceeding of 2nd International Symposium on Cavitaion, Tokyo, Japan, pp.39-44.

[2] 1998, Song, C., He, J., "Numerical Simulation of Cavitating Flows by Single Phase Flow approach," Proceeding of 3rd International Symposium on Cavitaion, Grenoble, France, pp.295-300.

[3] 2000, Kunz, R.F., Boger, D.A., Stinebring, D.R., Chyczewski, T.S., Lindau, J.W., Gibeling H.J., Venkateswaran, S., Govindan, T.R., "A Preconditioned Navier－Stokes Method for Two-phase Flows with Application to Cavitation Prediction," Computers and Fluids, Vol.29, pp.849-875.

[4] 2004, Owis, F.M., Nayfeh, A.H., "Numerical Simulation of 3-D Incompressible, Multi-phase Flows over Cavitating Projectiles," European Journal of Mechanics B/Fluids, pp.339-351.

[5] 2009, Ha, C.T., Park, W.G., Merkle, C.L, "Multiphase Flow Analysis of Cylinder Using A New Cavitation Model,"Proceedings of the 7rd International Symposium on Cavitation, Michgan, USA.

[6] 2006, Merkle, C.L., Li, D., Sankaran, Venkateswaran., "Multi-Disciplinary Computational Analysis in Propulsion," AIAA TP4575.

[7] 1992, Yoon, S.K., Kwak, D., "Implicit Navier-Stokes Solver for Three-Dimensional Compressible Flows," AIAA Journal, Vol.235.

[8] 2001, Inanc, S., Wei, S., "Numerical Simulation of Turbulent Flows with Sheet Cavitation," CAV, sessionA7.002.

[9] 2010, Huang, B., Wang, G.Y., Yuan, H.T., "A Cavitation model for Cavitating Flow Simulations," 9th International Conference on Hydrodynamics, Shanghai, China, pp.798-804.

[10] 1995, 김승윤, 박원규, 정철민, "서로 다른 캐비테이션 모델을 이용한 실린더 주위의 캐비테이션 유동현상 전산해석," 한국전산유체공학회지, 제16권, 제1호, pp.60-66.